

Nouvelle édition, augmentée et continuée jusqu'en 1808. Paris 1809. 12 francs.

# ESSAI

SUR

# L'HISTOIRE GENERALE

DES

# MATHÉMATIQUES.

I.

DE L'IMPRIMERIE D'ÉGRON,
RUE DES NOYERS, N°. 24.

Les Exemplaires exigés par la loi ont été déposés à la Bibliothèque Nationale.



*Charles Bossut.*

# ESSAI

SUR

# L'HISTOIRE GÉNERALE

DES

# MATHÉMATIQUES,

PAR CHARLES BOSSUT,

Membre de l'Institut National des Sciences et des Arts de France,
des Académies de Bologne, de Pétersbourg, de Turin, etc.

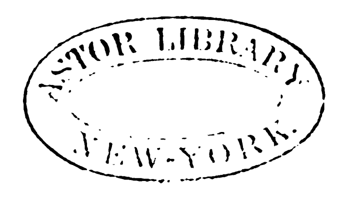
TOME PREMIER.



A PARIS,

CHEZ LOUIS, LIBRAIRE, RUE DE SAVOIE, N°. 22.

MDCCCII.



# PRÉFACE.

PLUSIEURS Auteurs ont écrit par morceaux détachés, et sans observer de proportion, l'Histoire des Mathématiques, soit dans leurs préfaces, soit dans quelques ouvrages spécialement destinés à cet objet : Montucla est jusqu'ici le seul qui l'ait embrassée dans sa totalité, suivant un ordre subordonné à la nature et à l'étendue de chaque branche particulière. Son *Histoire des Mathématiques* parut pour la première fois en 1758 : elle en expose le développement et les progrès depuis leur origine jusqu'au commencement du siècle passé ; elle a été réimprimée en 1798, avec des additions considérables, mais toujours renfermée dans le même espace de temps. L'Auteur avait préparé des matériaux pour la conduire jusqu'à nos jours ; mais la mort l'ayant enlevé aux sciences, en 1799, il

n'a pu les mettre entièrement en état d'être imprimés. Ses manuscrits ont été revus, perfectionnés, augmentés de supplémens nécessaires, et on vient de publier cette suite. Je ne la connais (*) que par l'annonce des journaux.

L'ouvrage de Montucla a reçu des savans les justes éloges qu'il méritait. En effet, il contient une immense quantité de recherches intéressantes, principalement sur les anciennes Mathématiques. Je ne dissimulerai pas cependant qu'il a essuyé diverses critiques. On y désirerait en général plus de méthode, moins d'entrelacement de matières souvent disparates, un style un peu plus soigné, la suppression de certaines plaisanteries qui détonnent avec la gravité du sujet : on objecte qu'il n'est à la portée que des mathématiciens de profession ; qu'à la vérité on y trouve des traités sur presque toutes les parties des Mathématiques, mais que ces traités ne se succédant pas

(*) Écrit le 30 prairial an X.

les uns aux autres dans un ordre classique et élémentaire, ils ne peuvent être entendus que par des lecteurs qui en connaissent déjà le fond. On voudrait que Montucla fût un peu plus entré dans l'esprit des auteurs dont il expose les découvertes : par exemple, on regrette qu'en parlant des sections coniques, il n'ait pas donné un extrait un peu étendu des *Coniques* d'Apollonius, ni assez fait connaître la méthode de cet ancien géomètre : objet du plus grand intérêt pour les amateurs de la belle synthèse.

Que ces critiques soient fondées ou non, il restera toujours à Montucla la gloire d'avoir produit un ouvrage très-savant, très-utile, et d'une espèce d'autant plus rare, que les hommes épris de l'amour des Mathématiques ont ordinairement plus de penchant à les enrichir de leurs propres découvertes, qu'à rapporter celles des autres : on doit lui tenir compte d'un tel dévouement.

Il n'est pas ici question d'une histoire détaillée des Mathématiques : je ne con-

sidère dans chaque partie que les idées mères et les principales conséquences qui en découlent. Ayant toujours eu, dans le cours de mes études, la curiosité de remonter à l'origine de ces connaissances, et plein d'une profonde vénération pour les grands hommes à qui on les doit, je commençai, il y a environ trente ans, à jeter de loin en loin sur le papier les réflexions que cette disposition d'esprit faisait naître. Il en résulta d'abord une esquisse que je publiai, en 1784, à la tête du Dictionnaire de Mathématiques de l'*Encyclopédie méthodique*. Cette esquisse eut quelque succès : elle était néanmoins fort imparfaite, tant par la contrainte de me resserrer dans un espace très-étroit, que par des irrégularités dans mon plan, que je n'avais pas encore assez médité dans ce temps-là ; et ce qui aggravait ces défauts, plusieurs choses essentielles étaient étranglées, ou même entièrement omises. Des amis éclairés m'ont pressé de me corriger, et de former un corps d'ouvrage qu'on pût lire avec une

sorte d'intérêt pour la curiosité, et quelque profit pour l'instruction. J'ai tâché de remplir leurs vues, autant que mes faibles moyens me l'ont permis. Je m'estimerai heureux, si je puis inspirer à la jeunesse le goût et l'étude de ces sciences sublimes, vraiment dignes d'occuper un être pensant.

On me soupçonnera peut-être de partialité en leur faveur. Je n'aurai pas de peine à me disculper. Je crois, et je l'ai déclaré en plusieurs occasions, que les hommes supérieurs sont à peu près également rares dans tous les genres, et que la nature met une espèce d'équilibre entre toutes ses productions; mais, par une suite du même principe, je dois réfuter ceux qui n'accordent le génie qu'aux facultés de l'imagination, et qui croient qu'avec une intelligence ordinaire, et beaucoup de travail, on peut s'élever au premier rang dans les sciences. Les exemples sur lesquels ils s'appuient ne sont point concluans. On a vu, il est vrai, des hommes appliqués, doués d'une heureuse mémoire, et n'ayant d'ailleurs qu'une mé-

diocre sagacité primitive, se faire dans le monde la réputation de grands géomètres. Mais doit-on être surpris qu'une multitude ignorante, ou superficielle, confonde le produit du savoir, qui s'obtient par l'étude, avec les vérités neuves et originales, que le génie seul peut enfanter? Si on veut être équitable, il faut opposer aux grands poëtes, aux grands orateurs, les grands mathématiciens, bien avoués. Qu'on mette, par exemple, d'une part, Homère, Virgile, Racine, Pope, Démosthène, Cicéron, Bossuet; de l'autre, Archimède, Hipparque, Galilée, Descartes, Huguens, Newton, Leibnitz: alors il ne sera pas si facile de décider de quel côté la balance doit pencher.

Je combattrai encore, ou du moins je tâcherai d'affaiblir un reproche que l'on fait aux mathématiciens, non qu'il ne s'applique plus justement peut-être à leurs adversaires, mais enfin il faut convenir que les premiers, même les plus illustres, le méritent quelquefois: on les accuse d'être vains. Tel était, par exemple, Jean Ber-

noulli, comme on le verra dans cet ouvrage. Mais pourquoi le monde exige-t-il avec tant de sévérité que les hommes supérieurs paraissent ignorer entièrement ce qu'ils valent? J'en ai cherché la raison, et je crois l'avoir trouvée. La modestie est un abandon de soi-même, une espèce d'aveu d'infériorité que la médiocrité saisit avidement pour se consoler, qu'elle cherche à interpréter dans le sens littéral, et dont même elle se fait souvent une arme pour écarter l'homme de génie, timide, dénué d'appui, et victime de sa candeur. L'expérience fait voir qu'il y a plus de danger à se trop rabaisser, que de ridicule à vanter son propre mérite.

Ajoutons qu'on prend quelquefois pour amour-propre ce qui n'est qu'une ingénuité estimable dans un savant, presque toujours solitaire même au milieu de la société, ignorant les maximes et les usages d'un monde corrompu, où les hommes ne songent qu'à se tromper les uns les autres, et à feindre des sentimens qu'ils n'ont pas.

Cet Essai se termine aux années 1782 et 1783 : années funestes où les sciences perdirent Daniel Bernoulli, Euler et d'Alembert. Je m'abstiens en ce moment de parler des travaux des mathématiciens vivans ; mais je m'en suis fait aussi un tableau, et je le donnerai sous ce titre : *Considérations sur l'état actuel des Mathématiques*. On sent combien ce dernier ouvrage doit demander de circonspection, dans le dessein que j'ai d'être parfaitement juste, et de payer aux véritables inventeurs le tribut d'éloges et de reconsance qui leur est dû.

ESSAI

# ESSAI
# SUR L'HISTOIRE GÉNÉRALE
# DES MATHÉMATIQUES.

---

## INTRODUCTION.

### TABLEAU GÉNÉRAL DES MATHÉMATIQUES. PEUPLES QUI LES ONT CULTIVÉES.

Étymologie du mot Mathématiques.

Le nom seul des Mathématiques, qui, dans son étymologie, veut dire *instruction*, *science*, peint, d'une manière juste et précise, l'idée noble qu'on doit s'en former. En effet, elles ne sont qu'un enchaînement méthodique de principes, de raisonnemens et de conclusions, que la certitude et l'évidence accompagnent toujours : avantage qui caractérise spécialement les connaissances exactes, les véritables sciences, auxquelles il faut bien se garder d'assimiler les opinions métaphysiques, les conjectures et même les plus fortes probabilités.

Objet et division des Mathématiques.

On sait que les Mathématiques ont pour objet de mesurer ou de comparer les grandeurs; par exemple, les nombres, les dis-

tances, les vitesses, etc. Elles se divisent en mathématiques *pures*, et mathématiques *mixtes*, autrement appelées sciences *physico-mathématiques*.

Mathématiques pures.

Les Mathématiques pures considèrent la grandeur sous un point de vue général, simple et abstrait; et par là, elles ont la prérogative unique d'être fondées sur les notions élémentaires de la quantité. Cette première classe comprend, 1°. l'*Arithmétique*, ou l'art de compter; 2°. la *Géométrie*, qui apprend à mesurer l'étendue; 3°. l'*Analyse*, ou le calcul des grandeurs en géneral; 4°. la *Géométrie mixte*, combinaison de la Géométrie ordinaire et de l'Analyse.

Mathématiques mixtes.

Les Mathématiques mixtes empruntent de la physique une ou plusieurs expériences incontestables, ou bien supposent dans les corps une qualité principale et nécessaire; ensuite, par des raisonnemens méthodiques et démonstratifs, elles tirent du principe établi des conclusions évidentes et certaines, comme celles que les Mathématiques pures tirent immédiatement des axiômes et des définitions. A cette seconde classe appartiennent, 1°. la *Mécanique*, ou la science de l'équilibre et du mouvement des corps solides; 2°. l'*Hydrodinamique*, qui considère l'équilibre et le mouvement des corps fluides; 3°. l'*Astronomie*,

ou la science du mouvement des corps célestes; 4°. l'*Optique*, ou la théorie des effets de la lumière; 5°. enfin, l'*Acoustique*, ou la théorie du son.

J'ai rangé ici les différentes parties des Mathématiques dans l'ordre qui me paraît le plus propre à montrer d'un coup d'œil leur enchaînement réciproque, dans l'état où elles se trouvent aujourd'hui; mais cet ordre n'est pas tout à fait conforme à leur développement réel et historique.

Incertitude de la première origine des Mathématiques.

Il n'est pas possible de fixer, d'une manière précise, l'origine des Mathématiques: on peut seulement affirmer qu'elle remonte aux temps les plus reculés. *Lorsque les hommes*, abandonnant la vie errante et sauvage, se réunirent en sociétés, et que les lois ou des conventions générales eurent réglé que chacun pourvoirait à sa propre subsistance, sans pouvoir attenter à la possession d'autrui, le besoin et l'intérêt, ces deux grands mobiles de l'industrie, ne tardèrent pas d'inventer les arts de première nécessité. On bâtit des cabanes; on forgea le fer; les limites des champs furent posées; on observa le cours des astres; on vit que la terre donnait d'elle-même, et dans tous les temps, plusieurs fruits propres à la nourriture des animaux; mais que, pour d'autres productions encore plus utiles et plus abondantes,

elle avait besoin d'être secondée par une culture subordonnée à l'ordre des saisons : de-là les semailles et les récoltes. Toutes ces observations, toutes ces pratiques, quoique d'abord très-informes et très-grossières, tenaient aux Mathématiques par un lien secret, mais inconnu ; elles n'eurent, pendant long-temps, d'autre règle et d'autre guide que l'expérience et une routine aveugle. L'assiduité que demandaient la chasse, la pêche et les travaux de la campagne, ne permettait pas aux hommes de s'élever à des idées générales et réfléchies ; le cercle de leurs besoins physiques bornait celui de leurs pensées. Insensiblement, plusieurs d'entre eux ayant acquis une espèce de superflu, ou par une supériorité d'industrie, ou par l'abondance des récoltes, se livrèrent à l'oisiveté vers laquelle tous les animaux ont une propension naturelle. Ils crurent trouver le bonheur dans cet état de repos et de paresse ; illusion séduisante dont on est bientôt détrompé, mais à laquelle du moins on dut alors les premiers élans de l'intelligence humaine. Les langueurs de l'inaction, le tourment de l'ennui qui y est attaché, et l'activité du principe pensant que nous portons au-dedans de nous-mêmes, vinrent arracher l'homme à une honteuse léthargie, et donnèrent l'impulsion à cet esprit de curiosité et de recherche qui

nous agite sans cesse, et qui a, comme le corps, le besoin impérieux d'être alimenté. Alors l'homme vit, avec de nouveaux yeux, le magnifique spectacle que la nature offrait de tous côtés à ses sens et à son imagination; il apprit à rapprocher et à comparer les objets. Des idées puisées dans le monde physique en furent, pour ainsi dire, détachées, et transportées dans un monde intellectuel : il y eut des orateurs, des poëtes, des peintres; on étudia, avec une attention raisonnée, les phénomènes de la nature, et on voulut en connaître les causes. La Géométrie, bornée d'abord à la mesure des champs, s'étendit à de nouveaux usages, et se proposa des problèmes plus relevés, plus difficiles; l'Astronomie s'enrichit d'observations régulières et de plusieurs instrumens propres à les multiplier, et à y mettre une exactitude, une liaison nécessaires. On inventa des machines où une adroite combinaison de roues et de leviers était employée à soulever ou à transporter les plus pesans fardeaux: en un mot, toutes les parties des Mathématiques firent successivement des progrès. Ils auraient été plus rapides, si le fanatisme et l'amour effréné de la domination, en ravageant la terre, n'eussent trop souvent obscurci le flambeau du génie pendant de longues suites de siècles; mais,

comme un feu caché sous la cendre, il reprit son éclat dans les temps heureux, et l'édifice des sciences s'est élevé par degrés. Espérons que la postérité aura la noble ambition de poursuivre l'ouvrage, sans être découragée par la crainte de n'en pouvoir peut-être jamais poser le faîte.

Les Mathématiques ont pris naissance dans la Chaldée et dans l'Egypte.

L'opinion la plus générale et la mieux prouvée, est que les Mathématiques ont commencé à prendre un certain corps, presque en même temps, chez les premiers Chaldéens et les premiers Egyptiens; c'est-à-dire, chez les deux plus anciens peuples connus. Suivant une tradition constante, renouvelée de siècle en siècle, les bergers de Chaldée, au milieu de leurs paisibles fonctions, et placés sous le ciel le plus pur, jetèrent les fondemens de l'Astronomie. Si leurs observations trop imparfaites n'ont pu servir de base à aucune théorie, elles ont du moins donné quelques indications générales, et épargné quelques fausses tentatives aux premiers astronomes.

Les bergers de Chaldée jettent les fondemens de l'Astronomie.

Science des mages de l'Egypte.

Les mages ou prêtres de l'Egypte, appliqués, par les lois de leur institution, à étudier et à recueillir les secrets de la nature, étaient devenus les dépositaires et les dispensateurs de toutes les connaissances humaines. On venait de toutes parts les consulter et s'instruire

dans leur commerce. Ils auraient mérité sans restriction le respect et la reconnaissance du monde, si, contens de l'éclairer, ils n'eussent pas aussi cherché à le tromper quelquefois, et à couvrir, sous des voiles sacrés, l'orgueilleuse ambition de le gouverner.

Prétentions des Chinois et des Indiens dans les sciences.

Les peuples, comme les hommes privés, cherchent à reculer leur origine et à enfler leurs commencemens. On accuse principalement les Chinois et les Indiens de cette manie patriotique. A les en croire, ils sont les premiers inventeurs de toutes les sciences et de tous les arts. Comme ils fondent en particulier leurs prétentions sur l'antiquité de l'Astronomie parmi eux, je me réserve d'examiner leurs titres lorsque je parlerai en détail des progrès de cette science.

Les anciennes Mathématiques nous viennent des Grecs

Les anciennes Mathématiques ne nous sont connues que par les ouvrages des Grecs. Nous n'avons pas les documens nécessaires pour apprécier les instructions qu'ils avaient rapportées de leur commerce avec les mages. Quelques auteurs ont écrit que Thalès, dans un de ses voyages à Memphis, enseigna aux Egyptiens la manière de mesurer la hauteur des pyramides par l'étendue de leur ombre, proposition d'une géométrie assez élémentaire: si le fait était vrai, nous conclurions que les Egyptiens étaient peu versés dans cette science;

coup près, le même succès à Rome. Nous devons cependant ajouter que l'ouvrage de Vitruve, sur l'architecture, écrit au temps d'Auguste, est un monument précieux de diverses connaissances relatives à cet art. Quant aux sciences exactes, qui demandent le recueillement, le silence et de profondes méditations, les Romains n'y ont jamais passé la médiocrité. Inutiles pour arriver aux grandes places du gouvernement, elles formaient l'occupation d'un petit nombre d'hommes obscurs, loin du tourbillon des affaires publiques. Les mathématiciens romains n'ont été, pour ainsi dire, que les traducteurs ou les commentateurs d'Archimède, d'Apollonius, etc. On remarque seulement, parmi eux, quelques savans astronomes, sous Auguste et ses premiers successeurs. Dans la suite, tout alla en déclinant.

Médiocrité des Romains dans les Mathématiques.

A la mort de Théodose, le partage de l'Empire entre ses deux fils Honorius et Arcadius, ayant énervé ce grand corps, la partie occidentale, long-temps ravagée, démembrée et enfin envahie par les barbares, tomba dans la plus profonde ignorance; les écoles de l'empire d'Orient n'étaient occupées que de misérables disputes théologiques. Les sciences exactes s'étaient presque entièrement réfugiées au musée d'Alexandrie : dénuées d'appui et d'encouragement, elles ne pouvaient manquer

de dégénérer. Néanmoins, elles conservaient toujours, au moins par tradition ou imitation, ce caractère antique et sévère que les Grecs leur avaient imprimé.

Bientôt cet asile leur est enlevé. Vers le milieu du septième siècle de l'ère chrétienne, les Arabes, conduits par les premiers successeurs de Mahomet, portent dans tout l'Orient le carnage et la dévastation; le musée d'Alexandrie est détruit; les savans et les artistes périssent ou sont dispersés. Destruction du musée d'Alexandrie.

Cependant, quoique cette funeste catastrophe eût rompu la chaîne des découvertes mathématiques, il en resta quelques anneaux que ce même peuple destructeur, adouci par les charmes de la paix et de l'oisiveté, s'empressa de rassembler et de renouer. En moins de cent ans, on vit les Arabes cultiver l'Astronomie, dont ils avaient eu autrefois des notions générales. Ce goût particulier s'étendit par degrés à toutes les branches des connaissances humaines. Les Mathématiques fleurirent, pendant l'espace de sept cents ans, dans tous les pays soumis à la domination des Arabes, et ensuite des Persans, quand ces deux peuples furent réunis. Elles furent portées en Espagne par les Maures; il en pénétra des rayons dans l'Allemagne. Sciences chez les Arabes.

Les conquêtes des Turcs ramènent l'igno-

Chute des Mathémat. en Orient.

rance et la barbarie dans les belles contrées que les Arabes habitaient. A la prise de Constantinople par Mahomet II, il s'élève contre les savans et les artistes une persécution qui en fait périr une grande partie; quelques-uns prennent la fuite, et apportent avec eux les débris des Mathématiques en Italie, en France, en Allemagne et en Angleterre. Le goût des lettres et des arts avait déjà commencé à prendre racine dans ces pays, principalement en Italie.

Mathématiques chez les peuples orientaux.

Dès ce moment tout change; l'esprit humain se régénère dans toutes les parties. L'Algèbre, la Géométrie, l'Astronomie, marchent d'un pas rapide; et enfin arrive la grande découverte de l'analyse infinitésimale dans les trente dernières années du dix-septième siècle.

An. 1682.

C'est ici que s'ouvre dans les sciences exactes un nouvel ordre de choses qu'on n'avait pas osé espérer. L'analyse infinitésimale nous a mis en possession d'une infinité de problèmes inaccessibles à toutes les méthodes des Archimèdes, des Apollonius, etc. N'oublions pas cependant que ces grands hommes ont été nos premiers maîtres; ne croyons pas que les Européens aient surpassé les Grecs en génie: contentons-nous de dire que, par une suite de la progression naturelle des connaissances, ils les surpassent en savoir. Dans les arts d'ima-

gination, tels que la poésie, l'éloquence, la peinture, etc., la perfection est l'effort du génie, non du temps; et sous ce point de vue, la seule gloire à laquelle les modernes puissent prétendre est d'avoir égalé les anciens. Mais dans les sciences, les découvertes des âges s'ajoutent les unes aux autres; elles se répandent par la voie des manuscrits ou de l'impression; et enfin il se forme chez les peuples studieux une masse générale de lumières, à peu près semblable à celle qu'acquerrait un seul homme qui vivrait plusieurs siècles. Si Archimède revenait au monde, il serait obligé d'étudier long-temps pour se mettre de niveau avec Newton, quoiqu'il soit peut-être très-difficile de décider lequel des deux a surpassé l'autre en génie.

Les Mathématiques demeurent à peu près les mêmes chez les Chinois et chez les Indiens.

Les Chinois et les Indiens n'ont point participé à ce grand mouvement qui s'est fait dans les sciences, et ils ne peuvent à cet égard entrer en parallèle avec les Européens.

Les Américains n'ont pas connu les Mathématiques.

Il paraît que les Américains n'ont jamais eu de notions distinctes des Mathématiques. Avant leur communication avec les Européens, ils ne connaissaient que les arts mécaniques les plus nécessaires aux besoins de la vie; l'esprit de ce peuple n'a jamais été porté à la réflexion.

Dessein de cet Essai.

Mon dessein est de tracer ici un précis historique des Mathématiques depuis leur origine

jusqu'à nos jours, et en même temps d'honorer la mémoire des grands hommes qui en ont étendu l'empire. Je ne me livrerai point à des discussions systématiques, fondées souvent sur des bases très-incertaines; j'éviterai la forme et l'appareil des démonstrations géométriques, écrivant principalement pour les lecteurs, qui joignent au goût général de l'érudition la curiosité véritable et soutenue de connaître la marche de l'esprit humain dans le plus noble exercice de ses facultés. Quelquefois néanmoins j'expliquerai les méthodes avec assez de détail pour que les Mathématiciens de profession trouvent eux-mêmes les démonstrations des résultats auxquels je dois me borner. S'il ne m'est pas possible de les satisfaire entièrement, je leur indiquerai du moins les sources où ils pourront puiser une plus ample instruction.

Distinction de quatre périodes dans les Mathémat.

Je remarque quatre âges dans l'histoire des Mathématiques. Le premier offre d'abord les faibles lueurs de leur origine, ensuite leur accroissement rapide chez les Grecs, et enfin leur état languissant jusqu'à la destruction de l'école d'Alexandrie: dans le second âge, elles sont ranimées et cultivées par les Arabes, qui les font passer avec eux dans quelques contrées de l'Europe; cet âge dure à peu près jusque vers la fin du quinzième siècle. Quelque

temps après, elles se répandent et font des progrès rapides chez tous les peuples un peu considérables de l'Europe : troisième période qui nous mène jusqu'à la découverte de l'analyse infinitésimale. Là commence la quatrième et dernière période. Ces quatre périodes vont faire la division générale de cet essai.

Il semble au premier coup d'œil que pour la netteté du discours, je devrais parcourir successivement, et sans interruption, chaque partie des Mathématiques; mais cette méthode, appliquée indistinctement à toutes les parties et à tous les âges, est sujette à quelques inconvéniens. Les différentes branches des Mathématiques ne se sont formées et développées que par gradation, et souvent les unes à l'occasion des autres : il y a telle proposition de mécanique qui a donné la naissance à une théorie complète de géométrie : alors il serait impossible de rendre compte de la première sans expliquer la seconde, et sans se jeter par-là dans des détails souvent prolixes et étrangers à l'objet actuel et principal. D'ailleurs, on trouverait quelquefois un vide désagréable dans le tableau général, ou une disproportion trop marquée dans les parties; car toutes les sciences n'ont pas marché d'un pas égal; les unes paraissent quelquefois stationnaires, pendant que les autres avancent rapidement. Ces observa-

tions sont surtout vraies à l'égard du second et du quatrième âge des Mathématiques; on en verra de fréquentes preuves, quand il s'agira de l'application de l'analyse infinitésimale à la mécanique et à l'astronomie. Le premier âge est celui où la filiation des connaissances est la plus uniforme, la plus distincte; on y peut détacher les unes des autres les parties des Mathématiques. J'ai profité de cet avantage autant qu'il m'a été possible; mais dans les périodes suivantes, je n'ai pu entièrement suivre le même ordre. Je prie le lecteur de se prêter à un plan qui me paraît forcé par la nature du sujet.

Il est inutile de faire une autre observation qui se présentera assez d'elle-même: on verra que, souvent, les monumens historiques nécessaires pour former une narration suivie et complète, sont très-informes ou très-défectueux; d'un autre côté, l'austérité de la matière repousse les ornemens et les fictions. Je ne puis donc espérer de l'attention, dans ces endroits stériles, que de la part des lecteurs qui trouvent des pierres précieuses jusque dans les ruines de l'édifice des sciences.

PREMIERE

# PREMIÈRE PÉRIODE.

## ÉTAT

## DES MATHÉMATIQUES,

depuis leur origine jusqu'à la destruction de l'École d'Alexandrie.

## CHAPITRE PREMIER.

### *Origine et progrès de l'Arithmétique.*

Il n'y a point d'idée plus simple et plus facile à concevoir que celle de *nombre* ou de *multitude*. Aussitôt que l'intelligence d'un enfant commence à se développer, il peut compter ses doigts, les arbres qui l'environnent, et les autres objets placés sous ses yeux. Ces premières opérations se firent d'abord sans ordre, sans méthode, et avec le seul secours de la mémoire; bientôt on trouva des moyens pour les étendre, et pour les soumettre à une espèce de forme régulière.

Quelques divers que fussent les objets à compter, comme on y procédait toujours de la même manière, on vit facilement qu'on pouvait faire abstraction de leur nature, et on imagina de les représenter par des symboles généraux, qui prenaient ensuite des valeurs particulières et propres à chaque question qu'il fallait résoudre. On employait, par exemple, à cet effet, des petites boules attachées ensemble comme les grains d'un chapelet, ou comme les nœuds d'une corde; chaque boule désignait une brebis, un arbre, et la collection des boules tout le troupeau, ou tous les arbres.

L'invention de l'écriture fit faire un nouveau pas à l'art de la numération. Sur une table couverte de poussière, on traçait des caractères choisis arbitrairement pour exprimer les nombres, et par-là on pouvait exécuter des calculs d'une certaine étendue.

Toutes les nations, si on excepte les anciens Chinois et une peuplade obscure dont Aristote fait mention, ont distribué les nombres en périodes, composées chacune de dix unités. Cet usage ne peut guère s'attribuer qu'à celui où l'on est dans l'enfance de compter par ses doigts, qui sont au nombre de dix, sauf quelques exceptions très-rares. Les anciens se

sont également accordés à représenter les nombres par les lettres de leur alphabet; on distinguait les différentes périodes de dixaines par des accens, dont on affectait les lettres numérales comme chez les Grecs, ou par différentes combinaisons des lettres numérales comme chez les Romains. Toutes ces notations, et principalement celle des Romains, étaient fort compliquées et fort embarrassantes quand il s'agissait d'exécuter des calculs un peu considérables.

Strabon, qui vivait sous Auguste, raconte dans sa *géographie*, qu'on attribuait de son temps l'invention de l'arithmétique, comme celle de l'*écriture*, aux *Phéniciens*. Cette opinion a pu en effet trouver d'autant plus de facilité à s'établir, que les Phéniciens ayant été les plus anciens commerçans de la terre, ont dû naturellement perfectionner une science dont ils faisaient un usage continuel; mais les principes de l'arithmétique étaient connus des Egyptiens et des Chaldéens bien long-temps avant qu'il fût question des Phéniciens, qui, vraisemblablement, les apprirent des Égyptiens leurs voisins.

Les Mathématiques avaient déjà jeté des racines dans la Grèce, lorsque Thalès parut; mais le mouvement qu'il leur imprima est An. av. J. C. 640.

l'époque d'où l'on commence à compter leurs véritables progrès. On ignore si ce philosophe a fait quelques découvertes particulières dans l'arithmétique : son goût le porta principalement à l'étude de la géométrie, de la physique et de l'astronomie. Il voyagea long-temps dans l'Egypte et dans l'Inde. Enrichi des connaissances qu'il avait acquises dans les pays étrangers, et qu'il augmenta par ses propres méditations, il revint fonder à Milet, lieu de sa naissance, la célèbre école ionienne, laquelle se partagea en plusieurs branches ou sectes qui embrassaient toutes les parties de la philosophie, et qui se répandirent dans plusieurs villes de la Grèce.

An. av. J.C. 590. Quelque temps après, Pythagore de Samos, s'illustra par son savoir immense, et par la singularité de ses opinions philosophiques. Jamais homme n'a plus recherché la gloire, ne l'a plus méritée, et ne s'est élevé à une plus haute réputation. Il eut toute l'ambition des conquérans; jaloux d'étendre l'empire des sciences, et non content d'avoir instruit ses compatriotes, il alla fonder, en Italie, une école, qui acquit en peu de temps une telle célébrité, qu'il comptait des princes et des législateurs parmi ses disciples. Presque toutes les parties des Mathématiques lui ont d'impor-

tantes obligations, comme on le remarquera successivement.

Les combinaisons des nombres furent un des principaux objets de ses recherches ; toute l'antiquité atteste qu'il les avait portées au plus haut degré. Il enveloppait sa philosophie d'emblèmes qui, déjà abstraits par eux-mêmes, s'obscurcirent encore par la succession des temps, et donnèrent lieu de lui attribuer des systèmes bizarres, qu'on a de la peine à regarder comme les productions d'un aussi grand génie. Selon quelques auteurs, Pythagore est à la tête des inventeurs de l'ancienne cabale : il attachait plusieurs vertus mystérieuses aux nombres ; il ne jurait que par le nombre *quatre*, qui était pour lui le nombre par excellence, le nombre des nombres. Il trouvait aussi dans le nombre *trois* plusieurs propriétés merveilleuses : il disait qu'un homme parfaitement instruit dans l'arithmétique posséderait le souverain bonheur, etc. Mais quand on lui aurait entendu avancer de telles propositions, faudrait-il les prendre strictement dans le sens littéral ? N'est-il pas plus vraisemblable, ou qu'on a mal rapporté ses paroles, ou qu'elles renfermaient des allégories dont le sens est demeuré inconnu ? Cette conjecture paraît d'autant mieux fondée, que, selon d'autres

auteurs, Pythagore n'ayant jamais rien écrit sur les différens objets de la philosophie, sa doctrine se conserva, pendant long-temps, seulement dans sa famille et parmi ses disciples; mais que, dans la suite, Platon et d'autres philosophes, d'après une tradition vague et confuse, la développèrent et la corrompirent. Je n'insisterai pas sur cette ténébreuse question, qui ne présente d'ailleurs aujourd'hui aucun intérêt. De toutes les découvertes arithmétiques de Pythagore, vraies ou supposées, le temps n'a respecté que sa table de multiplication; mais le goût qu'il avait répandu dans son école pour les recherches et les propriétés des nombres, donna la naissance à quelques théories très-ingénieuses: telle est, par exemple, celle des nombres figurés, qui s'est développée par degrés, et dont on a fait dans la suite plusieurs applications utiles.

Il n'est pas possible de suivre pas à pas, dans la nuit des temps, les progrès de l'arithmétique chez les anciens. On juge seulement, par les ouvrages qui nous restent d'eux, qu'elle a dû marcher rapidement, comme étant la clef et la première de toutes les sciences. Outre l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, qui en forment l'objet principal,

les anciens possédaient les méthodes pour extraire les racines quarrée et cube; ils connaissaient la théorie des proportions et des progressions arithmétiques et géométriques. En général, les combinaisons des nombres et la réduction des rapports aux plus simples formes dont ils sont susceptibles, leur devinrent familières: par exemple, le fameux *crible* d'Eratosthène, bibliothécaire du musée d'Alexandrie, présente un moyen facile et commode de trouver les nombres *premiers*, dont la recherche est curieuse en elle-même, indépendamment de son utilité dans la théorie des fractions. An av. J. C. 280.

On sait que, par les nombres premiers, on entend ceux qui n'ont point d'autres diviseurs qu'eux-mêmes et l'unité. Le nombre *deux* est, dans la suite des nombres pairs, le seul nombre premier. Il faut donc chercher tous les autres dans la suite des nombres impairs. Dans cette vue, Eratosthène écrit sur une mince planche, ou sur une feuille de papier bien tendue, la suite des nombres impairs; ensuite il fait sous ces nombres pris de trois en trois, de cinq en cinq, de sept en sept, etc., des trous à la planche ou à la feuille de papier: ce qui forme une espèce de crible, par les trous duquel il suppose que tombent les nombres corres-

pondans; et alors les nombres restans sont des nombres premiers *.

Environ vers l'an 350 de l'ère chrétienne.

Diophante, l'un des plus célèbres mathématiciens de l'école d'Alexandrie, fit faire un pas remarquable à l'arithmétique; il inventa l'analyse indéterminée, dont on a fait tant d'applications curieuses ou utiles, soit dans l'arithmétique pure, soit dans l'algèbre et dans la géométrie transcendante.

Lorsqu'un problème, traduit en langage arithmétique ou analytique, conduit à une équation qui ne contient qu'une seule inconnue, il s'appelle *problème déterminé;* et les racines de l'équation donnent toutes les solutions qu'elle comporte. Ces sortes de problèmes n'ont, en dernier ressort, d'autres difficultés que celles qui tiennent à la résolution des équations. Mais si un problème contient plus d'inconnues que de conditions à exprimer, il est *indéterminé,* et alors on ne peut parvenir à trouver toutes les inconnues, qu'en donnant à quelques-unes d'entr'elles des valeurs déterminées, prises arbitrairement, ou assujetties à des restrictions particulières; ce qui fait

* Qu'on me permette de renvoyer, pour l'explication et l'abrégé d'une semblable méthode, à mon *Traité d'Arithmétique.*

deux cas très-distincts. Dans le premier, c'est-à-dire, lorsque les valeurs sont prises arbitrairement, la solution est facile, et ne demande d'autre précaution que d'éviter les valeurs qui meneraient à des résultats absurdes ; mais dans le second, le choix de quelques inconnues forme lui-même un problème indéterminé qui ne peut être résolu que par un art particulier. C'est dans cet art que Diophante montre une sagacité vraiment originale. Qu'on propose, par exemple, les questions suivantes : *Partager un nombre quarré en deux autres nombres quarrés ; trouver deux nombres dont la somme soit en raison donnée avec la somme de leurs quarrés ; former deux nombres quarrés dont la différence soit un quarré*, rien n'est plus facile à résoudre que ces questions, si l'on permet d'employer des nombres quelconques ; mais si l'on impose la condition que les nombres cherchés seront rationnels, si l'on veut aussi exclure les nombres fractionnaires : alors la solution demande de l'adresse. Diophante a trouvé la manière de soumettre toutes les questions de cette nature à des règles certaines et exemptes de toute espèce de tâtonnement. Ses méthodes ont un rapport évident avec celles que nous employons aujourd'hui pour résoudre les équa-

tions des deux premiers degrés, et de-là quelques auteurs ont pris occasion de lui attribuer l'invention de l'algèbre. Il avait écrit treize livres d'arithmétique : les six premiers sont arrivés jusqu'à nous ; tous les autres sont perdus, si, néanmoins, un septième, qu'on trouve dans quelques éditions de Diophante, n'est pas de lui. Ce septième livre contient de savantes recherches sur les propriétés des nombres figurés.

L'auteur a eu, parmi les anciens, une foule d'interprètes dont les ouvrages sont la plupart perdus. Nous regrettons dans ce nombre le commentaire de la célèbre Hipathia. Les talens, les vertus et les malheurs de cette illustre
An de J. C. 410. victime du fanatisme, ont droit aux hommages de la postérité, et nous ne pouvons nous dispenser de lui payer ce tribut.

Le philosophe Théon, son père, avait pris un tel soin de l'instruire, et elle fit en peu de temps de si grands progrès, qu'elle fut choisie très-jeune encore pour enseigner les Mathématiques dans l'école d'Alexandrie. Tous les historiens s'accordent à dire qu'aux grâces de la figure, Hipathia joignait une rare modestie, des mœurs pures et une prudence consommée. Ces avantages lui donnèrent une grande considération à Alexandrie, et surtout auprès

d'Oreste, gouverneur de cette ville. De misérables disputes de théologie ayant excité une cruelle dissention entre Oreste et *saint* Cyrille, les moines de la faction de *saint* Cyrille excitèrent le peuple à massacrer Hipathia, en la représentant comme l'auteur des troubles, par les conseils qu'elle donnait au gouverneur. *Cette action*, dit l'historien Socrate, *attira un grand reproche à Cyrille et à l'église d'Alexandrie ; car ces violences sont tout à fait éloignées du christianisme.* Fleury, homme juste et modéré, mais peut-être trop attaché aux dogmes d'une religion intolérante, ne peint pas avec assez d'énergie toute l'horreur que ce crime abominable devait lui inspirer.

Hist. ecclés. tom. V, in-12, p. 414.

## CHAPITRE II.

### *Origine et progrès de la Géométrie.*

On donne différentes origines plus ou moins anciennes à la Géométrie. La plupart des auteurs la font naître en Egypte. Tel est, par exemple, Hérodote, le premier qui ait commencé à écrire l'histoire en prose; car, dans la plus haute antiquité, la mémoire des principaux événemens passés ne se conservait, tronquée et affaiblie, que dans quelques chansons d'une poésie grossière; ensuite elle prit place et se confondit avec les fictions, dans les poëmes d'Hésiode et d'Homère, où tout était sacrifié à l'embellissement du sujet. Ecoutons le récit que fait Hérodote de ce qu'il avait appris lui-même à Thèbes et à Memphis, sur la question dont il s'agit.

An av. J. C. 450.

Hérod. liv. II.

« On m'assura, dit-il, que Sésostris avait » partagé l'Egypte entre tous ses sujets, et » qu'il avait donné à chacun une égale por- » tion de terre en quarré, à la charge de payer » par an un tribut proportionné. Si la portion » de quelqu'un était diminuée par la rivière,

» il allait trouver le roi, et lui exposait ce qui » était arrivé dans sa terre. Alors le roi en» voyait sur les lieux et faisait mesurer l'héri» tage, afin de savoir de combien il était » diminué, et de ne faire payer de tribut que » selon ce qui était resté de terre. Je crois, » ajoute Hérodote, que ce fut là que la Géo» métrie prit naissance, et qu'elle passa chez » les Grecs. »

Il y a, comme on voit, dans ce passage deux objets distincts; le récit d'une vérification dépendante de la Géométrie, et l'opinion particulière d'Hérodote sur l'origine de cette science. Si, comme le supposent plusieurs chronologistes, *Sésostris* est le même que le roi *Sésac*, *qui fit la guerre à Roboam*, *fils de Salomon*, il résulterait de l'opinion d'Hérodote que la naissance de la Géométrie n'a précédé l'ère chrétienne que d'environ mille ans; mais elle peut remonter beaucoup plus haut, car la mesure des champs, ordonnée par Sésostris, non-seulement ne fixe pas, d'une manière précise, l'origine de la Géométrie, mais elle semble même indiquer que cette science avait déjà fait quelques progrès.

Si on voulait se livrer à des conjectures frivoles, on ferait remonter l'origine de la Géométrie jusqu'à l'invention de la règle, du

jusqu'à la destruction de l'école d'Alexandrie, il n'y en a presque aucun qui n'ait cultivé les Mathématiques. L'Astronomie est, en général, la science qui les a le plus occupés; mais les plus célèbres d'entr'eux se sont appliqués à la Géométrie, comme à la science principale, sans laquelle toutes les autres demeureraient sans vie et sans mouvement. Les propositions qui forment le corps de ce que nous appelons aujourd'hui la *Géométrie élémentaire*, sont, presque toutes, de l'invention des philosophes grecs.

An av. J. C. 480 Un des plus anciens de ces géomètres qu'on cite après Thalès et Pythagore, est Œnopide de Chio, auteur de quelques problèmes fort simples, comme d'abaisser d'un point donné une perpendiculaire sur une ligne, de faire un angle égal à un autre, de diviser un angle en deux parties égales, etc. Zenodore, son contemporain, et le premier des anciens dont il nous reste un écrit géométrique, conservé par Théon, dans son commentaire sur Ptolomée, s'éleva plus haut : il fit voir la fausseté du préjugé où l'on était alors, que les figures de contours égaux devaient avoir des surfaces égales. Cette démonstration n'était pas facile à trouver, et elle prouve que la Géométrie faisait dès lors des progrès marqués.

L'ingénieuse théorie des corps réguliers prit naissance, vers le même temps, dans l'école pythagoricienne.

Hippocrate de Chio se distingua par la quadrature des fameuses *lunules* du cercle, qui portent son nom. Ayant décrit sur les trois côtés d'un triangle rectangle isocèle, comme diamètres, trois demi-cercles placés dans le même sens, il observa que la somme des deux lunules égales, comprises entre les deux quarts de circonférence, correspondans à l'hypothénuse, et les demi-circonférences correspondantes aux deux autres côtés du triangle, était égale en surface à ce triangle : premier exemple d'un espace *curviligne égal* à un espace rectiligne, renouvelé pour d'autres quadratures plus recherchées et plus difficiles, à mesure que la Géométrie s'est perfectionnée. An av. J. C. 450.

Les connaissances d'Hippocrate de Chio en géométrie étaient fort étendues. Il avait écrit des élémens de géométrie estimés dans son temps, mais que d'autres ouvrages du même genre, et en particulier ceux d'Euclide, ont fait perdre et oublier. Il parut avec honneur dans la lice des géomètres qui tentèrent de résoudre le fameux problème de la duplication du cube, dont on commença dès lors à s'occuper avec ardeur.

Problème de la duplication du cube.

On sait que ce problème avait pour objet de construire un cube double d'un cube donné, non pas en côté, ce qui ne pouvait pas faire une question; ni même en surface, ce qui étoit déjà facile par la Géométrie de ce temps-là; mais en solidité, ou en poids en supposant que les deux cubes fussent faits avec une même matière homogène. Il fallait le résoudre sans employer d'autres instrumens que la règle et le compas; car, dans l'ancienne géométrie, on ne regardait comme *géométriques* que les opérations exécutées avec ces deux instrumens: celles qui en demandaient d'autres étaient appelées *mécaniques*.

Suivant une ancienne tradition répandue dans la Grèce, un malheur public, où la religion était intéressée, donna naissance à cette recherche. On disait qu'Apollon, pour se venger d'une offense qu'il avait reçue des Athéniens, ayant suscité parmi eux une horrible peste, l'oracle du temple de Délos, consulté sur les moyens d'appaiser sa colère, répondit: *Doublez l'autel.* L'oracle désignait ainsi un autel de forme exactement cubique, qu'Apollon avait dans Athènes. Aussitôt le problème est proposé à tous les géomètres de la Grèce. Les prêtres, qui ne s'oublient jamais, y ajoutaient une condition qu'ils présentaient comme

un devoir religieux, mais qui, heureusement, n'en augmentait pas les difficultés géométriques : ils demandaient que la matière du nouvel autel fût de l'or. La question parut d'abord facile ; mais on fut bientôt détrompé, et toute la sagacité des géomètres grecs vint se briser contre cet écueil.

En tournant le problème sur toutes les faces, on s'aperçut, et cette découverte est attribuée à Hippocrate de Chio, que si l'on pouvait insérer deux lignes moyennes proportionnelles géométriques entre le côté du cube donné et le double de ce côté, la première de ces deux lignes serait le côté du cube cherché. Ce nouveau point de vue fit renaître un moment l'espérance d'achever la solution par la règle et le compas ; mais la difficulté n'était que déguisée ; elle n'avait fait que changer de forme : on ne put donc la surmonter, et les géomètres, déjà un peu fatigués des tourmens que ce problème leur avait causés, le laissèrent dormir pendant quelque temps.

Cependant la Géométrie cheminait toujours. An av. J. C. 390.
Platon la cultiva avec soin, et s'y rendit très-profond. Nous n'avons, à la vérité, aucun ouvrage exprès de lui sur cette science ; mais on voit, par divers traits répandus dans ses autres écrits, qu'il la possédait, et les anciens histo-

riens nous ont transmis les résultats de plusieurs découvertes dont il l'a enrichie. Il la mettait au premier rang des connaissances humaines, et il en faisait le principal objet des instructions qu'il donnait à ses disciples : il avait écrit sur la porte de son école : *que nul n'entre ici s'il n'est géomètre*. Le problème de la duplication du cube ne pouvait manquer d'attirer son attention. Ayant tenté vainement de le résoudre avec la règle et le compas, il inventa, pour trouver les deux moyennes proportionnelles, un instrument composé de deux règles, dont l'une s'éloigne parallèlement de l'autre, en coulant entre les rainures de deux montans perpendiculaires à la première ; mais cette solution était du genre mécanique : elle ne satisfaisait pas au vœu de géomètres.

Il fut plus heureux dans une autre spéculation d'une espèce absolument nouvelle. Avant lui, le cercle était la seule courbe que la Géométrie considérait : il y introduisit la théorie des sections coniques, ou de ces fameuses courbes qui se forment sur la surface d'un cône coupé en différens sens par des plans. En examinant attentivement la génération de ces courbes, il en découvrit plusieurs propriétés. Ces premières notions, répandues dans son

école, y germèrent avec rapidité. Ses principaux disciples ou amis, Aristée, Eudoxe, Ménechme, Dinostrate, etc. pénétrèrent très-avant dans cette branche de la Géométrie. Bientôt elle s'étendit au point de former une classe à part, d'un ordre plus relevé que la Géométrie ordinaire; on l'appela en conséquence la *Géométrie transcendante*: on comprit dans la suite, sous la même dénomination, quelques autres courbes anciennes, que j'aurai occasion de faire connaître.

An av. J. C. 380.

Aristée avait composé, sur les sections coniques, cinq livres, dont les anciens ont parlé avec les plus grands éloges; malheureusement ils ne sont pas arrivés jusqu'à nous. Il nous reste de Ménechme deux savantes applications de la même théorie au problème de la duplication du cube. Les propriétés des sections coniques et celles des progressions géométriques, lui firent remarquer qu'en construisant, d'après les conditions du problème, deux sections coniques qui se coupassent, les deux ordonnées correspondantes au point d'intersection pourraient représenter les deux moyennes proportionnelles. De-là il parvint à deux solutions: dans la première, Ménechme construit deux paraboles qui ont un sommet commun, leurs axes perpendiculaires entr'eux,

Ménechme applique la théorie des sections coniques au problème de la duplication du cube.

et pour paramètres respectifs le côté du cube donné, et le double de ce côté: alors, les deux ordonnées tirées au point d'intersection des deux courbes, sont les deux moyennes proportionnelles cherchées. La seconde solution procède par l'intersection d'une parabole et d'une hyperbole équilatère entre ses asymptotes : la parabole a pour paramètre le côté du cube donné, ou le double de ce côté; son sommet est le centre, et son axe est l'une des asymptotes de l'hyperbole équilatère; la puissance de l'hyperbole est le produit du côté du cube donné, par le double de ce côté. Enfin, les ordonnées des deux courbes, menées au point d'intersection, sont les deux moyennes proportionnelles demandées. Les lecteurs un peu versés dans la Géométrie trouveront sans peine les démonstrations de ces théorèmes.

On voit par là que si l'on possédait le moyen de décrire les sections coniques d'un mouvement continu, et d'une manière aussi simple qu'on trace le cercle avec le compas, les solutions de Ménechme auraient tout l'avantage des constructions géométriques, dans le sens que les anciens attachaient à ce mot; mais il n'existe aucun instrument pour décrire ainsi les sections coniques. Ces solutions ne remplissent donc pas, dans la pratique, l'objet désiré;

mais elles sont parfaites dans la théorie, et doivent être regardées comme un effort de génie et d'invention. On a trouvé dans la suite qu'on pouvait arriver au même but par l'intersection d'un cercle et d'une parabole; simplification facile du problème, qui n'ôte rien à la gloire de Ménechme.

Cette découverte est d'autant plus remarquable, qu'elle a été la source de la célèbre théorie des *lieux géométriques*, dont les géomètres anciens et modernes ont fait tant d'importantes applications. Ajoutons que la méthode de Ménechme renferme aussi le germe de l'analyse géométrique, ou de cet art par lequel, en regardant un problème comme résolu, et traitant indifféremment les quantités inconnues comme les quantités connues, on parvient de raisonnement en raisonnement, de conséquence en conséquence, à une expression qui est, pour ainsi dire, la traduction géométrique de toutes les conditions du problème. Cet art n'est point l'algèbre; mais l'algèbre lui prête de puissans secours, et à cet égard les modernes ont un grand avantage sur les anciens, quoique ceux-ci fussent versés dans l'analyse géométrique depuis les solutions de Ménechme.

La découverte de Ménechme conduit aux lieux géométriques.

Le problème de la trisection de l'angle, qui

Problème de

la trisection de l'angle.

est de même nature que celui de la duplication du cube, fut également agité dans l'école de Platon. Sans pouvoir parvenir à le rendre par la règle et le compas, on le réduisit du moins à une proposition très-simple et très-curieuse : elle consiste à mener d'un point donné sur une demi-circonférence de cercle, une ligne droite qui aille couper la demi-circonférence et le prolongement du diamètre qui lui sert de base, de manière que la partie de cette ligne, comprise entre les deux points d'intersection, soit égale au rayon : résultat qui donne lieu à diverses constructions faciles. On applique aussi à ce problème les intersections des sections coniques, comme Ménechme l'avait fait pour celui de la duplication du cube.

Suivant les méthodes modernes, ces deux problèmes conduisent l'un et l'autre à des équations du troisième degré, avec cette différence que l'équation relative à la duplication du cube n'a qu'une seule racine réelle, et que celle de la trisection de l'angle a ses trois racines réelles.

La plupart des anciens géomètres étaient tellement préoccupés de l'espérance de résoudre ces problèmes par la règle et le compas, qu'ils ne pouvaient se déterminer à y renoncer.

Ils firent à ce sujet une foule de tentatives infructueuses. Cet acharnement devint une espèce de maladie épidémique, qui s'est transmise de siècle en siècle jusqu'à nos jours : elle devait cesser, et elle cessa en effet pour ceux qui suivirent le progrès des Mathématiques, lorsque, dans les temps modernes, on commença d'appliquer l'algèbre à la Géométrie. Aujourd'hui, le mal est incurable pour ceux qui attaquent ces questions avec les armes des anciens, parce que, n'étant pas au courant des sciences actuelles, il n'existe aucun moyen de les guérir.

Quoique les anciens géomètres dont je viens de parler n'aient pas atteint leur but principal, leurs recherches ont été utiles à d'autres égards ; elles ont valu à la Géométrie de nouvelles théories, et plusieurs instrumens ingénieux pour résoudre les deux problèmes dont il s'agit, d'une manière approchée et plus que suffisante dans la pratique. La plupart de ces méthodes sont perdues. Nous avons celles de quatre illustres géomètres, Dinostrate, Nicomède, Pappus et Dioclès, qui méritent qu'on en fasse une mention honorable. Le premier était de l'école de Platon, contemporain de Ménechme, dont on croit même qu'il était frère ; les trois autres ont fleuri dans l'école d'Alexandrie.

Quadratrice de Dinostrate.

Dinostrate imagina une courbe qui aurait eu le double avantage de donner la trisection ou la multiplication de l'angle, et la quadrature du cercle (d'où lui est venu le nom de *quadratrice*), si on eût pu la décrire d'un mouvement continu par la règle et le compas. Elle se forme par l'intersection des rayons d'un quart de cercle, avec une règle qu'on fait mouvoir uniformément et parallèlement à l'un des rayons extrêmes du quart de cercle; mais elle est du nombre des courbes mécaniques, et ne remplit en rigueur ni l'un ni l'autre des objets auxquels elle était destinée.

An av. J. C. 280.

Conchoïde de Nicomède.

La conchoïde de Nicomède est une courbe géométrique qui s'applique également aux deux problèmes: elle se construit en général en fixant une règle sur une table, et faisant tourner autour de l'un de ses points, une autre règle qui porte deux stiles, qu'on tient toujours également éloignés l'un de l'autre: le premier stile parcourt la règle fixe; le second décrit la courbe. Ce mécanisme est susceptible de plusieurs variétés. La position de l'axe polaire et la distance des deux stiles mobiles, se déterminent d'après les conditions de celui des deux problèmes qu'on veut résoudre. Newton, dans un appendix à son *Arithmétique*, fait le plus grand éloge de l'invention de Nicomède; il en

préfère l'usage pour la construction géométrique des équations déterminées du troisième et du quatrième degré, aux moyens tirés des intersections des sections coniques.

Pappus, dans ses *Collections Mathématiques*, propose une méthode ingénieuse pour trouver les deux moyennes proportionnelles dans le problème de la duplication, ou en général de la multiplication du cube. Des deux lignes extrêmes, il forme les deux côtés d'un triangle rectangle; du sommet de l'angle droit, avec le plus grand côté pour rayon, il décrit un demi-cercle qui a conséquemment pour diamètre le double de ce côté; il mène des deux extrémités du diamètre deux lignes droites indéfinies, dont l'une a même direction que l'hypothénuse; l'autre va couper celle-là prolongée, le plus petit côté du triangle, aussi prolongé, et la demi-circonférence: il fait en sorte que de ces trois points d'intersection, celui du milieu soit placé à égale distance des deux autres. Alors, la distance de ce même point moyen au centre, est la plus grande des deux moyennes proportionnelles demandées.

An de J. C. 450.

Lib. 8 prop. 11.

On voit que cette méthode suppose un tâtonnement sujet à quelqu'incertitude. Dioclès la perfectionna au moyen de la courbe *cissoïde*,

An de J. C. 460.

Cissoïde de Dioclès.

qui porte son nom. Cette courbe se construit en décrivant un demi-cercle sur le double de la plus grande ligne extrême, comme diamètre ; élevant à l'une des extrémités du diamètre une perpendiculaire indéfinie qui sert de directrice, menant de l'autre extrémité une infinité de lignes transversales qui vont couper la demi-circonférence et la directrice, et prenant sur chaque transversale un point tel que sa distance à l'origine soit égale à la partie comprise entre la demi-circonférence et la directrice : la suite de ces points forme la cissoïde. Ensuite on construit le triangle rectangle de Pappus, et la cissoïde va couper le prolongement de l'hypothénuse en un point par où doit passer la transversale qui détermine, sur le prolongement du plus petit côté du triangle, le point moyen de Pappus.

Je reviens sur mes pas, et je reprends le précis historique de la Géométrie, un peu après Platon.

A mesure que cette science s'enrichissait, on voyait paraître de temps en temps des traités particuliers, dans lesquels toutes les propositions connues étaient rassemblées et rangées suivant un ordre méthodique. Tel est l'objet qu'Euclide, géomètre de l'école d'Alexandrie,
An av. J.C. 300. s'est proposé dans ses fameux *Elémens*. Cet

ouvrage est divisé en quinze livres, dont onze appartiennent à la Géométrie pure; les quatre autres traitent des proportions en général, et des principaux caractères des nombres commensurables, et des nombres incommensurables. Quoique la théorie des sections coniques fût déjà avancée au temps où Euclide a écrit, il n'en a pas parlé, n'ayant alors pour objet que la Géométrie élémentaire; mais on voit par ses *data*, et par quelques fragmens d'autres ouvrages, qu'il était très-versé dans cette théorie.

Jamais livre de science n'a eu un succès comparable à celui des élémens d'Euclide. Ils ont *été enseignés* exclusivement, pendant plusieurs siècles, dans toutes les écoles de Mathématiques, traduits et commentés dans toutes les langues: preuve certaine de leur excellence.

Rigueur scrupuleuse des anciens dans leurs démonstrations.

Les anciens géomètres s'attachaient à mettre toute la rigueur possible dans leurs démonstrations. D'un petit nombre d'axiômes ou de propositions évidentes par elles-mêmes, ils déduisaient d'une manière incontestable la vérité des propositions secondaires qu'ils voulaient établir, sans se permettre aucune de ces suppositions un peu libres que les modernes emploient quelquefois pour simplifier les

raisonnemens et les conséquences. Un de leurs grands principes était la réduction à l'absurde : ils concluaient que deux rapports devaient être égaux, quand ils avaient prouvé que de la non égalité il résulterait que l'un serait tout à la fois plus grand et plus petit que l'autre ; ce qui implique contradiction. Par exemple, fallait-il démontrer que les circonférences de deux cercles sont comme les diamètres ? ils auraient cru pécher contre la rigueur géométrique, si, après avoir prouvé que les contours de deux polygones réguliers semblables, inscrits dans les deux cercles, sont toujours comme les diamètres, en quelque nombre que soient les côtés des polygones, ils avaient fini par confondre les circonférences et les contours des deux polygones, et par conséquent aussi les deux rapports, en multipliant à l'infini le nombre des côtés des deux polygones. Leur marche était plus serrée. Ils commençaient par établir qu'en soudivisant continuellement en deux parties égales chacun des arcs soutenus par les côtés des polygones, les contours des nouveaux polygones, toujours proportionnels aux diamètres, approchaient continuellement des circonférences jusqu'à n'en différer enfin que de quantités inassignables : ensuite ils faisaient voir qu'on ne pouvait pas

supposer, sans tomber dans des absurdités, que le rapport des deux circonférences fût plus grand ou plus petit que celui des contours des deux derniers polygones rectilignes, ou des diamètres; d'où ils concluaient que ces deux rapports étaient les mêmes.

Euclide, dans ses élémens, s'est conformé à cette méthode rigoureuse, consacrée par l'assentiment unanime des anciens géomètres. Mais par là même, ses démonstrations sont quelquefois longues, indirectes, compliquées, et les commençans ont de la peine à les suivre. C'est ce qui a déterminé plusieurs modernes, dans les éditions qu'ils ont données des élémens d'Euclide, à employer des démonstrations plus simples et plus faciles que celles de l'auteur. Peut-être faut-il attribuer à cet inconvénient, attaché aux anciennes méthodes, les difficultés que Ptolomée Philadelphe, roi d'Egypte, d'ailleurs homme d'esprit, éprouvait dans l'étude des Mathématiques. Fatigué par l'extrême attention qu'il fallait y donner, il demanda un jour à Euclide s'il ne pouvait pas applanir la route en sa faveur; le géomètre philosophe répondit ingénuement: *Non, prince, il n'y a point de chemin particulier pour les rois.*

On trouve dans les élémens d'Euclide tous

les principes nécessaires pour déterminer les contours et les surfaces des polygones rectilignes, les surfaces et les solidités des polyèdres terminés par des faces planes rectilignes : il y manque la méthode pour mesurer la circonférence du cercle, quoique l'auteur soit entré d'ailleurs dans plusieurs détails sur les propriétés de cette courbe, et sur ses divers usages pour la détermination et la comparaison des angles. Il démontre, à la vérité, que les circonférences de deux cercles sont comme les diamètres ; que les surfaces sont comme les quarrés des diamètres ; qu'un cylindre est égal au produit de sa base et de sa hauteur ; qu'un cône est le tiers du cylindre de même base et de même hauteur : mais toutes ces propositions sont incomplètes, ou demeurent stériles, tant qu'on ne connaît pas la longueur de la circonférence du cercle, relativement au diamètre ou au rayon. Cette connaissance, si on la possédait, ferait trouver la surface du cercle, ou en d'autres termes sa *quadrature*. En effet, on voit, par Euclide même, qu'en inscrivant dans un cercle des polygones réguliers dont le nombre des côtés aille continuellement en augmentant jusqu'à l'infini, la surface du cercle est égale à celle d'un triangle qui aurait pour base la circonférence développée en ligne

Problème de la quadrature du cercle.

droite, et pour hauteur le rayon; d'où il suit qu'on aurait un quarré égal en surface au cercle, en prenant une moyenne proportionnelle géométrique entre la circonférence et la moitié du rayon; mais Euclide n'a pas donné ce supplément nécessaire.

Archimède, le plus grand géomètre de l'antiquité, est le premier qui ait découvert le rapport de la circonférence au diamètre, non pas dans la rigueur géométrique, mais par une méthode d'approximation, admirable dans son espèce, source et modèle de toutes les quadratures approchées des espaces curvilignes, lorsqu'on manque de moyens pour les déterminer exactement et sans rien négliger. An. av. J C. 250.

Ayant reconnu que si l'on inscrit et circonscrit au cercle deux polygones réguliers d'un même nombre de côtés, qui aille continuellement en augmentant, la circonférence du cercle est placée entre leurs contours, plus grande que l'un, moins grande que l'autre, et qu'enfin la différence peut devenir moindre que toute quantité assignable : il supposa que les deux premiers polygones avaient chacun six côtés, les deux suivans chacun douze, et continuant ainsi la progression double jusqu'au nombre quatre-vingt-seize, il vit, à ce terme auquel il s'arrêta, que les contours des

deux polygones approchaient fort de l'égalité. Il prit en conséquence la moyenne arithmétique entr'eux pour la valeur approchée de la circonférence ; et la conclusion de son calcul fut qu'en représentant le diamètre par le nombre 7, la circonférence est comprise entre les deux nombres 21 et 22, beaucoup plus voisine du second que du premier. La même méthode poussée plus loin, fait trouver le rapport du diamètre à la circonférence plus exactement ; mais celui de 7 à 22 est suffisant dans les problèmes de pratique, qui ne demandent pas une très-grande précision.

On a fait, depuis Archimède, une foule de tentatives inutiles, pour assigner le rapport rigoureux du diamètre à la circonférence. Les vrais géomètres regardent ce problème, sinon comme absolument insoluble en lui-même, au moins comme tel par les moyens que la Géométrie peut offrir dans son état présent. Si on a pu concevoir un moment l'espérance de le résoudre, c'est à la naissance de l'analyse infinitésimale ; car cette méthode a rectifié et quarré des courbes où l'ancienne Géométrie avait échoué ; mais le cercle lui a résisté, et il n'y a plus aujourd'hui que les commençans, ou même des gens absolument étrangers à la Géométrie, qui cherchent

la quadrature absolue et rigoureuse du cercle.

Les nombreuses découvertes dont Archimède a enrichi les Mathématiques, l'ont placé dans le petit nombre de ces hommes rares et inventeurs qui donnent de temps en temps une grande impulsion à toute la masse des sciences. Outre l'écrit *de dimensione circuli*, dont je viens de donner le précis, nous avons ses traités *de Sphœra et Cylindro ; de Conoïdibus et Sphœroidibus ; de Spiralibus et Helicibus ; de Quadraturâ parabolæ ; de Æquiponderantibus ; de Humido insidentibus*, etc. dans lesquels on admire la puissance de son génie. Les titres de ces différens ouvrages en font assez connaître les sujets. Je n'en donnerai pas ici l'analyse ; je me contenterai d'en rapporter quelques résultats principaux.

Dans le traité *de Sphœra et Cylindro*, Archimède détermine le rapport de la sphère au cylindre, tant pour la surface que pour la solidité; il fait voir que la surface de la sphère est égale à la surface convexe du cylindre circonscrit, ou, ce qui est la même chose, au quadruple de l'un de ses grands cercles; que la surface d'un segment sphérique est égale à la surface cylindrique correspondante, ou à celle du cercle qui a pour rayon la corde menée du

sommet à un point de la circonférence de la base; que la solidité de la sphère est les deux tiers de celle du cylindre, etc. Le traité *de Conoïdibus* contient plusieurs propriétés des solides produits par la révolution des sections coniques autour de leurs axes. Archimède compare ces solides entr'eux; il détermine leurs rapports avec le cylindre, et le cône de même base et de même hauteur; il démontre, par exemple, que la solidité du paraboloïde n'est que la moitié de celle du cylindre circonscrit, etc. Dans l'écrit sur la quadrature de la parabole, il prouve de deux manières également ingénieuses, que la surface de la parabole est les deux tiers du rectangle circonscrit; premier exemple de la quadrature absolue et rigoureuse d'un espace compris entre des lignes droites et une courbe. Le traité des spirales est fondé sur une Géométrie très-profonde: Archimède compare les longueurs de ces courbes avec des arcs de cercles correspondans, les espaces qu'elles renferment avec les espaces circulaires; il en mène les tangentes, les perpendiculaires, etc. Toutes ces recherches, aujourd'hui si faciles depuis l'invention de l'analyse infinitésimale, étaient d'une extrême difficulté par la Géométrie de ce temps-là. Il ne faut donc pas être surpris si les démonstrations d'Archimède sont

un peu compliquées; on doit admirer au contraire la force de tête dont il a eu besoin pour ne pas laisser échapper ou rompre la chaîne d'un si grand nombre de propositions.

Ce précis est suffisant pour donner une idée générale des découvertes géométriques d'Archimède; j'ajouterai qu'il a étendu et démontré clairement l'usage de l'analyse géométrique dont l'école de Platon avait donné les principes. On verra d'autres preuves du génie de ce grand homme, quand je parlerai de la mécanique, de l'hydrostatique et de l'optique.

Archimède aimait la gloire, non pas ce vain fantôme que la médiocrité poursuit et ne peut même atteindre, mais la gloire solide, cette considération, ce respect dû à l'homme de génie qui recule les bornes des sciences. Il désira, en mourant, que, pour perpétuer à tous les yeux la mémoire de sa plus brillante découverte, on gravât sur son tombeau une sphère inscrite au cylindre: son vœu fut rempli; mais les Siciliens, ses compatriotes, distraits ou emportés par des intérêts étrangers à la Géométrie, eurent bientôt oublié l'homme qui les honore le plus en présence de la postérité. Deux cents ans après sa mort, Cicéron étant questeur en Sicile, rendit pour ainsi dire, et pour employer ses propres termes, *une*

Cic. Tusc. V. *seconde fois Archimède à la lumière.* N'en ayant rien pu apprendre par les Siciliens, il fit chercher son tombeau d'après la simple connaissance historique du signe que je viens de rapporter, et de six vers grecs qu'on avait gravés autour de la base. Après bien des peines, on le découvrit enfin sous un amas de ronces, dans une campagne voisine de Syracuse. Les Siciliens rougirent de leur ignorance et de leur ingratitude.

An av. J.C. 200. Il s'était à peine écoulé cinquante ans depuis Archimède, lorsqu'on vit paraître un autre géomètre qui l'a presque égalé, et qui est du moins incontestablement le second géomètre de l'antiquité : je veux dire *Apollonius*, né à Pergée en Pamphylie, d'où on l'appelle *Apollonius Pergœus*. Ses contemporains le surnommèrent le *grand géomètre*, le géomètre par excellence. La postérité lui a confirmé ce titre glorieux, sans préjudice d'Archimède, qui conserve le premier rang.

Apollonius avait composé un grand nombre d'ouvrages sur la Géométrie transcendante de son temps : la plupart sont perdus, ou ne subsistent que par fragmens ; mais nous avons du moins, presque en totalité, son traité des *sections coniques*, qui suffit seul pour justifier la grande réputation de l'auteur. Ce traité

était divisé en huit livres. Les quatre premiers ont passé jusqu'à nous dans leur langue originale, c'est-à-dire en grec ; les trois suivans ne nous sont parvenus que par une traduction qui en avait été faite en arabe vers l'an 1250, et qui fut elle-même mise en latin vers le milieu du dix-septième siècle ; le huitième livre est entièrement perdu. Le célèbre Halley a revu et corrigé très-exactement le texte d'Apollonius et la traduction faite d'après l'arabe ; il a restitué de lui-même le huitième livre d'après le plan d'Apollonius, et il a formé du tout une magnifique édition, publiée à Oxford en 1710.

Dans les quatre premiers livres, Apollonius traite de la génération des sections coniques, et de leurs principales propriétés par rapport aux axes, aux foyers et aux diamètres. La plupart de ces choses étaient déjà connues ; mais lorsqu'Apollonius emprunte quelques propositions de ses prédécesseurs, c'est en homme de génie qui perfectionne et accroît la science. Avant lui, on n'avait considéré les sections coniques que dans le cône droit ; il les prend dans un cône quelconque, toujours à base circulaire, et il démontre plusieurs théorèmes, ou nouveaux, ou présentés sous une forme plus générale qu'ils ne l'avaient encore été.

Les livres suivans contiennent une foule de théorèmes et de problèmes remarquables, jusqu'alors absolument inconnus; et c'est par-là qu'Apollonius a principalement mérité le titre de grand géomètre. J'en citerai quelques traits.

Dans le cinquième livre, Apollonius détermine *les plus grandes et les moindres* lignes qu'on peut mener d'un point donné au périmètre d'une section conique. Il suppose d'abord que le point donné est placé sur l'axe de la section conique, et il résout à ce sujet un grand nombres de problèmes curieux avec une simplicité et une élégance qu'on ne peut trop admirer; ensuite il étend la recherche au cas où le point est placé hors de l'axe : nouveau champ de problèmes encore plus difficiles. Par exemple, dans la proposition LXII, il détermine la plus courte ligne qu'on peut mener d'un point donné, placé dans l'intérieur d'une parabole, et hors de l'axe, par une construction très-ingénieuse où il emploie une hyperbole équilatère entre ses asymptotes, qui va couper la parabole au point cherché. On trouve dans ce même livre le germe de la sublime théorie des développées que la Géométrie moderne a poussée si loin.

Le sixième livre a pour objet la comparaison

des sections coniques, portions de sections coniques, semblables ou non semblables: Apollonius enseigne à couper un cône donné, de manière que la section ait des dimensions données; il détermine sur un cône semblable à un cône donné, une section conique de dimensions données : partout une simplicité, une élégance, une clarté infiniment satisfaisantes pour les amateurs de l'ancienne Géométrie.

Dans le septième livre dont le huitième faisait partie ou suite, Apollonius démontre, et c'est pour la première fois que ces théorèmes importans paraissent dans la Géométrie, que dans l'ellipse ou l'hyperbole, la somme ou la différence des quarrés des axes est égale à la somme ou à la différence des quarrés de deux diamètres conjugués; et que dans l'une et l'autre courbe, le rectangle construit autour des deux axes est égal au parallélogramme construit autour de deux diamètres conjugués. Je passe sous silence d'autres propositions très-curieuses et non moins profondes.

Epoque de la plus grande gloire de l'ancienne Géométrie.

Le siècle d'Archimède et d'Apollonius a été le temps le plus brillant de l'ancienne Géométrie. Après ces deux grands hommes, on ne rencontre plus de géomètre du premier ordre dans la période qui nous occupe; mais

il en est plusieurs autres qui ont néanmoins enrichi la Géométrie de découvertes ou de théories intéressantes, et qui par-là méritent l'estime et la reconnaissance de la postérité.

Il paraît que les grands inventeurs, trop livrés peut-être aux spéculations abstraites et théoriques de la Géométrie, attachaient peu d'importance aux applications qu'on en pouvait faire à la pratique. Telle est, sans doute, la cause qui a fait tomber dans l'oubli la première origine de la Trigonométrie, ou de cette branche de la Géométrie par laquelle on trouve la relation entre les côtés et les angles d'un triangle. Elle offre cependant des problèmes curieux qui ont dû exciter naturellement les recherches des premiers géomètres. Par exemple, on aura pu désirer ou avoir besoin de connaître la largeur d'une grande rivière, sans être obligé ou sans être en pouvoir de la mesurer immédiatement; on aura voulu savoir la distance des sommets de deux montagnes séparées par des précipices; ainsi de plusieurs autres questions du même genre: or, on parvient à résoudre tous ces problèmes par la formation d'un triangle qui ait pour un de ses élémens la quantité cherchée, et dans lequel on connaisse trois des six choses (trois côtés et trois angles) qui le composent, avec cette

Trigonométrie rectiligne.

condition que parmi les trois choses connues, il y ait un côté que l'on puisse mesurer immédiatement, ou conclure d'une autre distance connue. On voit par-là que les principes de la Trigonométrie rectiligne sont fort simples. On a des indices que les Egyptiens ne les ont pas ignorés ; on a la certitude qu'ils étaient familiers aux Grecs. Outre leur usage pour la mesure des distances terrestres, ils s'appliquaient à plusieurs problèmes d'astronomie.

Trigonométrie sphérique.

De cette considération des triangles rectilignes, on s'éleva à une théorie semblable sur les triangles sphériques, c'est-à-dire, sur les triangles formés par trois arcs de grands cercles d'une sphère, qui se coupent : théorie spécialement utile, et en quelque sorte indispensable dans l'Astronomie. Elle est un peu compliquée, parce qu'il faut aller saisir dans un espace étendu suivant les trois dimensions, les rapports des côtés et des angles d'un triangle dont les trois côtés sont des arcs de cercle. Aussi la naissance de la Trigonométrie sphérique a-t-elle été tardive. On n'a aucune raison de croire qu'elle eût fait des progrès, au moins des progrès un peu marqués, avant Ménélaüs, qui vivait vers l'an 55 de l'ère chrétienne, et qui était tout à la fois habile géomètre et grand astronome. Il avait écrit un traité des *Cordes*,

qui est perdu ; nous avons son traité des *Triangles sphériques*, ouvrage savant où l'on trouve la formation de ces triangles, et la méthode trigonométrique pour les résoudre dans le plus grand nombre de cas nécessaires à la pratique de l'ancienne astronomie.

Perspective. Il existe une autre théorie géométrique, la Perspective, sur laquelle on est en doute si elle a été connue des anciens. Pour moi, je ne vois pas que cela puisse faire une question à l'égard de la perspective *linéaire ;* car cette science, si on peut lui donner ce nom particulier, n'est qu'une application très-simple et très-facile de la théorie des triangles semblables. En effet, elle se réduit à représenter sur un plan, ou sur une surface donnée, un objet tel qu'il paraît étant vu d'un point donné ; ou en langage géométrique, à projeter sur une surface donnée les parties d'un objet par des lignes menées d'un point fixe et donné à tous les points de cet objet. Or, un tel problème n'est-il pas contenu plus que virtuellement dans les élémens d'Euclide, sans compter que peut-être il a été résolu, d'une manière explicite, dans quelqu'ouvrage qui ne nous est pas parvenu ? Si cependant quelqu'un n'était pas satisfait de cette preuve de droit, je lui en produirai une de fait, tirée de Vitruve. Le passage

qui la renferme n'a pas été traduit d'une manière parfaitement conforme au sens par Claude Perraut, et on ne peut guère se dispenser d'adopter de préférence la traduction suivante, que M. Jalabert a donnée. « Agatharque, » au temps qu'Eschyle représentait des tragé» dies à Athènes, fut le premier à faire les » décorations du théâtre. . . . . . . A son » exemple, Démocrite et Anaxagore écri» virent sur ce sujet, comment ayant mis un » point en certain lieu par rapport à l'œil et » aux rayons visuels, on y fait répondre cer» taines lignes proportionnelles aux distances » naturelles, en sorte que d'une chose cachée, » ou qu'on aurait de la peine à deviner, il en » résulte des images ressemblantes aux objets, » telles, par exemple, qu'elles représentent des » édifices sur le théâtre, lesquelles, quoique » peintes sur une surface plate, paraissent » avancer en des endroits. » Voilà, ce me semble, la perspective linéaire bien désignée.

Lib. VII, Præf.

Mém. de l'ac. des belles lett., tom. XXIII, pag. 341.

La question n'est pas si facile à résoudre par rapport à la perspective aérienne, qui dépend de l'opposition et de la dégradation des couleurs. Quelques modernes prétendent que les anciens n'en avaient que des notions imparfaites, fondées sur une espèce de routine; mais j'avoue que je suis très-frappé des raisons

que le comte de Caylus apporte pour établir l'opinion contraire. Qu'on pèse le passage suivant, extrait de la dissertation où ce savant critique discute la matière. « La peinture an-
Mém. de l'ac. des belles-lett. tom. XXIII, pag. 313.
» cienne, au moins la plus parfaite et la plus
» terminée, n'existe plus pour nous con-
» vaincre du degré auquel les anciens ont
» porté la perspective. Il est certain qu'au
» siècle même d'Auguste, les tableaux de
» Zeuxis, de Protogènes et des autres grands
» peintres du bon temps de la Grèce, se
» distinguaient à peine, tant les couleurs en
» étaient évaporées, effacées, et le bois ver-
» moulu; car les tableaux portatifs n'étaient
» peints sur aucune autre matière, du moins
» nous ne l'apprenons d'aucun historien. Que
» nous reste-t-il donc aujourd'hui pour établir
» notre jugement, soit pour attaquer, soit
» pour défendre? Quelques peintures sur la
» muraille, que nous sommes trop heureux
» d'avoir, mais que notre goût pour l'antique
» ne doit pas nous faire admirer également.
» Quelque belles qu'elles puissent être à cer-
» tains égards, il est certain qu'on ne peut
» les comparer à ces superbes tableaux dont
» les auteurs anciens ont fait de si grands
» éloges, dont ils parlaient à ceux même qui
» les admiraient avec eux, à ceux qui sentaient

» tout le mérite de ces chefs-d'œuvres de
» sculpture sur lesquels on ne peut soup-
» çonner ces auteurs de prévention, puisque
» nous en jugeons, que nous les admirons
» tous les jours, et qu'enfin nous savons
» qu'ils étaient également employés à la déco-
» ration des temples et des autres lieux pu-
» blics. Ces arts se suivent; je le dirai sans
» cesse, et j'ajouterai qu'il est physiquement
» impossible que l'un (la sculpture) fût élé-
» gant et sublime, tandis que l'autre (la
» peinture) aurait été réduit à un point de
» platitude et d'imperfection, telle que serait
» en effet une peinture sans relief, sans dégra-
» dation, enfin, sans ce qu'on appelle l'intel-
» ligence de l'harmonie. »

Si j'écrivais une histoire détaillée des Mathématiques, je pourrais faire une ample liste des géomètres qui ont fleuri depuis le temps d'Archimède jusqu'à la destruction de l'école d'Alexandrie. Je citerais Conon et Dositée, tous deux amis d'Archimède, et l'un et l'autre très-savans; Géminus, mathématicien de Rhodes, qui avait écrit un ouvrage intitulé: *Enarrationes geometricæ*, etc.; mais je me bornerai à faire passer ici rapidement sous les yeux du lecteur ceux dont il nous reste quelques ouvrages, et dont nous pouvons parler

avec quelque connaissance de cause, sans être entièrement conduits par les simples énonciations des historiens.

An av. J.C. 60. Théodose se présente d'abord avec son traité des *Sphériques*, dans lequel il examine les propriétés qu'ont les uns par rapport aux autres, les cercles que l'on forme en coupant une sphère dans tous les sens. Cet ouvrage, excellent en lui-même, peut être regardé comme une introduction à la Trigonométrie sphérique. La plupart des propositions que l'auteur donne paraissent aujourd'hui évidentes au premier coup d'œil; mais, fidèle aux maximes des anciens, il démontre tout avec la plus grande rigueur et avec beaucoup d'élégance. On a encore de Théodose deux traités intitulés : *De Habitationibus, de Diebus et Noctibus*, qui contiennent l'explication des phénomènes célestes qu'on doit apercevoir des différens lieux de la terre.

Depuis Théodose, on parcourt un espace de trois ou quatre cents ans sans rencontrer aucun géomètre d'un certain ordre, si vous en exceptez Ménélaüs que j'ai déjà fait suffisamment connaître. Enfin, on arrive à Pappus (An de J.C. 385.) et à Dioclès, dont j'ai aussi parlé avec éloge à l'occasion des deux problèmes particuliers de la duplication du cube et de la trisection

de l'angle, et qui reviennent ici sous de nouveaux rapports. On voit encore paraître quelques autres géomètres d'un mérite distingué.

Les collections mathématiques de Pappus offrent un des plus précieux monumens de l'ancienne Géométrie. L'auteur y a rassemblé le précis d'un grand nombre d'excellens ouvrages presque tous perdus aujourd'hui, et il y a joint, de son propre fonds, plusieurs propositions nouvelles, curieuses et savantes. Ainsi il ne faut pas regarder ce recueil comme une compilation ordinaire : j'ajoute que même sous ce point de vue, il mériterait toute notre estime, puisqu'il représente à peu près l'état des anciennes Mathématiques. Il était divisé en huit livres : les deux premiers sont perdus ; les autres ont, en général, pour objet des questions de géométrie, et quelques-unes d'astronomie, ou de mécanique.

Entr'autres recherches, Pappus s'est proposé le problème des lieux géométriques dans toute son étendue, et il en a fort avancé la solution. Comme elle demandait pour être achevée le secours de l'algèbre, je me réserve d'en parler quand il sera question des découvertes géométriques de Descartes, sous la troisième période.

Pappus a donné la solution d'un autre

problème très-curieux, et d'une espèce alors absolument nouvelle : c'était de trouver des espaces quarrables sur la surface de la sphère. Il démontre, au moyen des théorèmes d'Archimède, que *si un point mobile, partant du sommet d'un hémisphère, parcourt un quart de circonférence, tandis que ce quart de circonférence fait une révolution entière autour de l'axe, l'espace compris entre la circonférence de la base et la spirale à double courbure décrite sur la surface sphérique par le point mobile, est égal au quarré du diamètre.* La proposition peut être facilement généralisée, et on trouve que si, tout restant d'ailleurs le même, le quart de circonférence, au lieu de faire une révolution entière, n'en fait qu'une partie donnée, l'espace sphérique compris entre le quart de circonférence dans sa position initiale, l'arc correspondant de la base, et la spirale sphérique, est au quarré du rayon, comme l'arc de la base est au quart de circonférence. Plusieurs grands géomètres ont traité en général la question de déterminer des espaces quarrables sur une surface donnée, comme on le verra sous la quatrième période.

Lib. IV, propos. XXX.

Je dois ajouter encore, à la louange de Pappus, qu'on trouve à la fin de la préface

de son septième livre, une idée assez distincte du fameux théorème attribué vulgairement au P. Guldin, jésuite, que *l'étendue superficielle ou solide, engendrée par le mouvement d'une ligne ou d'un plan, est égale au produit de la ligne génératrice, ou du plan générateur, par le chemin que décrit son centre de gravité.*

Quoiqu'il nous reste peu d'ouvrages de Dioclès, nous en avons assez pour juger qu'il était doué d'une grande sagacité. Outre sa cissoïde, il trouva la solution d'un problème qu'Archimède s'était proposé dans son traité *de Sphæra et Cylindro*, et qui consistait à *couper, par un plan, une sphère en raison donnée.* On ignore si Archimède avait lui-même résolu cette question, alors fort difficile, et qui mène, suivant les méthodes modernes, à une équation du troisième degré. La solution de Dioclès, savante et profonde, se termine à une construction géométrique, par le moyen des intersections de deux sections coniques; elle nous a été conservée par Eutocius, qui était lui-même un très-bon géomètre, et dont on estime beaucoup en particulier les commentaires sur une partie des ouvrages d'Archimède et d'Apollonius. An de J. C. 520.

On place à peu près vers le temps de

Dioclès un autre savant géomètre, appelé Serenus, dont il nous reste deux livres sur la section du cylindre et du cône, que Halley a fait réimprimer en grec et en latin, à la suite de l'édition d'Apollonius. Dans son premier livre, Serenus considère l'ellipse comme une section oblique du cylindre, et il fait voir que la courbe formée de cette manière est la même que l'ellipse conique; il apprend à couper un cylindre, et un cône, de telle sorte que les deux sections soient égales et semblables. Le second livre traite des sections du cône droit et du cône scalène, par des plans qui passent tous par le sommet; ce qui produit des triangles rectilignes, dont la comparaison donne lieu à un grand nombre de théorèmes et de problèmes curieux, à raison des différens rapports qui peuvent exister entre l'axe, le rayon de la base, et l'angle de l'axe avec la base. L'ouvrage entier de Serenus est une chaîne de propositions intéressantes et démontrées très-clairement. On ne sait aucun détail sur la personne de l'auteur.

Je n'oublierai pas de citer Proclus, chef
An de J. C. 500. de l'école platonicienne établie à Athènes. Il a rendu d'importans services aux sciences; il encourageait ceux qui s'y livraient, par son

exemple, ses instructions et ses bienfaits : il a laissé sur le premier livre d'Euclide un commentaire qui contient des observations curieuses touchant l'histoire et la métaphysique de la Géométrie.

Il eut pour successeur Marinus, auteur d'une préface ou introduction aux *données* d'Euclide, laquelle est ordinairement imprimée à la tête de cet ouvrage.

Nous n'avons aucun ouvrage d'Isidore de Milet, disciple de Proclus ; mais nous le citons, parce qu'on le représente comme un homme très-savant dans la Géométrie et la Mécanique, et qu'il fut employé à la construction du temple de sainte Sophie à Constantinople, sous l'empereur Justinien, avec An de J. C.
Anthémius, dont il nous reste un précieux 550.
fragment sur lequel je m'étendrai un peu dans la suite, quand je parlerai des miroirs ardens d'Archimède.

On cite encore, parmi les anciens géomè- An de J. C.
tres, Héron *le jeune*, ainsi nommé pour le 600.
distinguer de Héron d'Alexandrie, dont il sera parlé à l'article de l'Hydrostatique. Sa Géodésie, ouvrage d'ailleurs peu important, contient la méthode de trouver l'aire d'un triangle par le moyen des trois côtés, mais sans démonstration. On croit que cette propo-

sition est l'ouvrage de quelque mathématicien antérieur et plus profond.

Il est inutile d'enfler ce précis historique de noms de quelques géomètres qui ont pu être utiles à l'instruction de leurs contemporains, mais qui, n'ayant pas contribué, au moins d'une manière sensible, aux progrès de la science, ne méritent guère d'arrêter les regards de la postérité.

---

## CHAPITRE III.

### *Origine et progrès de la Mécanique.*

Les anciens avaient porté la partie organique des *engins*, ou *instrumens mécaniques*, à un point d'industrie et de perfection d'autant plus surprenant, qu'ils n'en ont connu que très-tard les principes théoriques. Vitruve, dans son dixième livre, fait l'énumération de diverses machines très-ingénieuses, et qui dès lors étaient en usage depuis un temps immémorial. On y voit que, pour élever ou transporter des fardeaux, ils employaient la plupart des moyens dont nous nous servons encore aujourd'hui : tels sont les cabestans, les poulies mouflées, les grues, les plans inclinés, etc. Les difficultés faisaient naître les ressources. Par exemple, quand l'architecte Ctésiphon, chargé de la construction du temple d'Ephèse *, eut fait tailler dans la

* On ne connaît pas la date de la construction du temple d'Ephèse : on sait qu'il fut brûlé par Erostrate, la nuit qu'Alexandre vint au monde, en l'année 356 avant J. C.

carrière même les colonnes qui devaient soutenir ou orner cet immense édifice, et qu'il fut question de les amener à Ephèse, il sentit qu'en les posant sur un char ordinaire, leur poids énorme ferait enfoncer les roues dans la terre, et rendrait le mouvement impossible : il eut donc recours à un autre moyen fort simple; il scella aux centres des bases opposées d'une colonne, deux forts boulons de fer qui s'emboîtaient à deux longues pièces de bois jointes ensemble par une traverse. Alors des bœufs, attelés à cette espèce de châssis, firent rouler aisément la colonne. C'est par une semblable mécanique que nous applanissons nos terrasses, nos jardins, etc. Pareillement Métagène, fils de Ctésiphon, et continuateur du temple d'Ephèse, ayant à faire transporter à Ephèse les pierres qui devaient former les architraves du temple, engagea ces pierres entre deux roues qui avaient douze pieds de diamètre, et qui, par leur voisinage, ne formaient, pour ainsi dire, qu'un même cylindre.

Je pourrais citer une multitude d'autres exemples du génie des anciens dans la mécanique pratique; l'art militaire seul m'en fournirait plusieurs : on sait qu'avec leurs catapultes, leurs scorpions, leurs balistes, etc. ils produisaient une partie de ces terribles effets

que l'invention de la poudre n'a que trop facilités pour le malheur des hommes.

Les anciens n'ont pas été aussi heureux dans la théorie de la Mécanique. On voit, par quelques écrits d'Aristote, que ce philosophe, et à plus forte raison tous ses prédécesseurs, n'avaient que des notions confuses ou même fausses sur la nature de l'équilibre et du mouvement. An av. J. C. 320.

La véritable théorie de l'équilibre des machines ne remonte pas plus haut qu'au temps d'Archimède, et c'est à ce grand géomètre qu'on en doit les élémens. Dans son livre *de Æquiponderantibus*, il considère une balance soutenue par un appui, et portant un poids à chaque bassin : en prenant pour base que lorsque les deux bras de la balance sont égaux, les deux poids supposés en équilibre sont aussi nécessairement égaux, il fait voir ensuite que si l'un des bras vient à augmenter, le poids qui y est appliqué doit diminuer en même raison. D'où il conclut en général que deux poids suspendus à des bras inégaux d'une balance et en équilibre, doivent être réciproquement proportionnels aux bras de la balance. Ce principe renferme, comme on sait, toute la théorie de l'équilibre du levier, et des machines qui s'y rapportent. Archimède

Statique, ou théorie de l'équilibre.

ayant de plus observé que les deux poids produisent sur l'appui de la balance la même pression que s'ils y étaient immédiatement appliqués, fait par la pensée cette substitution, et combinant la somme des deux poids avec un troisième poids, il parvient à la même conclusion pour l'assemblage des trois que pour celui des deux premiers; ainsi de suite. Par-là, il démontre de proche en proche qu'il existe, dans tout système de petits corps, ou dans tout grand corps regardé comme un tel système, un centre général d'effort qu'on appelle le *centre de gravité*. Il applique cette théorie à des exemples : il détermine la position du centre de gravité dans le parallélogramme, le triangle, le trapèze rectiligne ordinaire, l'aire de la parabole, le trapèze parabolique, etc.

On lui attribue encore la théorie du plan incliné, de la poulie et de la vis. Il avait imaginé une multitude de machines composées; mais il négligea de les décrire, et il n'en reste pour ainsi dire que la renommée.

On peut juger de l'état où était alors la théorie de la Mécanique, par le profond étonnement où il jeta le roi Hiéron, son parent, quand il lui dit qu'avec un point fixe, il soulèverait le globe de la terre : *Da mihi*

*ubi consistam, et terram commovebo.* Cette proposition n'est cependant qu'une conséquence fort simple de l'équilibre du levier : en allongeant l'un des bras, et diminuant à proportion le poids appliqué à son extrémité, on peut faire équilibre à un poids quelconque appliqué au bras le plus court. Pappus, lib. 8, prop. X.

Si Archimède n'eût été que le premier géomètre de son siècle, il aurait pu, avec ce grand titre de gloire à la main, vivre et mourir dans l'obscurité : il s'attira la plus haute considération par ses machines. Telle est la boussole, qui dirige l'estime du vulgaire, c'est-à-dire, de la presque totalité des hommes. Incapable d'apprécier les spéculations du génie, la multitude admire l'homme qui frappe ses sens et son imagination par des spectacles nouveaux et extraordinaires. Archimède était bien éloigné d'attacher le même prix à ses inventions mécaniques. Ecoutons à ce sujet Plutarque dans la vie de Marcellus. Après avoir raconté qu'au siége de Syracuse un ingénieur romain, nommé *Appius*, faisait jouer plusieurs grandes machines pour renverser les murs de la ville, il continue ainsi, suivant la traduction d'Amiot: « Archimède ne se soucioit pas de tout cela ; » comme aussi n'étoit-ce rien en comparaison » des engins qu'il avoit inventés : non que lui

» en fît autrement cas ne compte, ni qu'il les
» eût faits comme chefs-d'œuvres pour mon-
» trer son esprit ; car c'étoient, pour la plu-
» part, jeux de la Géométrie qu'il avoit faits
» en s'esbattant par manière de passe-temps,
» à l'instance du roi Hiéron, lequel l'avoit
» prié de révoquer un petit la Géométrie de la
» spéculation des choses intellectives à l'action
» des corporelles et sensibles, et faire que la
» raison démonstrative fût un peu plus évi-
» dente et plus facile à comprendre au commun
» du peuple, en la mettant par expérience ma-
» térielle à l'utilité publique. » A la suite de ce passage, Plutarque fait l'histoire du long retardement que les machines d'Archimède apportèrent à la prise de Syracuse ; ensuite il poursuit de la sorte : « Et néanmoins Archimède a
» eu le cœur si haut et l'entendement si pro-
» fond, et où il y avoit un trésor caché de
» tant d'inventions géométriques, qu'il ne
» daigna jamais laisser par écrit aucun œuvre
» de la manière de dresser toutes ces machines
» de guerre pour lesquelles il acquit lors
» gloire et renommée, non de science hu-
» maine, mais plutôt de divine sapience :
» ains, réputant toute cette science d'in-
» venter et composer machines, et généra-
» lement tout art qui apporte quelqu'utilité à

» la mettre en usage, vile, basse et merce-
» naire, il employa son esprit et son étude à
» écrire seulement choses dont la beauté et
» subtilité ne fût aucunement mêlée avec
» nécessité; car ce qu'il a écrit sont proposi-
» tions géométriques qui ne reçoivent point
» de comparaison à autres quelles qu'elles
» soient, pour ce que le sujet qu'elles traitent
» combat avec la démonstration, leur don-
» nant le sujet, la beauté et la grandeur; et
» la démonstration, la preuve si exquise qu'il
» n'y a que redire, avec une force et facilité
» merveilleuse : car on ne sauroit trouver en
» toute la Géométrie de plus difficiles ni plus
» profondes matières écrites en plus simples
» et plus clairs termes, et par plus faciles
» principes que sont celles qu'il a inventées. »

Le jugement qu'Archimède portait de la Géométrie de son temps, il l'aurait également porté des grandes découvertes modernes dans la Géométrie et la Mécanique rationnelle. Toutes ces connaissances occupent incontestablement le premier rang dans l'empire des sciences. Il n'est pas permis de placer sur la même ligne la Mécanique pratique, puisqu'un homme qui était tout à la fois un grand géomètre et un grand machiniste, nous le défend d'une manière si positive; cependant, elle

demande quelquefois beaucoup de recherche et de sagacité : et assurément un machiniste du premier ordre, tel que Vaucanson, est un homme plus rare, et mérite plus d'estime qu'un géomètre purement savant et dépourvu de l'esprit d'invention.

Il ne restait, pour compléter la Statique, qu'à développer et à généraliser les principes qu'Archimède avait donnés pour l'équilibre du levier. On ne peut pas douter qu'il n'eût lui-même étendu l'esprit de ces principes aux machines nombreuses qu'il avait imaginées, et dont il n'a pas voulu laisser la description : ses successeurs ne firent autre chose, pendant long-temps, que de se traîner sur ses pas ; et on ne voit pas qu'ils aient enrichi la Statique d'aucune proposition de théorie un peu remarquable ; mais en rapprochant des principes connus, ils produisirent par intervalles un grand nombre de machines très-utiles à la société.

Mécanique du Mouvement.

Les anciens n'ont eu que les notions les plus élémentaires de la théorie du Mouvement : ils ne connaissaient que les propriétés générales du Mouvement uniforme ; ils savaient ce qu'un peu de réflexion et le simple bon sens pouvaient apprendre à tout le monde, qu'un corps se meut d'autant plus vîte, qu'il parcourt plus

d'espace en moins de temps, ou en d'autres termes, que la vitesse s'exprime par le rapport du nombre des mesures de l'espace parcouru au nombre des mesures du temps; que les espaces parcourus uniformément par deux corps sont, en général, comme les produits des temps par les vitesses : de sorte que si les temps sont égaux, les espaces sont comme les vitesses, et si les vitesses sont égales, les espaces sont comme les temps. Mais des connaissances si simples, si faciles, ne peuvent pas être regardées comme une science : la véritable mécanique du Mouvement est celle qui a pour objet la théorie du mouvement varié, et les lois de la communication du mouvement. Elle était inaccessible, dans son état de généralité, à la Géométrie des anciens; elle appartient toute entière aux modernes.

---

## CHAPITRE IV.

### *Origine et progrès de l'Hydrodynamique.*

Si la science de la Mécanique des corps solides a été si lente à se former, celle de l'Hydrodynamique a dû l'être bien davantage ; car, en supposant même qu'on fût parvenu à déterminer géométriquement les conditions de l'équilibre et du mouvement pour un système quelconque des corps solides, la même méthode n'aurait pu être appliquée directement à une masse fluide, dont on ne connaît les élémens ni pour le nombre, ni pour la figure, ni pour la grosseur. Il fallait donc que l'expérience ou une propriété particulière aux fluides vînt d'abord former, pour ainsi dire, un pont de communication d'une science à l'autre. Alors, les bases fondamentales de l'Hydrodynamique étant une fois posées, les problèmes qui en dépendent sont rappelés à la Géométrie et aux lois générales de l'Equilibre et du Mouvement, comme ceux de la Mécanique des corps solides.

Archimède est encore ici le premier qui ait posé les lois fondamentales de l'Hydrostatique,

ou de cette partie de l'Hydrodynamique, qui a pour objet l'équilibre des fluides. L'ouvrage qu'il avait écrit sur ce sujet ne nous est parvenu que par une traduction que les Arabes en avaient faite, et qui a été elle-même mise en latin. Dans cet Etat, il est intitulé : *De Humido insistentibus*, et il est divisé en deux livres. Archimède prend pour base, que toutes les molécules d'un fluide étant supposées égales, également pesantes, demeureront chacune en leur place, ou que toute la masse sera en équilibre, lorsque chaque molécule en particulier sera également pressée en toutes sortes de sens. Cette égalité de pression sur laquelle il fait porter essentiellement l'état d'équilibre, est démontrée par l'expérience. L'auteur examine ensuite les conditions qui doivent avoir lieu pour qu'un corps solide, flottant sur un fluide, prenne et conserve la situation d'équilibre : il fait voir que le centre de gravité du corps et celui de la partie plongée, doivent être placés sur une même ligne verticale, et que le poids total du corps est au poids de la partie fluide déplacée, comme la pesanteur spécifique du fluide est à la pesanteur spécifique du corps; il éclaircit cette théorie générale par divers exemples tirés du triangle, du cône, du paraboloïde, etc.

Hydrostatique.

On voit facilement, par la proposition VII du premier livre, que deux corps égaux en volume, plus pesans l'un et l'autre qu'un fluide où ils sont plongés, y perdent des parties égales de leurs poids, ou que réciproquement deux corps sont égaux en volume quand ils perdent dans le fluide des parties égales de leurs poids. Je cite ce théorème, parce que l'opinion générale des mathématiciens est qu'Archimède en fit usage pour résoudre un problème fameux qui lui fut proposé par le roi Hiéron. Voici à quelle occasion.

Problème de la couronne d'Hiéron.

Ce prince avait fait faire, par un orfévre de Syracuse, une couronne qui, aux termes de la convention, devait être d'or pur; mais, soupçonnant qu'on y avait mêlé de l'argent, il eut recours à Archimède pour éclaircir la vérité, sans endommager la couronne. Il est très-vraisemblable qu'Archimède y parvint de cette manière. Il commença par déterminer deux lingots, l'un d'or pur, l'autre d'argent pur, égaux chacun en volume à la couronne, en pesant pour cela successivement dans l'eau les trois corps, c'est-à-dire, la couronne, le lingot d'or, et le lingot d'argent, et en diminuant ou augmentant par degrés le lingot d'or et le lingot d'argent, jusqu'à ce que l'un et l'autre perdissent exactement la même partie

de leurs poids que la couronne perdait du sien. Cette opération préliminaire faite, Archimède pesa hors de l'eau, ou dans l'air, les trois mêmes corps; et ayant trouvé que la couronne pesait moins que le lingot d'or, et plus que le lingot d'argent, il conclut qu'elle n'était ni d'or pur, ni d'argent pur, mais un mélange de ces deux métaux. Il ne s'agissait plus que de découvrir la proportion du mélange. C'est à quoi il parvint, par un calcul arithmétique fort simple, qui consiste à prendre la partie d'or et la partie d'argent, dans le même rapport que l'excès du poids de la couronne sur le poids du lingot d'argent, et l'excès du poids du lingot d'or sur le poids de la couronne.

Quelques auteurs racontent qu'Archimède se trouvant aux bains quand toutes ces idées se présentèrent à lui, il en sortit aussitôt transporté de joie, et que sans songer à l'état de nudité où il était alors, il se mit à courir dans les rues de Syracuse, en criant de toute sa force : *Je l'ai trouvé! je l'ai trouvé!*

Remarque sur cette solution.

Je n'ai pas le dessein aussi injuste que déplacé de rabaisser cette ingénieuse découverte; mais j'observerai, en faveur de quelques lecteurs, que si la couronne, au lieu de contenir simplement de l'or et de l'argent, comme on le supposait, eût contenu plus de deux métaux,

par exemple, de l'or, de l'argent et du cuivre; on aurait pu la faire du même poids, en combinant ensemble ces trois métaux de plusieurs manières différentes. Alors le problème serait demeuré indéterminé, ou susceptible de plusieurs solutions.

Vis d'Archimède.

La *limace*, ou la vis qui porte le nom d'Archimède, est une machine hydraulique très-simple et très-commode pour élever les eaux à de petites hauteurs. Selon Diodore de Sicile, Archimède inventa cette machine dans son voyage en Egypte, et on s'en servait pour dessécher les marais, les fleuves, etc.; mais Vitruve, contemporain de Diodore, ne la cite point au nombre des découvertes d'Archimède, dont il était néanmoins le grand admirateur. Claude Perrault, traducteur et commentateur de Vitruve, ajoute que *l'usage* CÉLÈBRE *que Diodore donne à cette machine, qui est d'avoir servi à rendre l'Egypte habitable, en épuisant les eaux dont elle était autrefois inondée, peut faire douter qu'elle ne fût beaucoup plus ancienne qu'Archimède.* Si cette conjecture a quelque fondement, ne mêlons point aux possessions légitimes d'Archimède une invention qu'on peut lui contester: il est trop riche à d'autres égards, pour ne pas faire ici le sacrifice d'un droit équivoque.

Vitr. lib. X, chap. XI.

Environ un siècle après Archimède, deux mathématiciens de l'école d'Alexandrie, Ctésibius et Héron son disciple, inventèrent les pompes, le syphon recourbé, et la fontaine de compression, qu'on appelle encore aujourd'hui *la fontaine de Héron*. On doit plus spécialement à Ctésibius une machine du même genre, composée de deux pompes aspirantes et foulantes, de telle manière que par leur action alternative, l'eau est sans cesse aspirée et poussée dans un tuyau montant intermédiaire. Toutes ces machines ont, comme on sait aujourd'hui, pour véhicule du principe moteur, la pression de l'atmosphère, qui soulève l'eau dans l'espace vide que laisse le piston en montant, ou en descendant. Les effets qu'elles produisent sont très-curieux, et durent paraître d'abord bien extraordinaires. Aussi les anciens ne sachant à quoi les attribuer, eurent recours à leur grand système des qualités occultes, si commode pour expliquer tous les phénomènes de la nature. L'eau monte dans les pompes, disaient-ils, parce que la nature abhorre le vide, et qu'aussitôt que le piston s'élève, la place qu'il abandonne doit être occupée par l'eau. Toute la physique des anciens était remplie de ces puissances secrètes qu'on diversifiait à l'infini, suivant le

An. av. J. C. 150.

Machines hydrauliques de Ctésibius et Héron.

Explications ridicules que les anciens en donnent.

besoin. On transportait du monde moral au monde physique les idées d'affection ou de haine; les corps célestes ou terrestres avaient les uns pour les autres de la sympathie ou de l'antipathie, et on croyait expliquer un phénomène quand on pouvait le ranger, d'une manière ou d'autre, sous l'empire de ces agens chimériques.

Clepsydres inventés par les Egyptiens.

On fait remonter jusqu'aux Egyptiens la mesure du temps par les *clepsydres* ou *horloges d'eau*. Ces horloges indiquaient l'heure par les élévations successives de l'eau qui entrait dans un vase, en quantités réglées suivant les divisions du temps, ou par le mouvement d'une aiguille que cette eau faisait tourner au moyen d'une roue et d'un engrenage. Ctésibius et plusieurs autres anciens ont proposé des machines de ce genre, comme on peut le voir dans Vitruve. Les sabliers furent dans la suite substitués aux clepsydres.

Lib X.

Autres machines hydrauliques des anciens.

Le tympan, la roue à godets et les chapelets sont des machines hydrauliques qui nous viennent aussi des anciens; mais on ignore le temps où elles ont commencé à être mises en usage.

Ancienneté des moulins à bras ou à manege.

Avant l'invention des moulins mus par l'eau, ou par le vent, on se servait de pilons pour écraser le bled et le réduire en farine;

ensuite on employa deux meules, l'une inférieure et immobile, l'autre tournante au-dessus, par la force immédiate des bras, ou par l'intervention d'une corde qui s'enveloppait autour d'un cabestan : d'où l'on donna à ces moulins les noms de *moulins à bras*, de *moulins à manége*. Les Romains en faisaient un grand usage dès l'origine de la république, et sans doute ils les tenaient des anciens peuples. Sous leurs rois de la première race, les Français les employaient également avec succès. Dans la suite, on les a trop abandonnés; car non-seulement ils peuvent suppléer au chomage des moulins à eau et à vent par les temps de fortes gelées ou de calme dans l'air, mais encore ils peuvent être utiles dans une ville assiégée : ils peuvent, dans tous les temps, faire servir, au profit de l'état, les forces perdues par les hommes vigoureux détenus dans les prisons des grandes villes.

Une épigramme de l'anthologie grecque a donné lieu de croire que les moulins à eau ont été inventés au temps d'Auguste ; mais Vitruve, qui florissait sous ce prince, ne dit point, dans la description qu'il en donne, qu'ils fussent alors une invention récente : vraisemblablement ils étaient connus long-temps auparavant. Moulins à eau.

Moulins à vent.

Les moulins à vent sont venus beaucoup plus tard. Quelques auteurs prétendent que les Français les ont imaginés dans le sixième siècle de l'ère chrétienne; d'autres assurent que les croisades nous les ont apportés de l'Orient, où ils étaient déjà très-anciens, et où on les préfère aux moulins à eau, parce que les sources et les rivières sont plus rares en ces pays qu'en Europe. Que nous les ayons inventés ou reçus, il est certain que l'usage ne s'en est établi parmi nous, qu'avec assez de peine et de lenteur. Nous préférons à notre tour les moulins à eau, comme d'un service plus commode et d'un mouvement plus régulier.

Je ne puis m'empêcher de remarquer en passant que le mécanisme des moulins, surtout celui des moulins à vent, est un des chefs-d'œuvres de l'industrie humaine.

En voyant tant de travaux, tant de monumens du génie, l'homme sensible et reconnaissant demande: A qui doit-on toutes ces découvertes utiles et sublimes? Quels honneurs, quelles récompenses ces bienfaiteurs de l'humanité ont-ils reçu de leur pays, du monde entier? L'histoire ne répond ordinairement rien à ces questions; mais elle a grand soin de nous transmettre les noms et les exploits des conquérans qui ont ravagé la terre.

Il y avait un temps considérable qu'on faisait servir l'action des fluides de principe moteur dans plusieurs machines, sans qu'on sût déterminer ses effets par la théorie. Les vices d'une machine étaient des leçons pour en construire une autre moins défectueuse, et à force de tâtonnemens et d'expériences, on arrivait par degrés à une certaine perfection. On attribue à *Sextus-Julius Frontinus* (vulgairement appelé *Frontin*) les premières notions un peu distinctes qu'on ait eues du mouvement des fluides. Inspecteur des fontaines publiques à Rome, sous les empereurs Nerva et Trajan, il a laissé à ce sujet un ouvrage intitulé : *De Aquæductibus urbis Romæ commentarius.* Il y considère le mouvement des eaux qui coulent dans des canaux, ou qui s'échappent par des orifices des vases où elles sont contenues; il décrit d'abord les aqueducs de Rome, cite les noms de ceux qui les ont fait construire, et les époques de leurs constructions : ensuite il fixe et compare ensemble les mesures ou *modules* dont on se servait alors à Rome pour déterminer les produits des ajutages. De-là il passe aux moyens de distribuer les eaux d'un aqueduc ou d'une fontaine. Il fait des observations vraies sur ces différens objets; par exemple, il a vu que le produit d'un ajutage

Du mouvement des fluides.

An de J. C. 100.

ne doit pas seulement s'évaluer par la grandeur ou superficie de cet ajutage, et qu'il faut de plus tenir compte de la hauteur du réservoir : considération très-simple et cependant négligée par quelques fontainiers modernes. Il a senti pareillement qu'un tuyau destiné à dériver en partie l'eau d'un aqueduc, doit avoir, selon les circonstances, une position plus ou moins oblique par rapport au cours du fluide, etc. Mais on ne trouve d'ailleurs aucune précision géométrique dans ses résultats ; il n'a point connu la vraie loi des vitesses relativement aux hauteurs des réservoirs.

Aucun autre ancien auteur n'a écrit, d'une manière un peu exacte, sur le mouvement des fluides : la découverte de cette théorie appartient aux modernes.

---

## CHAPITRE V.

### *Origine et progrès de l'Astronomie.*

Je ne fais pas remonter l'Astronomie jusqu'aux premiers hommes qui commencèrent à observer les phénomènes célestes d'une manière informe, sans règles et sans principes. La véritable Astronomie ne date que du temps où les observations deviennent assez exactes, assez nombreuses pour fournir à l'Arithmétique, à la Géométrie et à la théorie générale du mouvement uniforme les élémens d'où dépend la détermination du cours des astres, et de leurs positions respectives dans les espaces célestes.

Aussitôt que l'on commença à mettre une certaine suite dans les observations, on vit que la lune, le soleil et les étoiles faisaient chaque jour * une révolution d'Orient en

* On entend par *jour*, dans l'Astronomie, l'intervalle qui répond à une révolution entière du soleil, ou qui comprend le jour ordinaire et la nuit. Les mouvemens dont il s'agit ne sont qu'apparens pour les étoiles et même pour le soleil; mais nous sommes obligés de parler le langage de l'ancienne Astronomie.

Occident. On reconnut également que les étoiles conservaient toujours entr'elles la même position, la même marche dans le ciel, mais que la lune et le soleil se levaient, d'un jour à l'autre, plus tard que les étoiles, et à des intervalles inégaux : d'où l'on tira d'abord cette conséquence très-simple, qu'en même temps que ces deux astres participaient à la révolution journalière de toute la sphère céleste, ils avançaient d'Occident en Orient, par des mouvemens propres et différens. Ces deux derniers mouvemens forment ce qu'on appelle les *lunaisons* et les *années solaires*. La lune paraissait faire environ douze tours pendant que le soleil n'en faisait qu'un seul. De-là, pour établir une correspondance entre les mouvemens de ces deux astres, on divisa l'année solaire en douze parties ou mois, qui comprenaient autant de lunaisons. Ces premières déterminations n'étaient que des à-peu-près qui furent ensuite rectifiés, perfectionnés à mesure que les observations devenaient plus exactes*.

* Je crois devoir donner ici des notions justes des révolutions solaires et lunaires, telles qu'on les connaît aujourd'hui, d'après le résultat de toutes les observations anciennes et modernes.

La plupart des anciens peuples réglaient la mesure du temps sur le cours du soleil;

---

On distingue trois sortes d'années solaires, et quatre sortes de mois lunaires.

Les trois années solaires sont l'année *tropique*, intervalle d'un retour du soleil à un même point de l'écliptique, à un même colure, à un même solstice, etc.; elle est de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 secondes: l'année *syderale*, intervalle d'un retour du soleil à une même étoile; elle est de 365 jours 6 heures 9 min. 10 secondes: l'année *anomalistique*, intervalle d'un retour du soleil à la même abside; elle est de 365 jours 6 heures 15 minutes 46 secondes. Par le simple mot *année*, on entend toujours l'année tropique; les autres espèces d'années doivent être spécialement désignées par leurs caractères.

Les quatre espèces de mois lunaires sont le mois *périodique*, intervalle d'un retour de la lune au premier point du bélier; il est de 27 jours 7 heures 43 minutes 5 secondes: le mois *syderal*, intervalle d'un retour de la lune à la même étoile; il est de 27 jours 7 heures 43 min. 12 secondes: le mois *synodique*, intervalle du retour de la lune au soleil; il est de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes: le mois *anomalistique*, intervalle d'un retour de la lune à son apogée; il est de 27 jours 13 heures 18 minutes 54 secondes. On a aussi quelquefois besoin de connaître la révolution de la lune à l'égard de l'un de ses nœuds; elle est de 27 jours 5 heures 5 minutes 35 secondes. On voit que, dans la comparaison de l'année solaire et du mois lunaire, il faut toujours entendre le mois synodique.

quelques autres sur celui de la lune. Les Babyloniens faisaient commencer le jour au lever du soleil; les Athéniens et les Juifs, à son coucher: de l'une ou de l'autre manière, les temps de la présence du soleil au-dessus de l'horizon d'un lieu donné, étant inégaux d'un jour à l'autre à cause de l'inclinaison réciproque de l'équateur et de l'écliptique, on éprouvait quelque difficulté lorsqu'on voulait en faire la comparaison. Les Egyptiens comptaient le jour d'un minuit à l'autre, et ils le divisaient en un certain nombre de parties égales, ou d'*heures égales*, auxquelles on rapporte facilement tous les temps qu'on veut connaître. Cet usage a été adopté dans plusieurs autres pays. On le suit en France, en Angleterre, en Espagne, pour les occupations de la vie civile. Copernic et les astronomes, ses contemporains, l'employaient également dans leurs calculs. Depuis environ deux cents ans, les astronomes ont trouvé plus commode de fixer le commencement du jour à midi.

Le soleil, auteur de la chaleur et de la fertilité de la terre, amène alternativement les saisons, et l'ordre des semailles et des récoltes. On a donc toujours été obligé de se conformer à cette loi invariable de la nature. D'autres

travaux peuvent permettre une distribution un peu arbitraire dans l'emploi du temps. Chez les Juifs, la lune, par la promptitude de ses révolutions et par ses phases, servait à régler plusieurs affaires civiles et religieuses.

Le spectacle de l'ancienne Astronomie présenterait un important objet de curiosité et de réflexions philosophiques, si l'on pouvait fixer, d'une manière précise et un peu détaillée, les progrès que les peuples adonnés à cette science y avaient faits; on y remarquerait sans doute une grande diversité de vues, de recherches et de connaissances, à raison des climats, du génie des peuples et des gouvernemens. Privés de ces avantages par la disette des monumens historiques; nous sommes réduits à n'offrir aux lecteurs que des notions imparfaites des travaux astronomiques des anciens peuples : nous nous interdirons même les conjectures dénuées de probabilités satisfaisantes.

Les Chaldéens, selon Simplicius *, citaient au temps d'Alexandre une suite d'observations de 1903 ans; elles furent recueillies à

Astronomie chaldéenne.

* Simplicius était un philosophe péripatéticien qui vivait dans le cinquième siècle, et dont il reste des commentaires sur *Aristote* et sur *Epictète*.

Babylone par Callistène, disciple d'Aristote, et envoyées à ce dernier par ordre d'Alexandre. On n'a point de preuve directe et positive de l'exactitude, ni même de la réalité de toutes ces observations; de plus, il y a des auteurs du temps d'Alexandre, dont le témoignage paraît contredire formellement le récit de Simplicius. Quoi qu'il en soit, on ne peut guère douter que les anciens Chaldéens ne fussent très-versés dans la connaissance des mouvemens du soleil et de la lune; les plus anciens historiens, et en particulier Géminus dont je parlerai plus expressément ci-dessous, assurent qu'ils étaient parvenus à former diverses périodes lunisolaires * fort ingénieuses et fort approchantes de la vérité : c'était, ajoutent-ils, le résultat de supputations astronomiques, fondées sur un grand nombre d'observations exactes. On cite entr'autres la période du *Saros*, laquelle, après 223 lunaisons, ramenait la lune presque dans la même

* Les périodes lunisolaires sont des espaces de temps après lesquels le soleil et la lune, ou deux points remarquables de leurs orbites, tels que l'apogée, les nœuds, etc. étant supposés partis d'un même endroit du ciel, viennent à s'y retrouver.

position relativement à son nœud, à son apogée et au soleil. Je n'entrerai pas dans la discussion de ces périodes dont les fondemens paraissent souvent fort incertains. L'Astronomie chaldéenne ne commence à offrir des résultats sûrs et positifs qu'à dater de l'ère de Nabonassar, premier roi de Babylone, lors du second empire des Assyriens. Cette époque répond à l'année 747 avant Jésus-Christ. Ptolomée, qui florissait vers l'an 140 de notre ère, et qui fut, comme nous le verrons dans la suite, l'un des plus grands astronomes de l'école d'Alexandrie, a employé dans ses calculs trois observations d'éclipses de lune faites par les Chaldéens, dans les années 27 et 28 de l'ère de Nabonassar. Ils s'adonnaient spécialement à ce genre d'observations; et le même Ptolomée en rapporte encore quatre autres, dont la dernière répond à l'année 380 de l'ère de Nabonassar, ou à l'année 367 avant l'ère chrétienne. La révolution qui fit passer le royaume de Babylone sous le joug des Persans, environ deux cent dix ans après sa fondation, ne fut pas funeste à l'Astronomie. Les Persans eux-mêmes devinrent observateurs. Dès le règne de Darius Occhus, ils comptaient le temps par les révolutions solaires, et ils avaient établi une forme de calendrier fort An av. J. C. 516.

simple, cité avec éloge par quelques anciens auteurs.

Astronomie égyptienne.

Nous avons très-peu de lumière sur l'état de l'ancienne Astronomie égyptienne. On présume seulement, avec beaucoup de vraisemblance, qu'elle devait être fort avancée. Diogène de Laerce s'exprime à ce sujet comme il suit : « Les Egyptiens avancent que Vulcain, » qu'ils font fils de Nilus, traita le premier » la philosophie, dont ils appelaient les maî- » tres du nom de *mages* et de *prophètes* : ils » veulent que depuis lui jusqu'à Alexandre, » roi de Macédoine, il se soit écoulé qua- » rante-huit mille huit cent soixante-trois » ans, pendant lesquels il y eut cent soixante- » treize éclipses de soleil, et huit cent trente- » deux de lune. »

*Introduction à la vie des philosophes.*

La proportion de 173 à 832 est à peu près celle des nombres d'éclipses de soleil et de lune qui arrivent dans un même temps et dans un même lieu ; ainsi, à cet égard, le récit de Diogène peut être exact. Mais le calcul astronomique démontre que toutes ces éclipses ont pu arriver dans un intervalle de douze à treize cents ans : par conséquent, le nombre 48863 ans est visiblement fabuleux. On doit donc seulement conclure que l'époque des premières observations égyptiennes ne peut

remonter qu'à seize ou dix-sept cents années avant l'ère chrétienne.

Il existe d'autres preuves plus certaines du savoir des Egyptiens dans l'Astronomie. La manière exacte dont ils avaient orienté leurs fameuses pyramides, par rapport aux quatre points cardinaux du monde, fait voir qu'ils avaient une connaissance juste de la ligne méridienne. Toute l'antiquité atteste qu'ils sont les premiers auteurs de la division de l'année en douze mois de trente jours : à quoi ils reconnurent bientôt qu'il fallait ajouter cinq jours complémentaires, et au bout d'une période de quatre ans encore un jour complémentaire. La division des mois en semaines est aussi de leur invention. Nous ne pouvons trop regretter la perte de leurs écrits. J'ajouterai néanmoins que ces regrets doivent porter principalement sur les écrits des premiers Egyptiens ; car, au temps de Strabon, la science des mages était tellement tombée, qu'ils ne s'occupaient plus que des sacrifices, et qu'à en expliquer les différentes cérémonies aux étrangers.

Astronomie judaïque.

On sera sans doute surpris de voir paraître les Juifs sur la scène, comme astronomes. Il ne tient pas à leur historien Flavius Josèphe, qu'on ne regarde les patriarches de sa nation, comme les inventeurs de l'Astronomie et de la

Ant. judaïques, liv. Ier.

Géométrie. Voici comment il s'exprime (chapitres II et III), suivant la traduction d'Arnaud-d'Andilli : « On doit à leur esprit et à » leur travail la science de l'Astrologie * ; et » parce qu'ils avoient appris d'Adam que le » monde périroit par l'eau et par le feu, la » crainte qu'ils eurent que cette science ne se » perdît avant que les hommes en fussent ins- » truits, les porta à bâtir deux colonnes, l'une » de brique et l'autre de pierre, sur lesquelles » ils gravèrent les connoissances qu'ils avoient » acquises, afin que s'il arrivoit qu'un déluge » ruinât la colonne de brique, celle de pierre » demeurât pour conserver à la postérité la » mémoire de ce qu'ils y avoient écrit. Leur » prévoyance réussit ; et on assure que cette » colonne de pierre se voit encore aujour- » d'hui dans la Syrie. . . . . . Outre que nos » anciens pères étoient particulièrement chéris » de Dieu, et comme l'ouvrage qu'il avoit » formé de ses propres mains, et que les » viandes dont ils se nourrissoient étoient » propres à conserver la vie, Dieu la leur » prolongeoit, tant à cause de leur vertu, » que pour leur donner moyen de perfec-

* Le mot *Astrologie* est ici synonyme avec *Astronomie*.

» tionner les sciences de la Géométrie et de » l'Astronomie qu'ils avoient trouvées : ce » qu'ils n'auroient pu faire s'ils avoient vécu » moins de six cents ans, parce que ce n'est » qu'après la révolution de six siècles que » s'accomplit la grande année. » Quelques réflexions fort simples vont nous mettre en état d'apprécier tout ce beau récit.

Je n'examinerai point s'il est bien prouvé que les patriarches juifs aient vécu aussi long-temps que Josèphe le rapporte; j'entreprendrai encore moins de pénétrer les raisons que Dieu peut avoir eues de leur accorder une si longue vie : je me borne à faire quelques questions à Josèphe.

Si vos patriarches ont été en effet de si grands astronomes, pourquoi tout leur savoir s'est-il évanoui, et comment n'a-t-il pas été transmis à la postérité par Noë, qui était lui-même un patriarche distingué, et sans doute l'un des plus instruits ? Pourquoi les Juifs n'ont-ils jamais montré la moindre connaissance de l'Astronomie dans des occasions où elle leur eût été très-utile? Pourquoi, par exemple, quand il s'agissait de fixer la célébration de la Pâque par la nouvelle lune, attendait-on que quelqu'un l'eût observée, et en eût fait son rapport à l'assemblée du

peuple, tandis qu'une Astronomie un peu perfectionnée l'aurait fait connaître d'une manière beaucoup plus simple et plus précise ? Que prouve l'absurde fable des deux colonnes ?

Quant à la période de six cents ans, quoiqu'elle ne mérite peut-être pas tous les éloges que des écrivains modernes lui ont donnés, et qu'un des principaux avantages d'une période soit d'être renfermée entre des limites peu éloignées, j'avoue cependant que celle dont il s'agit supposerait un grand nombre d'observations exactes, et un savant usage du calcul astronomique; mais par cela même je pense qu'on ne peut pas en attribuer la découverte (si elle est réelle) aux patriarches juifs. En effet, qui croira jamais qu'une nation dont les pères auraient été capables d'un tel effort d'attention et de savoir, se fût abâtardie, fût dégénérée au point que depuis le déluge et tant qu'elle a vécu séparée des autres peuples, elle ne montre plus que la plus honteuse superstition et la plus stupide ignorance ? Car quel autre jugement peut-on porter, quand les historiens, qu'elle regarde comme sacrés, vous disent froidement que Josué arrêta le soleil; que l'ombre du cadran d'Ézéchias rétrograda de dix degrés; que les plantes se forment

par la putréfaction, et mille autres absurdités de la même force? N'est-il pas très-vraisemblable que Josèphe, par un zèle aveugle pour sa nation, ou par d'autres raisons qu'on ignore, a cherché à lui faire honneur d'une découverte vraie ou supposée, dont il avait lui-même puisé l'idée dans les écrits des astronomes chaldéens, égyptiens ou grecs?

Lorsque les Juifs furent emmenés captifs à Babylone, sous Nabuchodonosor, leurs communications avec des peuples instruits leur fit naître nécessairement quelque goût pour les sciences : plusieurs de leurs rabins commencèrent à étudier la Géométrie, l'Astronomie, l'Optique, *etc.* Ces premières connaissances, quelque faibles qu'elles fussent, s'étendirent et se perpétuèrent. Dans la suite, la dispersion totale des Juifs, après la prise de Jérusalem par les Romains, en fit comme un peuple nouveau : ils adoptèrent les usages, les occupations, les arts, etc. des nations chez lesquelles ils furent transplantés. On trouve des mathématiciens juifs dans la Grèce; il s'en mêle parmi les Arabes. Ils traduisirent les élémens d'Euclide, les ouvrages d'Archimède, ceux d'Apollonius, l'Almageste de Ptolomée. On cite même plusieurs rabins fort savans dans ces matières; mais on ne voit pas qu'ils y aient jamais fait

An av. J. C. 588

aucune découverte importante et véritablement utile aux progrès de l'esprit humain.

Astronomie chinoise.

Les Chinois se présentent avec plus d'avantages. La sagesse de leurs institutions politiques, l'excellence de leur morale, un usage immémorial des arts libéraux et mécaniques utiles à la société; tout annonce un peuple appliqué, industrieux, versé dans les sciences depuis un très-grand nombre de siècles. L'Astronomie surtout attira ses premiers regards, le climat qu'il habite étant très-favorable aux observations. Mais peu contens d'une antiquité honorable et avouée par l'histoire, les Chinois l'ont tellement exagérée, qu'on ne pourrait y ajouter foi, quand même elle serait appuyée sur des fondemens aussi solides, aussi certains, qu'ils sont réellement fragiles et controuvés. Je me vois donc obligé de combattre des prétentions qu'on ne peut adopter sans fermer les yeux à des vérités incontestables qu'elles contredisent.

D'abord les anciennes annales des Chinois ne contiennent qu'un amas de fables absurdes, qu'eux-mêmes ont été forcés d'abandonner; mais ils persistent à soutenir, sur la foi de quelques-uns de leurs auteurs qu'ils supposent fort instruits, que la nation chinoise, déjà florissante, a commencé à connaître les

mouvemens des corps célestes sous l'empereur Yao, antérieur d'environ 2300 ans à l'ère chrétienne. Ils placent vers la même époque la fondation de leur fameux tribunal des Mathématiques, toujours subsistant, malgré les revers qu'il a éprouvés dans une si longue suite de siècles. Les missionnaires envoyés à la Chine vers la fin du dix-septième siècle, pour y prêcher la religion chrétienne, entraînés par quelques apparences de vérité, ou par un sentiment de condescendance à la faiblesse d'un peuple vain qu'ils voulaient convertir et qu'il ne fallait pas choquer, adoptèrent sa merveilleuse histoire et la répandirent dans toute l'Europe. Pendant très-longtemps on ne s'est pas fort empressé d'en examiner l'authenticité. A la fin, cependant, l'œil de la critique s'est ouvert sur cet étrange système, et deux terribles adversaires, la Chronologie et l'Astronomie, ont réuni leurs forces pour le renverser.

Mém. de l'ac. des belles lett., tome XXXVI, page 164.

Je dis 1°. la *Chronologie*. On a reconnu que la succession des empereurs, à partir de l'époque d'où l'on suppose que l'histoire chinoise devient certaine, forme plusieurs lacunes considérables; que la plupart de ces princes ne sont connus que par leurs noms vrais ou prétendus; que les faits historiques

sont de la plus grande stérilité, et quelquefois d'une absurdité manifeste ; que l'ordre des dates y présente de nombreuses contradictions ; qu'enfin l'histoire chinoise n'acquiert de la suite et un caractère de certitude, que du temps de Confucius, c'est-à-dire, que vers l'année 460 avant l'ère chrétienne.

2°. L'*Astronomie.* Les défenseurs de l'antiquité des Chinois dans les sciences, ont cru trouver dans le Chou-King, fragment des anciennes annales chinoises recueillies par Confucius, la mention d'une observation des solstices, faite du temps de l'empereur Yao, et d'une éclipse de soleil presqu'aussi ancienne ; mais ce récit est si obscur et si peu détaillé, que les astronomes européens, ayant entrepris de soumettre au calcul les apparitions de ces phénomènes, n'ont pu parvenir à s'accorder dans les résultats. L'observation des solstices n'a aucune date précise, aucun signe de vérité : l'éclipse est placée par les uns en l'année 2154 avant Jésus-Christ, par les autres en l'année 2007. On cite encore une observation très-incertaine des solstices entre les années 1098 et 1104 avant l'ère chrétienne. La plus ancienne observation chinoise à laquelle on pourrait accorder quelque autorité, serait celle d'une éclipse de soleil qu'on

suppose avoir été faite l'année 776 avant Jésus-Christ, si l'on était bien certain d'ailleurs qu'elle n'a pas été calculée après coup.

Les annales recueillies par *Se Ma-Couang*, historien chinois du onzième siècle, marquent sous le règne de l'empereur *Tchouene-Yo*, qui commença cent cinquante ans avant celui d'Yao, une conjonction de cinq planètes, Saturne, Jupiter, Mars, Vénus et Mercure, dans la constellation que les Chinois appellent *Ché*; et pour caractériser cette conjonction, on ajoute l'année du cycle où elle a dû arriver, le jour de la syzigie et la position de cette syzigie par rapport à la constellation de Ché. D'après ces indications, M. Kirch, astronome de Berlin, et après lui le P. de Mailla, jésuite, ayant calculé, par les tables astronomiques, les conjonctions des planètes qui peuvent avoir eu lieu dans les temps anciens, ont trouvé une conjonction des quatre planètes, Saturne, Jupiter, Mars et Mercure, dans un espace de plusieurs degrés aux environs de la constellation de Ché en l'année 2449 avant l'ère chrétienne; mais outre que cette prétendue conjonction est incomplète, puisqu'il y manque Vénus, elle ne satisfait point aux conditions de l'année du cycle, ni de la syzigie, ni de la position de la syzigie. Dominique

Mém de l'ac. des belles lett., tom. X, p. 392.

*Id.* tom XVIII, pag. 284.

Cassini a placé la même conjonction en l'année 2012; et son calcul donne plus exactement que les deux autres, la position des quatre planètes dans la constellation de Ché, mais il ne satisfait pas mieux aux autres conditions du problème. On a fait encore quelques tentatives aussi infructueuses pour tout concilier. Toutes ces incertitudes sont une forte probabilité que les Chinois n'ont jamais observé de conjonction des cinq planètes. Il est très-possible qu'elle ait été supposée par esprit de flatterie; car les Chinois, regardant les conjonctions des planètes comme un présage heureux pour les règnes de leurs empereurs, ne se font pas scrupule d'en forger quelquefois, ou de se rendre peu difficiles sur les conditions : témoin ce qui arriva en l'année 1725, la seconde année du règne de l'empereur Yong-Tching, où l'approximation de Mercure, Vénus, Mars et Jupiter fut donnée comme une conjonction, et inscrite comme telle dans les registres publics. L'opinion du P. Gaubil, jésuite, savant missionnaire astronome, est que la prétendue conjonction sous l'empereur Tchouene-Yo, n'a point d'autre fondement qu'un calendrier publié sous la dynastie des *Han*, qui commença à régner l'an 207 avant Jésus-Christ, et regardé,

par les plus habiles chinois, comme une pièce supposée, laquelle même ne contient pas dans le texte la conjonction dont il s'agit, mais seulement dans une glose qui s'y est glissée au-dessus. Fréret achève de démontrer que ce *calendrier est l'ouvrage de quelque faussaire malhabile, qui ne savait pas même calculer.* Id. tom. XVIII, pag 289.

Il paraît certain que l'Astronomie chinoise ne date véritablement, et d'une manière positive, que de l'année 722 avant Jésus-Christ, c'est-à-dire, postérieurement de vingt-cinq ans à l'ère de Nabonassar. Dans l'ouvrage intitulé *Tchu-Tscou*, Confucius marque, depuis cette époque jusqu'à l'an 480 avant l'ère chrétienne, une suite de trente-six éclipses, dont trente-une ont été vérifiées par les astronomes modernes. Dès lors l'Astronomie chinoise s'enrichit continuellement de nouvelles observations, fruit du travail et de la patience, non du génie; car il y a tout lieu de penser que les Chinois n'ont jamais été fort versés dans le calcul astronomique, et qu'ils ont eu souvent recours à des astronomes étrangers pour étendre ou rectifier leurs connaissances théoriques. Ainsi, par exemple, au temps des califes, plusieurs astronomes mahométans passèrent à la Chine,

et furent mis à la tête du tribunal des Mathématiques. Il en a été de même souvent de nos missionnaires astronomes.

Je ne dois pas dissimuler qu'on a tiré de l'époque où les observations chinoises commencent à devenir certaines, une puissante objection contre l'ancienneté de ce peuple dans les sciences. Cette époque étant postérieure à celle de Nabonassar, qui sert de base aux supputations de l'Astronomie chaldéenne et de l'Astronomie grecque, on a conclu avec vraisemblance que les astronomes de Babylone, ou ceux de la Grèce, ont porté leurs connaissances à la Chine, puisqu'on est certain d'ailleurs qu'il y a eu, vers ces temps-là, des communications entre ces peuples.

Enfin, nous avons sous les yeux une preuve frappante de la médiocrité des Chinois dans l'Astronomie. Malgré le concours de toutes les circonstances heureuses, beauté du ciel, encouragement des empereurs, qui auraient dû hâter le progrès de cette science parmi eux, elle y demeure toujours à peu près dans le même état : observations nombreuses, aucune théorie nouvelle. Attachée superstitieusement à ses anciens usages, à la stérile imitation de ses pères, à l'opinion qu'ils ont su tout ce qui était nécessaire à savoir, la nation

chinoise paraît dépourvue de cette activité inquiète qui cherche à étendre ses connaissances, et qui produit les découvertes.

Quelques savans regardent l'Inde comme le berceau de toutes les sciences, et principalement de l'Astronomie, qu'ils y font remonter à la plus haute antiquité. Ils citent en preuves les fameuses périodes indiennes, qui ne permettraient pas de douter, dans le cas où elles seraient bien exactes et bien claires, que les Indiens ne fussent très-versés autrefois dans la connaissance des mouvemens célestes. Mais toute cette origine est couverte d'épaisses ténèbres; tout y est systématique; on n'y marche qu'à l'appui de conjectures et de suppositions hasardées, souvent contradictoires et toujours incertaines. Astronomie indienne.

D'autres savans, donnant peut-être dans l'extrémité opposée, prétendent que l'Astronomie indienne, loin d'avoir une origine si reculée, est l'ouvrage des Arabes, qui la transportèrent dans l'Inde vers le milieu du neuvième siècle.

Une troisième opinion plus vraisemblable, place l'origine de l'Astronomie dans l'Inde, au temps où Pythagore voyagea dans ce pays, et y répandit les connaissances philosophiques de tous les genres, dont il était rempli. An av J. C. 540.

Mon dessein n'est pas de m'enfoncer dans ces longues et ténébreuses discussions, d'où il résulterait sans doute beaucoup d'ennui et peu d'instruction pour mes lecteurs. Je me borne à présenter ici un tableau très-succinct des connaissances un peu certaines que nous avons sur l'Astronomie siamoise, et sur l'Astronomie de la côte de Coromandel, par les ouvrages de Dominique Cassini et de Le Gentil.

Astronomie siamoise.

M. de la Loubère, ambassadeur de France à Siam, en 1687, rapporta de son voyage un manuscrit indien, qui contenait une méthode pour calculer les mouvemens du soleil et de la lune. Cette méthode était fondée sur une multitude d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions, dont on ne pouvait découvrir l'esprit et les usages qu'avec le secours de profondes connaissances astronomiques. Le célèbre Dominique Cassini parvint à débrouiller ce chaos. Il y démêla deux différentes époques, l'une civile, qui répondait à l'année 544 avant Jésus-Christ; l'autre astronomique, qui répondait à l'année 633 après Jésus-Christ. Suivant ses explications, les Indiens connaissaient, vers le temps de la première époque, la distinction de l'année solaire tropique et de l'année anomalistique,

Anciens mém. de l'académie des sciences, tom. VIII.

l'équation du centre de l'orbite solaire, les deux principales équations de la lune, et le cycle de dix-neuf années solaires qui comprend deux cent trente-cinq lunaisons. Toutes ces théories n'auraient pu être que le résultat d'une longue suite d'observations exactes: mais on conjecture que Dominique Cassini, par une illusion de son profond savoir, a plutôt soupçonné ou introduit, qu'il n'a réellement trouvé ces théories dans le manuscrit indien. Du reste, ceux qui voudraient s'appuyer de cette autorité de Dominique Cassini, pour reculer l'origine de l'Astronomie indienne, ne pourraient la faire remonter qu'au temps de Pythagore; et alors il est possible que ce philosophe ait enseigné l'Astronomie aux Indiens, comme je l'ai déjà remarqué. Les Siamois de notre temps ont bien dégénéré du savoir réel ou prétendu de leurs pères, car à peine savent-ils calculer grossièrement une éclipse.

Astronomie des Brames.

Dans un séjour de vingt-trois mois que Le Gentil, astronome de l'académie des sciences, fit à Pondichéry, il y a environ trente ans, il eut occasion de s'instruire de l'Astronomie des Brames, qu'il ne faut pas confondre avec celle des Siamois; et dont je vais donner une idée générale, d'après le

compte qu'il en a rendu à l'académie et au public.

On sait que la presqu'île de l'Inde, en-deçà du Gange, est habitée par deux nations très-différentes : la côte occidentale l'est par les Malabares, qui lui ont donné leur nom ; et la côte orientale, nommée aussi la côte de Coromandel, où est situé Pondichéry, est habitée par les Indiens talmouds. Les Brames, originaires de Tanjaour et du Maduré, forment la première caste, la caste privilégiée de ces derniers Indiens : l'autre caste est comme esclave. Tout passage d'une caste à l'autre est sévèrement interdit par les lois. Celle des Brames est la seule instruite : l'ignorance, l'abjection et le mépris sont le partage de la seconde.

On peut juger de l'Astronomie des premiers Brames par celle d'aujourd'hui. Depuis très-long-temps les Brames n'observent plus : l'Astronomie n'est pour eux qu'une science de tradition, à laquelle ils n'ont ajouté aucune vue nouvelle, aucune découverte qui lui ait fait faire le moindre pas : leur objet principal est la connaissance des mouvemens du soleil et de la lune, qu'ils calculent par les méthodes de leurs pères.

L'ancienne Astronomie des Brames était

un chaos d'observations informes, lorsqu'un de leurs rois, nommé *Salivagena* ou *Salivaganam*, dont on place la mort vers l'an 78 de l'ère chrétienne, y fit une réforme considérable, et la porta au degré d'avancement où elle est demeurée. Le règne de ce prince est, chez les Indiens, une époque aussi fameuse que l'est l'ère de Nabonassar chez les Chaldéens. . . . . . . . . .

Les Brames sont très-vains, très-peu communicatifs, et ils se regardent comme infiniment supérieurs aux Européens dans tous les genres de connaissances. Le Gentil eut beaucoup de peine à pénétrer dans ces mystères, qu'on lui cacha d'abord avec une réserve insultante. Cependant, à force d'argent et de caresses, il parvint à prendre une idée suffisante de leur Astronomie. Il reconnut qu'elle se réduisait à cinq points principaux : l'usage du gnomon, la longueur de l'année, la précession des équinoxes, la division du zodiaque en vingt-sept constellations, et le calcul des éclipses du soleil et de la lune. Toutes ces connaissances sont extrêmement imparfaites chez les Brames, tandis que les Européens les ont portées à un très-haut degré de précision, ainsi que toutes les autres branches de l'Astronomie. . . .

8.

Astronomie des Phéniciens.

An av. J. C. 900.

Il n'est sans doute pas permis de placer les Phéniciens, ces premiers commerçans du monde, au nombre des astronomes. Cependant on ne peut pas nier qu'ils n'eussent d'assez grandes connaissances, au moins pratiques, du mouvement des astres, pour se conduire dans les navigations lointaines qu'ils entreprirent. Lorsqu'ils eurent le courage de se commettre en mer, ils commencèrent par diriger leurs routes relativement à certaines étoiles du Nord qu'ils ne perdaient jamais de vue. Peu à peu, et de proche en proche, ils firent de longs voyages sur la Méditerranée; ils y fondèrent des colonies; ils passèrent le détroit de Gibraltar; ils fondèrent Cadix sur les côtes d'Espagne; ils s'étendirent le long des côtes de l'Afrique: on prétend qu'ils doublèrent le cap de Bonne-Espérance, et qu'ils allèrent former des établissemens sur la côte orientale de l'Afrique, etc. Le savant Huet est entré à ce sujet dans des détails fort curieux, dans son *Histoire du Commerce et de la Navigation des anciens*, qu'on peut consulter.

Plusieurs autres peuples, imitant l'exemple des Phéniciens, ou conduits par leur propre industrie, se livrèrent à la navigation et au commerce. On connaît les colonies de

Marseille, de Tarente et de Sicile, que les anciens Grecs fondèrent, avant les grandes découvertes astronomiques par lesquelles la nation s'est acquis dans l'histoire des sciences, presque autant de gloire, et peut-être plus d'éclat, que par les ouvrages de ses géomètres.

Astronomie grecque. An av. J. C. 640.

On regarde Thalès de Milet comme le premier qui ait répandu dans la Grèce les connaissances véritablement scientifiques de l'Astronomie. Sans doute il en avait puisé les élémens dans l'Egypte; mais il les étendit par ses propres méditations, et c'est à lui qu'il faut rapporter le mouvement remarquable qui se fit alors dans cette science, et qui alla toujours en augmentant pendant plusieurs siècles. Il apprit à ses compatriotes la cause de l'inégalité des jours et des nuits; il leur expliqua la théorie des éclipses, et la manière de les prédire; lui-même mit son art en pratique sur une éclipse de soleil qui arriva en effet peu de temps après, telle qu'il l'avait annoncée. Toutes ces choses parurent alors si nouvelles, si extraordinaires, qu'elles firent à Thalès la plus haute réputation, et qu'elles lui attirèrent une foule d'illustres disciples. On cite principalement dans ce nombre le philosophe Anaximandre, qui devint

son successeur à la place de chef de l'école de Milet.

An. av. J.C. 600.

Anaximandre eut quelqu'idée de la rondeur de la terre : on lui attribue l'invention des globes célestes et des cartes géographiques ; il fit construire à Lacédémone un gnomon, par le moyen duquel il détermina l'obliquité de l'écliptique, les solstices et les équinoxes.

Constellations.

L'avantage, ou même, en certains cas, la nécessité de reconnaître facilement les étoiles, avait fait imaginer depuis long-temps de les distribuer par groupes, ou *constellations*, comme on partage la surface de la terre habitée, en continens, royaumes, provinces, cantons, etc. Cette espèce de division ne put être d'abord que très-imparfaite, à raison de l'inexactitude inévitable dans le dénombrement des étoiles, ou dans la manière de les classer : elle fut perfectionnée par les Grecs vers le temps de Thalès et d'Anaximandre.

Les premiers noms imposés aux étoiles avaient des étymologies tirées des instrumens du labourage, de la figure de certains animaux, de quelques pratiques utiles, etc. Les Grecs changèrent, étendirent ou perfectionnèrent cette nomenclature, quelquefois informe ou bizarre. Une imagination vive et

brillante, qui dirigeait toutes les conceptions de ce peuple ingénieux, répandait des grâces et des images agréables sur la sécheresse naturelle du sujet. Par exemple, il y a une constellation composée de plusieurs étoiles fort rapprochées, et suivie d'une étoile remarquable par son éclat et sa grandeur : on appela cet amas d'étoiles la constellation des *Pléyades*, mot qui veut dire *multitude*, et la grande étoile, du nom d'homme *Orion* : on feignit que les Pléyades étaient filles d'*Atlas* et de la nymphe *Pléyone*, et qu'Orion était un géant amoureux d'elles, sans cesse occupé à les poursuivre. Tout le ciel des Grecs était ainsi plein d'emblèmes fabuleux ou historiques qui égayaient et soulageaient la mémoire sans distraire l'esprit.

Parmi les constellations, celles auxquelles répondent le soleil, la lune et les autres planètes, par leurs mouvemens vrais ou apparens d'Occident en Orient, occupent l'espace qu'on appelle le *zodiaque*. C'est une bande sphérique large d'environ seize degrés. Chaque peuple a son zodiaque particulier, c'est-à-dire, un zodiaque composé d'un plus ou moins grand nombre de constellations, ou d'un plus ou moins grand nombre d'étoiles dans chaque constellation. L'opinion la plus Zodiaque.

ancienne et la plus probable est que celui des Grecs venait des Egyptiens : une inscription, trouvée dernièrement en Egypte, appuie cette conjecture ; il prit une forme régulière au siècle de Thalès ; il s'est répandu dans toute l'Europe, et nous n'en avons pas d'autre aujourd'hui. Il est divisé en douze constellations, dont les noms et l'ordre d'Occident en Orient sont exprimés par les deux vers suivans :

*Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,*
(Le Bélier) (Le Taureau) (Les Gémeaux) (Le Cancer) (Le Lion) (La Vierge)
*Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.*
(La Balance) (Le Scorpion) (Le Sagittaire) (Le Capricorne) (Le Verseau) (Les Poissons).

Les savans ont disputé pour savoir si les cinq planètes Saturne, Jupiter, Mars, Vénus et Mercure étaient connues avant les Grecs. Il est bien difficile qu'on ne les ait pas remarquées dès les temps les plus reculés de l'Astronomie, et que même on n'ait pas pris des idées générales, non-seulement de leurs révolutions totales d'Occident en Orient, mais encore des variations qui font paraître ces mouvemens tantôt nuls, tantôt directs, tantôt rétrogrades. Mais il est fort douteux que les astronomes grecs, lors de la première formation de leur zodiaque, aient eu des notions

Stations, directions et rétrogradations des planètes.

assez justes de l'inclinaison des orbites planétaires, relativement au plan de l'écliptique, pour comprendre ces orbites dans l'étendue qu'on leur connaît aujourd'hui. En effet, suivant l'opinion des astronomes les plus érudits, les premières observations précises qu'on a faites du mouvement et des apparences de Saturne, Jupiter, Mars, Vénus et Mercure, ne remontent que d'environ trois cents ans plus haut que l'ère chrétienne. On n'est parvenu qu'à force de temps et d'observations à débrouiller et à expliquer, d'une manière plausible, toutes les bizarreries de ces mouvemens. Mercure, comme très-souvent plongé dans les rayons du soleil, a présenté à cet égard le plus de difficultés. Il est vraisemblable que le premier zodiaque des Grecs ne comprenait que le cours du soleil et de la lune, dont les orbites se coupent sous un angle d'environ cinq degrés.

On sait aujourd'hui que les comètes sont, comme la lune et la terre, des corps solides et opaques, errans dans les espaces célestes, suivant toutes sortes de directions. Les anciens n'avaient que des idées fausses sur la nature de ces corps ; ils les regardaient comme de simples météores que l'Être Suprême faisait paraître de temps en temps pour mani- Comètes.

fester sa colère, ou pour annoncer quelqu'événement extraordinaire. Les apparitions rares et subites des comètes, leurs mouvemens irréguliers, ces longues *queues*, ou traînées de lumière dont elles étaient accompagnées, et qui se présentent sous différentes formes bizarres, commencèrent par épouvanter les yeux et l'imagination : tout portait un peuple crédule et superstitieux à placer les comètes dans un ordre particulier de phénomènes momentanés, destinés par le Créateur à des indications que l'on interprétait à volonté. Quelqu'opinion que les astronomes eussent des comètes, ils ne se mettaient guère en peine d'observer des corps qui, après avoir paru sur l'horizon, pendant des temps fort courts, disparaissaient tout à coup sans laisser espérance de retour. L'Astronomie des comètes est une science moderne dont je parlerai dans la suite. Ici cependant la justice demande que je rende hommage à Sénèque : par l'effort d'une philosophie supérieure aux idées de son siècle, il n'adoptait point les préjugés reçus sur la nature des comètes. « Je ne suis » pas, dit-il, de l'avis de nos philosophes ; » je ne regarde pas les comètes comme des » feux passagers, mais comme un des ou» vrages éternels de la nature. . . . Est-il

*Senec. Nat. Quæst. lib. 7, cap. 22, 24 et 25.*

» surprenant que les comètes, spectacle si
» rare dans le monde, ne soient pas encore
» assujetties à des lois sûres, et qu'on ne
» connaisse pas le commencement et la fin
» de la révolution de ces corps, qui ne re-
» paraissent qu'au bout d'un long inter-
» valle? . . . . . Le temps et les recherches
» amèneront à la longue la solution de ces
» problèmes. . . . . Il viendra un temps où
» nos descendans seront étonnés que nous
» ayons ignoré des vérités si claires. »

Travaux des philosophes pythagoriciens dans l'Astronomie.

L'école que Pythagore avait fondée en Italie faisait une étude particulière de l'Astronomie. Pythagore, secondé par ses premiers disciples, démontra avec évidence la rondeur de la terre, qu'Anaximandre n'avait fait que soupçonner. Ayant observé qu'une même étoile paraît s'élever ou s'abaisser, pour un voyageur qui va d'un endroit à un autre un peu éloigné, ils conclurent, contre le témoignage des sens, que la surface de la terre ne doit pas former une simple plaine étendue en ligne droite, mais une enveloppe courbe et sphérique. Pythagore eut une autre idée tout aussi vraie, mais bien plus extraordinaire, eu égard au temps où il vivait : il jugea que le soleil est immobile au centre du monde planétaire, et que la terre tourne

autour de lui dans les espaces célestes, avec les autres planètes : système qui a été développé et démontré dans les temps modernes. Mais comme cette opinion choquait alors ouvertement les apparences et les préjugés vulgaires, Pythagore se bornait à la communiquer en secret à ses disciples, soit que ne pouvant l'établir sur un nombre suffisant d'observations, il ne la regardât que comme une simple hypothèse très-vraisemblable, soit que peut-être il craignît, en la mettant au grand jour, de s'exposer à la dérision publique, ou même, ce qui était plus dangereux, de soulever contre lui l'ignorance et le fanatisme. En effet, ces deux ennemis de la raison humaine ont exercé leur despotisme et leurs persécutions dans tous les siècles : il n'est pas besoin de descendre aux temps modernes pour en trouver d'insignes exemples. On sait qu'environ cent ans après Pythagore, le philosophe Anaxagoras fut accusé d'impiété, et condamné au bannissement pour avoir dit que le soleil était *une masse de matière enflammée* : quelques auteurs ajoutent qu'il n'échappa au dernier supplice que par le crédit de Périclès, son disciple et son ami.

Efforts des astronomes pour fixer la mesure du temps.

La mesure du temps étant l'objet principal, ou plutôt le fondement de toute l'Astronomie,

les anciens et les modernes ont fait les derniers efforts pour déterminer exactement, et pour comparer ensemble les mouvemens du soleil et de la lune, sur lesquels cette mesure porte universellement.

Quelques observations imparfaites avaient d'abord fait croire que l'année solaire est de 365 jours : on trouva par degrés qu'elle est sensiblement plus longue; les Egyptiens et les premiers astronomes grecs la portèrent à 365 jours 6 heures : ce qui excède sa vraie durée d'environ 11 minutes. Cet important élément de l'Astronomie s'est perfectionné successivement jusqu'à nos jours; et enfin, par la combinaison d'un très-grand nombre d'observations anciennes et modernes, on lui donne aujourd'hui, pour valeur, 365 jours 5 heures 48 minutes 48 à 49 secondes.

La lune, quoique plus voisine de nous, et plus rapide dans son mouvement que le soleil, présente néanmoins plus de difficultés pour la mesure de sa révolution. Il a fallu une immense quantité d'observations et de calculs pour en reconnaître la durée par rapport au premier point de l'écliptique, au soleil, aux étoiles fixes, à l'apogée et aux nœuds de l'orbite lunaire.

On crut pendant long-temps que le mois

synodique était seulement de 29 jours et demi : pour éviter la fraction, on supposa que les douze mois synodiques, compris dans l'année solaire, seraient alternativement de 29 jours et de 30 jours ; les premiers furent appelés *mois caves*, et les autres *mois pleins*. Cette détermination était fort défectueuse, puisqu'elle ne donnait que 354 jours pour la durée de l'année lunaire, ou de douze mois synodiques, tandis que la véritable durée de cette année doit être la même que celle de l'année solaire, c'est-à-dire, à très-peu près, 365 jours 5 heures 48 minutes 48 secondes.

Lorsqu'on eut reconnu l'inexactitude de cette comparaison, on chercha divers moyens de la corriger par l'intercallation de quelques jours ou de quelques mois lunaires sur un certain nombre de révolutions solaires. Tout cela n'était qu'un palliatif, et les erreurs revenaient toujours par la succession des temps. Les Egyptiens ayant senti de très-bonne heure la difficulté d'établir une correspondance exacte entre les mouvemens du soleil et de la lune, prirent uniquement le mouvement du soleil pour base de la mesure fondamentale du temps, en se contentant d'y rapporter à peu près le mouvement de la lune, dont la connaissance était nécessaire pour le calcul des

éclipses. Par une considération semblable, d'autres astronomes, et en particulier les Arabes, réglèrent la mesure du temps sur le mouvement de la lune.

Les astronomes grecs s'obstinèrent à vouloir concilier les mouvemens de ces deux astres. Une persévérance infatigable dans cette recherche, leur fit entreprendre un très-grand nombre de nouvelles observations, auxquelles ils apportèrent une telle exactitude, une telle critique, qu'on doit attribuer à ce travail la principale cause des progrès de l'Astronomie grecque.

Un peu après Thalès, un astronome de l'île de Ténédos, nommé *Cléostrate*, proposa une période lunisolaire de huit années solaires, composée de quatre périodes partielles qui étaient chacune de deux ans, et dans lesquelles on intercalait seulement trois fois un mois lunaire plein. Les trois mois intercalaires s'ajoutaient à la fin de la troisième, de la cinquième et de la huitième année. Cette période fut appelée *octaétéride* : elle est très-simple, comme on voit ; et elle serait parfaitement exacte, si l'année solaire était de 365 jours 6 heures, et l'année lunaire de 354 jours : car les huit années solaires donneraient 2922 jours, et les huit années lunaires

Période de Cléostrate.

An av. J. C. 550.

augmentées de 90 jours, qui forment la valeur des trois mois intercalaires, donnent pareillement 2922 jours. Mais les deux bases de la période étant erronées, elle porte à faux, et on ne tarda pas à s'apercevoir qu'elle s'écartait beaucoup de la vérité.

Cycle métonien.

An av. J. C. 433.

Plusieurs autres tentatives du même genre n'eurent guère plus de succès. On approchait cependant toujours de plus en plus du but : deux astronomes athéniens, Méton et Euctémon, eurent, au moins pour un temps, la gloire de l'avoir atteint. En combinant avec sagacité toutes les observations alors connues, ils formèrent une période lunisolaire, ou un cycle de dix-neuf années solaires, dont douze étaient composées de douze lunaisons, et les sept autres de treize lunaisons; ce qui faisait en tout 235 lunaisons. Ils distribuèrent par intervalles, sur la durée totale des années du cycle, les nombres inégaux de lunaisons. Les années où l'on intercalait étaient la 3e, la 6e, la 8e, la 11e, la 14e, la 17e et la 19e. De plus, au lieu de supposer, suivant l'usage ordinaire, que l'année lunaire était composée de six mois pleins et de six mois caves, ils formèrent leurs 235 lunaisons avec 125 mois pleins et 110 mois caves; ce qui donne 6940 jours pour la durée

totale des 235 lunaisons. Cette durée est aussi à peu près celle des 19 années solaires. Le cycle fut mis en usage à compter du 16 juillet de l'année 433 avant Jésus-Christ; il fut appelé *le cycle métonien*, sans doute parce que Méton eut la principale part à l'invention.

Cette découverte, où l'on remarqua une grande science astronomique, et toutes les apparences d'une grande exactitude, eut un tel succès et un tel éclat dans la Grèce, qu'on fit graver en lettres d'or, sur des tables d'airain, l'ordre de la période, d'où lui est venu le nom de *nombre d'or*. Elle a servi de base, pendant long-temps, au calcul du calendrier chez toutes les nations de l'Europe; elle est même encore en usage, au moyen des modifications et des changemens dont on a reconnu qu'elle a besoin de temps en temps : car, dans la rigueur astronomique, elle manque de justesse, tant par rapport au mouvement de la lune, que par rapport à celui du soleil. Les 6940 jours surpassent la durée véritable des 235 lunaisons d'environ 7 heures 28 minutes, et la durée véritable des 19 années solaires d'environ 9 heures 28 minutes; de plus, les nouvelles lunes, les pleines lunes et autres phases, n'arrivent pas exactement, aux mêmes époques, d'un cycle à l'autre.

An av. J. C. 338.

Ces défauts étant devenus sensibles au bout de quatre ou cinq cycles, Callipe, autre astronome athénien, proposa un nouveau cycle composé de 76 années solaires, ou de 4 cycles métoniens, dont il retranchait un jour au bout de ce temps; de sorte que la période comprenait trois parties chacune de 6940 jours, et une quatrième de 6939 jours seulement. Par-là, en s'éloignant de la simplicité du cycle métonien, il obtint plus d'exactitude; mais les mouvemens de la lune et du soleil n'étaient encore représentés, ni l'un ni l'autre, avec une précision suffisante; et le grand problème de la coïncidence absolue de ces mouvemens restait toujours à résoudre. Les astronomes grecs postérieurs firent de vains efforts pour surmonter entièrement la difficulté.

Toutes les nations ont eu des cycles, des calendriers particuliers : aucune n'a réussi et ne pouvait réussir à faire cadrer parfaitement les mouvemens du soleil et de la lune.

Obstacles à la perfection des cycles.

Les lecteurs versés dans la théorie de la gravitation universelle des corps célestes en comprendront facilement la raison. Un cycle parfait devrait, en se renouvelant continuellement, ramener le soleil et la lune au même point du ciel à la fin de chaque révolution; et les nouvelles lunes, les pleines lunes, etc.

aux mêmes époques, d'un cycle à l'autre. Or, la réunion de toutes ces conditions est comme impossible. En effet, 1°. le mouvement de la lune autour de la terre étant sans cesse altéré par l'attraction du soleil, et par les attractions des autres corps célestes de notre système planétaire, et de même le mouvement apparent du soleil autour de la terre, ou le mouvement réel de la terre autour du soleil, étant troublé par l'attraction de la lune et des autres planètes, ne serait-ce pas un pur effet du hasard, que dans deux cycles consécutifs, surtout s'ils ne sont pas très-courts, la lune et la terre se trouvassent chacune exactement dans la même situation par rapport aux forces qui les sollicitent, et que les temps des révolutions cyclaires fussent exactement égaux? 2°. Quand même les temps des révolutions cyclaires seraient égaux, les intervalles de temps compris entre les phases de même nature, dans la succession des cycles, ne seraient pas égaux; car, par exemple, les temps d'une nouvelle lune à l'autre varient continuellement, et sont sujets à plusieurs inégalités produites par les attractions des corps environnans. Voilà donc encore une nouvelle source d'imperfection dans les cycles. Concluons qu'ils ne peuvent jamais servir qu'à

indiquer à peu près la correspondance des mouvemens du soleil et de la lune. Le calcul astronomique est incomparablement plus sûr et plus exact : aussi les sociétés savantes sont-elles dans l'usage, depuis plus d'un siècle, de publier des éphémérides pour faire connaître à l'avance l'état du ciel aux marins et aux observateurs : recueils très-utiles en effet aux uns et aux autres.

Travaux astronomiques de l'école platonicienne.

Dès l'établissement de l'école de Platon, il s'y forma plusieurs astronomes, dont les utiles travaux sont perdus, ou ne se sont conservés qu'en substance et par fragmens, dans quelques anciens ouvrages. On distingue principalement, entre ces astronomes, Eudoxe, que nous avons déjà cité comme géomètre. Il était grand observateur; il avait écrit plusieurs ouvrages d'Astronomie; on montrait encore, long-temps après sa mort, l'observatoire qu'il avait fait construire à Gnide, sa patrie. Il publia, pendant plusieurs années, des éphémérides célestes, très-renommées, que l'on affichait dans des lieux publics, tels que le Prytanée à Athènes.

Quelques auteurs parlent vaguement d'une sphère d'Eudoxe, à laquelle ils attribuent une antiquité de douze ou treize cents ans par-delà Jésus-Christ. On ne connaît d'ailleurs,

en aucune manière, cet ancien Eudoxe. Cette obscurité a donné lieu à d'autres savans de penser plus vraisemblablement que l'explication des mouvemens célestes, connue sous le nom de *sphère d'Eudoxe*, est l'ouvrage du philosophe platonicien, et que par conséquent elle ne remonte qu'au quatrième siècle avant l'ère chrétienne. Elle était destinée à faire connaître, pour le climat de la Grèce, les levers et les couchers du soleil et de la lune, ceux des constellations, les nouvelles lunes, etc. Notre philosophe astronome avait composé sur ces matières, deux ouvrages connus et cités par les anciens astronomes : l'un était la description des constellations, l'autre traitait de leurs levers et de leurs couchers.

On a reproché à Eudoxe d'avoir cherché à rendre raison des apparences des planètes, par un mécanisme très-compliqué et très-peu vraisemblable, où il employait une multitude de cercles emboîtés les uns dans les autres, et soumis à des mouvemens contraires, presque incompatibles. Mais pouvait-il faire mieux dans le temps où il a vécu, ignorant, ou n'osant admettre le mouvement de la terre, qui explique tout cela d'une manière si simple ; et ne lui doit-on pas quelque reconnaissance d'avoir

au moins donné l'idée d'appeler la mécanique au secours de l'Astronomie?

An av. J. C. 276. Sous Antiochus-Gonathas, roi de Macédoine, Aratus mit en vers grecs, par ordre de ce prince, l'Astronomie connue de son temps. Ce poëme, qui nous est parvenu tout entier, est divisé en deux livres, dont le premier, sous le titre de *Phénomènes*, contient l'explication de la sphère d'Eudoxe; l'autre, intitulé *Les Pronostics*, non pas au sens de l'Astrologie judiciaire qui n'avait pas encore alors infecté l'Astronomie, expose les signes physiques, avant-coureurs de la pluie, et du beau ou du mauvais temps. Il eut beaucoup de réputation parmi les anciens. Cicéron a traduit en latin les phénomènes; nous avons aussi une grande partie du poëme, traduite dans la même langue par Germanicus, ce prince si cher aux Romains, victime de la cruelle jalousie de Tibère; enfin, il en existe encore une troisième traduction, faite par Avienus qui vivait sous Théodose.

An av. J. C. 180. Pendant que l'Astronomie faisait de si grands pas dans la Grèce, elle était cultivée avec succès par quelques peuples occidentaux de l'Europe. On compte dans ce nombre les anciens Gaulois. César rapporte que les druides, (Com. Lib. 1.) parmi les instructions qu'ils donnaient à la

jeunesse, lui enseignaient particulièrement ce qui regarde le mouvement des astres, et la grandeur du ciel et de la terre, c'est-à-dire, l'Astronomie et la Géographie. Si les Gaulois n'ont pas laissé d'observations, ou si le temps les a détruites, nous savons du moins qu'ils étaient très-versés dans la navigation, qui est essentiellement liée avec l'Astronomie. Dominique Cassini, dans son essai sur *l'origine et les progrès de l'ancienne Astronomie*, raconte qu'ils avaient fondé des colonies sur les côtes d'Espagne, sur le Pont-Euxin, et en plusieurs autres endroits. Anc. mém. de l'ac., tom. VIII.

Pithéas, célèbre astronome, natif de Marseille, observa dans cette ville la hauteur méridienne du soleil, au temps des solstices, par le moyen d'un gnomon. L'objet de cette observation était simplement de déterminer la latitude de Marseille. Par la comparaison du résultat avec celui des observations modernes, quelques astronomes ont conclu que l'obliquité de l'écliptique avait diminué, depuis ce temps, d'environ une minute par siècle. Mais ce point de fait n'est pas suffisamment éclairci. An av. J. C. 380.

Ce même philosophe ne se borna pas à observer les phénomènes de la nature dans son pays : il voyagea dans les pays éloignés ; il pénétra très-avant vers le Nord, par l'Océan

occidental. A mesure qu'il avançait, il remarquait un progrès sensible dans la diminution des nuits au solstice d'été. Etant parvenu à une île, qu'il appela l'*île de Thulé*, il vit que le soleil se levait presqu'aussitôt qu'il était couché; ce qui arrive dans l'Islande, et dans les parties septentrionales de la Norwège : d'où l'on a conclu qu'il avait pénétré dans ces climats. Les anciens, qui les regardaient comme inhabitables, traitaient de fables les relations de Pithéas; mais les navigateurs modernes ont reconnu la vérité des faits qu'il avait avancés, et lui ont assuré la gloire d'avoir le premier appris à distinguer les climats par la différente longueur des jours et des nuits.

On attribue à Pithéas plusieurs autres découvertes, comme d'avoir fait connaître aux Grecs que l'étoile polaire n'est pas au pôle même, et qu'avec trois autres étoiles voisines, elle forme un quadrilatère dont le pôle est à peu près le centre; d'avoir indiqué la liaison du phénomène des marées avec le mouvement de la lune, etc.

An. av. J. C. 330. Le goût d'Alexandre pour les sciences, et surtout l'envie de faire connaître à la postérité les pays où il avait porté ses conquêtes, furent très-utiles à l'Astronomie, et en général à toutes les parties de la philosophie natu-

relle. Aristote écrivit, par ordre de ce prince, un grand nombre d'ouvrages sur ces matières. Dans celui qui a pour titre *De Cœlo*, il prouve la forme sphérique de la terre par la rondeur de l'ombre qu'elle jette sur la lune dans les éclipses de ce satellite ; il la prouve aussi par les changemens qui paraissent arriver aux hauteurs des étoiles, à mesure qu'on s'éloigne ou qu'on s'approche des pôles. Le livre *De Mundo*, qu'on attribue au même philosophe, contient une description de l'ancien Monde, que l'auteur divise en trois grands continens, l'Europe, l'Asie et l'Afrique. Mais le plus important service qu'Alexandre rendit aux sciences, fut de faire prendre une connaissance exacte et détaillée des pays de sa domination, non pas seulement d'après l'estime et les relations toujours incertaines des voyageurs, mais par des mesures immédiates, et en observant la correspondance des objets terrestres avec les positions des étoiles dans le ciel. Dès lors, la Géographie, se liant avec l'Astronomie, devint peu à peu une véritable science qui s'étendit et se perfectionna, et dont le commerce retira les plus grands avantages par les communications qu'elle établit entre les peuples. Callistène, dont j'ai déjà parlé, était chargé de la direction de ce travail.

L'hypothèse de la rondeur de la terre était très-ancienne : elle avait pris naissance, comme nous l'avons déjà dit, au temps d'Anaximandre et de Pythagore. On avait aussi reconnu que la terre est détachée du ciel ; qu'elle demeure en équilibre dans l'espace, et qu'elle n'est pas d'une excessive grandeur : toutes ces idées étaient fondées sur l'observation du mouvement journalier des astres d'Orient en Occident, et sur les changemens de position que l'on remarquait dans les étoiles, lorsqu'on voyageait, à peu près sous le même méridien, vers le Nord et vers le Midi. Bientôt la comparaison du changement apparent des étoiles avec les longueurs correspondantes des chemins parcourus sur la terre, fit naître la pensée de mesurer la circonférence de la terre par l'observation des astres. Aristote, le plus ancien auteur dont il nous reste des écrits sur ce sujet, s'exprime de la sorte dans son second livre *de Cœlo*, chap. XIV.

Grandeur et figure de la terre, par Jacq. Cassini, page 12.

« Dans les éclipses de lune, la ligne qui » distingue la partie éclipsée est toujours » courbe ; et comme la lune est éclipsée par » l'ombre de la terre, il est certain que cette » apparence est causée par la circonférence de » la terre, qui est sphérique. En effet, il est » évident, par les apparences des astres, que

» la terre est ronde : de plus son étendue n'est
» pas très-considérable, car, pour peu de
» chemin que l'on fasse vers le Nord et vers
» le Midi, l'horizon se diversifie manifeste-
» ment, de telle sorte que les étoiles qui sont
» sur notre tête, viennent à changer, et ne
» sont plus les mêmes pour ceux qui voyagent
» vers le Nord, que pour ceux qui voyagent
» vers le Midi. . . . . » Aristote ajoute : « Les
» Mathématiciens qui tâchent de déterminer
» la grandeur de la circonférence de la terre,
» disent qu'elle est de 400000 stades. »

Il y a toute apparence que par ces mathématiciens, Aristote entend les pythagoriciens, qui regardaient la terre comme un astre, et qui la faisaient tourner autour du centre du monde, d'une manière à produire les vicissitudes des jours et des nuits : opinion qu'Aristote lui-même réfute aux chapitres précédens. On voit qu'il ne parle qu'en historien, de la mesure de la terre. Horace nous fournit une Lib. 1, od. 28. preuve que cette mesure doit être attribuée aux pythagoriciens : car il appelle *mesureur de la terre* le philosophe pythagoricien Archytas, qui avait été le maître de Platon.

Eratosthène, bibliothécaire du musée d'Alexandrie, est le premier des anciens dont An av. J. C. 280. nous ayons une mesure de la terre, par une

méthode conforme aux principes de la Géométrie et de l'Astronomie. Cette mesure, admirée en son temps comme un prodige de l'esprit humain, nous a été conservée par Cléomèdes. Eratosthène était instruit qu'au temps du solstice d'été, le soleil, à midi, passait par le point vertical de la ville de Sienné, située dans les confins de l'Ethiopie, sous le tropique du Cancer; on avait construit en particulier, dans cette ville, un puits qui, sur le midi, au jour du solstice, était éclairé dans toute sa longueur, par le soleil : il savait encore, ou du moins il supposa ( ce qui est à peu près vrai ) qu'Alexandrie et Sienné étaient situées sous le même méridien. D'après ces bases, il fit construire à Alexandrie un hémisphère concave, sur le fond duquel s'élevait un stile vertical dont le sommet était le centre de courbure de l'hémisphère; ensuite feignant que la ville de Sienné était placée sur la direction verticale du stile, il observa qu'à midi, l'arc compris entre le pied du stile, et le point où le soleil frappant le sommet du stile, l'ombre allait se projeter sur la concavité de l'hémisphère, était la cinquantième partie de la circonférence entière; d'où il conclut que l'arc céleste compris entre Alexandrie et Sienné était de cette même quantité, et que pareillement l'arc

Cléomèdes, Cycl. théor. Lib I, ch. 10.

terrestre compris entre ces deux villes, était la cinquantième partie de la circonférence entière d'un grand cercle de la terre. Or, par la mesure immédiate de ce dernier arc, on trouva qu'il était de 5000 stades; ce qui donne 250000 stades pour la longueur de la circonférence entière d'un grand cercle de la terre, et 694 $\frac{4}{9}$ stades pour celle d'un degré. Dans la suite, quelques astronomes, voulant éviter la fraction, et croyant sans doute qu'on ne pouvait pas répondre de cinq à six stades sur la longueur du degré terrestre, portèrent cette longueur à 700 stades; ce qui donne 252000 stades pour la longueur de la circonférence entière.

Il y a une autre ancienne mesure de la terre, rapportée également par Cléomèdes, celle du philosophe Posidonius, contemporain de Pompée. Ce philosophe, ayant appris ou observé que l'étoile de Canope, à Rhodes, ne faisait que paraître sur l'horizon, et qu'à Alexandrie qu'il plaçait sous le même méridien, elle s'élevait de la quarante-huitième partie de la circonférence céleste, ce qui répond aussi à la quarante-huitième partie de la circonférence terrestre, et supposant que la distance d'Alexandrie à Rhodes était de 5000 stades, il eut 240000 stades pour la circon-

An. av. J. C. 60.

férence terrestre entière, et 666 $\frac{2}{3}$ stades pour un degré. Mais on reconnut bientôt après que ces deux déterminations péchaient par excès, parce que Posidonius avait fait la distance d'Alexandrie à Rhodes beaucoup plus grande qu'elle n'était réellement. Strabon, qui écrivait sa *Géographie* sous Auguste, prétendit qu'Eratosthène avait mesuré cette distance, et qu'il l'avait trouvée seulement de 3750 stades. D'où résultaient 180000 stades pour la longueur de la circonférence entière de la terre, et 500 stades pour celle du degré.

Il s'agirait maintenant de connaître le rapport du stade avec quelqu'une de nos mesures, afin de pouvoir comparer la grandeur du degré terrestre, déterminée par les anciens, avec celle qui l'a été par les modernes.

Quelques auteurs prétendent qu'Eratosthène et Posidonius ont employé le stade grec, qui est de 94 toises 5 pieds; d'autres, le stade égyptien, qui est de 684 $\frac{4}{5}$ pieds. Dans la supposition du stade grec, la première mesure du degré terrestre par Eratosthène, vaut, en nombre rond, 65854 toises; la seconde, 66381 toises; la première, par Posidonius, 63018 toises; la seconde, 47415 toises. De ces quatre déterminations, les trois premières pèchent plus ou moins,

par excès, la valeur du degré terrestre étant de 57060 toises à peu près, suivant les mesures modernes; la quatrième pèche beaucoup par défaut. Dans la supposition du stade égyptien, on trouve que les trois premières déterminations pèchent considérablement par excès; la quatrième donne 57065 toises; ce qui s'accorde à très-peu de chose près avec la mesure moderne. Mais cet accord ne peut être que l'effet du hasard, ou de la fausse évaluation du stade; car les méthodes d'Eratosthène et de Posidonius ne sont pas susceptibles d'une grande précision, et ne peuvent à cet égard entrer en parallèle avec les méthodes modernes. Je ne pousserai pas plus loin cette discussion, sur laquelle on peut d'ailleurs consulter plusieurs excellens mémoires répandus parmi ceux de l'académie des belles-lettres. Je reprends l'histoire générale de l'Astronomie, au siècle d'Alexandre.

Progrès de l'Astronomie grecque.

L'impulsion que ce prince avait donnée à l'Astronomie grecque s'accrut rapidement par les encouragemens et les libéralités des nouveaux rois d'Egypte, qui allaient chercher dans tous les pays du monde les savans les plus illustres, et les attiraient au musée d'Alexandrie. C'est là qu'à compter de l'année 295 avant l'ère chrétienne, Aristille et Timocharis

An av. J. C 300.

firent pendant un espace de vingt-six ans, une quantité immense d'observations, tant sur la position et le dénombrement des étoiles, que sur le mouvement des planètes : observations qui servirent dans la suite de base à Ptolomée pour établir sa théorie des planètes.

An av. J. C. 281. Vers le même temps, florissait Aristarque de Samos, qui s'illustra dans l'Astronomie par plusieurs découvertes ou opinions intéressantes. Il observa un solstice en l'année 281, avant l'ère chrétienne, suivant les calculs de Ptolomée ; ce qui fixe d'une manière précise l'âge de cet astronome, sur lequel des historiens peu instruits s'expriment avec incertitude. On a de lui une méthode très-simple, si elle n'est pas fort exacte, pour déterminer le rapport des distances de la lune et du soleil à la terre : elle consiste à observer le moment où le plan du cercle qui, dans les différentes phases de la lune, sépare la partie éclairée d'avec la partie obscure, est dirigé vers l'œil de l'observateur terrestre, et se projette en ligne droite sur le disque lunaire; à mesurer alors l'arc céleste compris entre la lune et le soleil, et enfin à concevoir un triangle rectangle dont l'angle droit est à la lune, et les trois côtés sont les trois lignes qui joignent la terre, la lune et le soleil : alors, il est clair

que dans ce triangle on connaît les trois angles, et que par conséquent on peut conclure le rapport des côtés. De cette manière, Aristarque trouva que le soleil est dix-huit ou vingt fois plus loin de la terre que la lune ; ce qui n'est point exact, la première distance étant trois ou quatre cents fois plus grande que la seconde : mais c'est beaucoup d'avoir entamé la solution d'un problème alors si difficile et si compliqué. Aristarque s'acquit, comme géomètre astronome, une gloire plus réelle et plus durable par les fortes probabilités tirées des observations dont il appuya le système de Pythagore sur le mouvement de la terre autour du soleil. Cette grande vérité mûrissait ainsi par degrés dans les têtes capables de la concevoir, jusqu'à ce qu'enfin elle eût assez de force pour se produire ouvertement comme Minerve sortant toute armée du cerveau de Jupiter.

Les instrumens astronomiques se perfectionnent.

An av. J. C. 281.

L'émulation des philosophes qui s'adonnaient à l'Astronomie, ne fut pas la seule cause de ses progrès : elle les dut en partie à l'invention de quelques nouveaux instrumens dont elle s'enrichit successivement, et au moyen desquels les observations devinrent plus faciles, plus exactes et plus nombreuses. On cite entr'autres parmi ces instrumens, les *armilles* qu'Eratosthène fit établir au musée d'Alexan-

Armilles d'Eratosthène.

drie. C'était, suivant la description qu'en donne Ptolomée, un assemblage de différens cercles assez semblable à notre sphère armillaire, qui vraisemblablement a tiré de là son origine. Il y avait d'abord un grand cercle faisant la fonction du méridien : l'équateur, l'écliptique et les deux colures formaient un assemblage intérieur, mobile autour des pôles de l'équateur. Ensuite il y avait un cercle tournant sur les pôles de l'écliptique, garni de pinules diamétralement opposées, et dont la partie concave touchait presque l'écliptique, ou portait un index pour reconnaître la division où il était arrêté. Telle est l'idée générale de cet instrument. Il s'appliquait à plusieurs usages. Voici, par exemple, comment on s'en servait pour déterminer les équinoxes.

Mont. tom. I, pag. 305.

L'équateur de l'instrument étant mis avec un grand soin, comme il devait toujours l'être, dans le plan de l'équateur céleste, on attendait l'instant où la surface inférieure et la surface supérieure n'étaient plus éclairées par le soleil, ou bien, ce qui était plus sûr, celui où l'ombre projetée par la partie antérieure convexe du cercle sur la partie concave, la couvrait entièrement. Il est évident que ce moment devait être celui de l'équinoxe. Lorsque cela n'arrivait point, ce qui indiquait que

l'équinoxe s'était fait dans la nuit, on choisissait deux observations, où cette ombre projetée sur la partie concave du cercle, l'avait été dans un sens différent, et le milieu de l'intervalle entre ces observations, était réputé l'instant de l'équinoxe.

Non content d'avoir facilité les observations, Eratosthène en fit lui-même un très-grand nombre, et il avait écrit plusieurs ouvrages sur l'Astronomie cités par les anciens, mais dont un seul, qui est la description des constellations, est échappé aux ravages du temps. Son génie le portait aux choses extraordinaires. Sa mesure de la terre en est une preuve.

De tous les anciens astronomes, aucun n'a autant enrichi la science, aucun ne s'est fait un si grand nom qu'Hipparque, né dans la ville de Nicée en Bithinie. Il tient parmi eux à peu près le même rang qu'Archimède tient parmi les géomètres. Il commença par observer à Rhodes, et ensuite il vint se fixer à Alexandrie, où il a exécuté tous les travaux qui ont établi l'ancienne Astronomie sur des fondemens certains, et qui ont fourni aux modernes des points de comparaison pour une multitude de théories astronomiques. An av. J. C. 142.

Un de ses premiers soins fut de rectifier la Durée de l'an-

née, déterminée par Hipparque.

durée de l'année, qu'on faisait avant lui de 365 jours 6 heures, et qu'il reconnut être un peu trop longue par la comparaison de l'une de ses propres observations, faite au solstice d'été, avec une semblable observation faite cent quarante-cinq ans auparavant par Aristarque de Samos, il diminua cette durée d'environ 7 minutes; ce qui n'était pas suffisant. Mais si Hipparque n'approcha pas davantage de la vraie valeur, il faut s'en prendre sans doute à quelqu'inexactitude dans l'observation d'Aristarque de Samos; car les propres observations d'Hipparque, comparées aux observations modernes, donnent 365 jours 5 heures 48 min. 49 ½ secondes pour la durée de l'année: résultat qui diffère à peine d'une seconde de celui qu'on trouve par la comparaison des meilleures observations de notre temps avec celles de Ticho-Brahé. En général, les observations modernes, où l'on emploie le secours des lunettes, sont beaucoup plus exactes que celles des anciens astronomes, qui n'observaient les astres qu'à la vue simple, à travers des pinules. Mais dans les questions où les erreurs inévitables des observations sont réparties sur un long intervalle de temps, comme dans la circonstance présente, la comparaison des anciennes observations avec les obser-

vations modernes peut donner un résultat à peu près aussi exact que celui qui se tire de la comparaison de ces dernières.

Hipparque découvre l'excentricité de l'écliptique, et celle de l'orbite lunaire.

Les anciens astronomes supposaient que le soleil marche uniformément dans une orbite circulaire, par son mouvement annuel ; mais cette uniformité, qu'on croyait réelle, était altérée, du moins en apparence, relativement à la terre. On connaissait l'effet en gros ; Hipparque l'approfondit et en assigna la cause. Il observa que le soleil employait environ 94 jours 12 heures pour aller de l'équinoxe du printemps au solstice d'été, et seulement 92 jours 12 heures, du solstice d'été à l'équinoxe d'automne ; ce qui donnait 187 jours, à peu près, pour le temps employé à parcourir la partie boréale de l'écliptique, et 178 jours seulement pour la partie australe. Il fallait donc que le soleil allât ou parût aller plus vite dans la partie australe de l'écliptique, que dans la partie boréale. Sans abandonner l'hypothèse du mouvement uniforme réel du soleil, Hipparque expliqua l'inégalité du mouvement par rapport à la terre, en plaçant la terre à une certaine distance du centre de l'écliptique : cette distance, qu'on appelle l'*excentricité* de l'orbite solaire, produisait, entre le mouvement réel et le mouvement apparent, une

*équation*, tantôt additive, tantôt soustractive, au moyen de laquelle on pouvait faire quadrer ces deux mouvemens, à chaque instant. Il détermina la grandeur de l'excentricité, relativement au rayon de l'écliptique, ainsi que la position de la ligne des *absides*, ou de la ligne qui joint les points diamétralement opposés, où le soleil se trouve, dans sa plus grande et sa plus petite distance à la terre. Il fit des remarques et des calculs semblables pour l'orbite lunaire. D'après ces bases, il réduisit les mouvemens du soleil et de la lune en *tables*, les premières dont il soit fait mention en ce genre. Toutes ces déterminations étaient présentées comme des *essais*, que le temps et de nouvelles observations devaient perfectionner. Le projet d'Hipparque était aussi de dresser de pareilles tables pour les mouvemens des cinq planètes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne; mais ne jugeant pas lui-même que les observations alors connues pussent fournir des élémens suffisamment exacts, il abandonna ce travail.

Quoique les excentricités des orbites du soleil et de la lune, déterminées par Hipparque, ne soient pas fort éloignées de la vérité, il faut cependant remarquer qu'elles étaient affectées d'un vice radical : elles supposaient que ces

orbites étaient des cercles parfaits. Les anciens ne se doutaient pas que les planètes décrivent réellement des ellipses : à plus forte raison ignoraient-ils que ces ellipses sont elles-mêmes continuellement altérées et déformées par la gravitation universelle et réciproque des astres.

Hipparque découvre la précession des équinoxes.

Hipparque fit une autre découverte, qui, ayant été constatée et perfectionnée par le temps, est devenue un des principaux fondemens de l'Astronomie. En comparant ses observations avec celles d'Aristille et de Timocharis, faites cent cinquante ans auparavant, il trouva que les étoiles conservaient toujours les mêmes positions respectives, mais que toutes avaient, ou paraissaient avoir, suivant l'ordre des signes du zodiaque, ou d'Occident en Orient, un petit mouvement dont la quantité était de deux degrés en cent cinquante ans, ou de 48 secondes en un an. L'attention suivie avec laquelle on a observé et étudié ce mouvement, a fait connaître qu'il est d'un peu plus de 50 secondes par an. Il en résulte que le soleil et une étoile, partant l'un et l'autre d'un même point de l'écliptique, et allant d'Occident en Orient avec des vitesses qui sont entr'elles dans le rapport de 360 degrés à cinquante secondes de degré, le soleil reviendra au point de départ,

dans un temps plus court que celui de son retour à l'étoile, de la quantité correspondante à 50 secondes de degrés. Le calcul apprend que le premier temps, qui forme l'année tropique, étant de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 secondes, le second, ou l'année sydérale, est de 365 jours 6 heures 9 minutes 10 secondes. On voit que la révolution tropique ramène les solstices et les équinoxes, avant que la révolution sydérale soit achevée, ou que les points équinoxiaux semblent rétrograder par rapport aux étoiles. De-là est venue la dénomination de *précession des équinoxes*, qu'on donne à ce mouvement d'anticipation des équinoxes sur la révolution sydérale. On verra dans la suite la cause physique de la précession des équinoxes, avec celle des variations auxquelles elle est sujette. On indiquera aussi la quantité et la cause de la troisième espèce d'année, ou de l'année anomalistique.

La méthode qu'Aristarque de Samos avait donnée pour déterminer le rapport des distances du soleil et de la lune à la terre, était très-imparfaite, comme nous l'avons déjà remarqué; et d'ailleurs elle ne pouvait pas faire connaître les quantités absolues de ces distances. A cette méthode, Hipparque en substitua d'autres plus complètes, dans

Hipparque entreprend de déterminer la

lesquelles il fit principalement usage des parallaxes. distance du soleil à la terre.

On sait que le parallaxe d'un astre est la quantité angulaire comprise entre le lieu où l'astre est rapporté dans le ciel, étant vu d'un point donné de la surface de la terre, et le lieu où il serait rapporté, s'il était observé du centre de la terre : elle est nulle, lorsque l'astre est au zénith de l'observateur, et la plus grande, lorsqu'il est à l'horizon. Les parallaxes des planètes ordinaires, telles que la lune, Mars, Jupiter, etc. sont faciles à déterminer ; et on en conclut ensuite la distance d'une planète à la terre. La distance du soleil à la terre est d'une recherche plus délicate et plus susceptible d'erreur. Pour parvenir à la trouver, Hipparque commença par calculer la distance de la lune à la terre, en partie du rayon de la terre, ou au moyen de la parallaxe horizontale de la lune; ce qui n'avait aucune difficulté, puisque le sinus de la parallaxe horizontale d'un astre est comme le sinus de l'angle sous lequel on voit son demi-diamètre horizontal, et que dans le cas présent on a un triangle rectangle dans lequel on connait les trois angles, et un côté savoir le rayon de la terre, par la mesure d'Eratosthène. D'où résulte la connaissance de l'hypothénuse, ou

la distance de la lune au centre de la terre. Ensuite ayant mesuré le diamètre apparent du soleil, comme il avait mesuré celui de la lune, et ayant calculé, par la durée d'une éclipse de lune, la largeur du cône d'ombre traversé par la lune, il forma, avec toutes ces données, des triangles et des analogies, qui lui firent conclure que la distance du soleil à la terre égalait à peu près douze à treize cents fois le rayon de la terre, ou que la parallaxe horizontale du soleil était de trois minutes environ. Ce résultat est fort éloigné de la vérité; mais on n'en sera pas surpris, si l'on considère qu'Hipparque a employé dans ses calculs une multitude d'élémens qui ne pouvaient être déterminés de son temps avec une précision suffisante. En effet, les modernes, enrichis de toutes les connaissances de leurs prédécesseurs, et munis des meilleurs instrumens, ne sont parvenus que très-tard à déterminer exactement la parallaxe horizontale du soleil : il n'y a guère plus de cent ans que la Hire et les Cassini la faisaient de quinze secondes, tandis que réellement, suivant les meilleures observations de nos jours, elle est seulement d'environ huit secondes; ce qui relègue le soleil prodigieusement loin dans les espaces célestes.

Un phénomène extraordinaire, la disparition

presque subite d'une grande étoile, au temps d'Hipparque, excita cet astronome infatigable à faire le dénombrement des étoiles, et à marquer leurs configurations, leurs positions respectives, etc. pour mettre la postérité en état de reconnaître si elles sont des corps permanens, attachés invariablement à la voûte du ciel, conservant toujours entr'eux la même position, ou si, indépendamment du mouvement qui produit la précession des équinoxes, elles ne sont pas encore sujettes à d'autres mouvemens irréguliers et inconnus, auquel cas on ne pourrait plus leur rapporter le mouvement des astres errans. Cet immense travail posa le fondement sur lequel tout l'édifice de l'Astronomie devait porter. Il fut admiré et célébré par toutes les nations savantes. Pline en parle avec enthousiasme. *Hipparque*, s'écrie-t-il, *n'a jamais été assez loué : personne n'a prouvé comme lui, que l'homme est lié avec le ciel, et que son esprit est une portion de la Divinité. . . . . . . Il a osé déplaire aux dieux, en faisant connaître aux hommes le nombre des étoiles. . . . . laissant ainsi le ciel en partage à ceux qui sauraient s'en emparer !*

Dénombrement des étoiles par Hipparque.

Hist. Nat. Lib. II, ch. 26.

A tant d'importantes recherches immédiatement relatives au progrès de l'Astronomie,

Hipparque lie invariablement la Géographie à l'Astronomie.

Hipparque joignit le mérite d'appliquer cette science à des usages familiers, de la plus grande utilité pour la connaissance des pays et la propagation du commerce. Il réduisit en principes certains et invariables la méthode de déterminer la position des objets terrestres, par la latitude et la longitude, dont on avait déjà conçu quelques notions au temps d'Alexandre. Les points principaux étant une fois fixés immédiatement par les observations astronomiques, les détails topographiques par lesquels on les lie entr'eux, ne sont plus que des opérations faciles, qu'on exécute et qu'on abrège, au moyen de divers instrumens, tels que le graphomètre, la planchette, etc.

Les bornes de cet Essai me forcent de passer sous silence d'autres ouvrages d'Hipparque, tels que ses recherches sur le calendrier, sur le calcul astronomique, etc. Il avait aussi entrepris de rectifier la mesure qu'Eratosthène avait donnée de la grandeur de la terre; mais on ne connaît pas celle qu'il y substituait.

Il fut suivi de plusieurs astronomes, qui, sans égaler son génie et son savoir, contribuèrent néanmoins aux progrès de la science, par les nouvelles observations dont ils l'enrichirent, ou par des ouvrages dans lesquels ils en exposaient la théorie.

La postérité compte au nombre de ces bienfaiteurs de l'Astronomie, le philosophe Posidonius, que j'ai déjà cité au sujet de la mesure de la terre. Il habitait l'île de Rhodes, où il fit plusieurs observations. Il avait construit, pour représenter l'état du ciel, une sphère mouvante, dont Cicéron parle avec admiration. An. av. J.C. 60. Tusc. I, Nat. Deo. I.

Si Posidonius n'a pas été un astronome du premier ordre, il mérite néanmoins d'arrêter encore un moment nos regards, par son caractère moral et par son existence sociale. Il fut un stoïcien célèbre, jouissant de la plus haute considération dans son pays, et de toute l'estime des Romains. Un jour Pompée, passant par l'île de Rhodes, alla lui faire visite, et défendit à ses licteurs de frapper à la porte, comme c'était l'usage : *ainsi*, dit Pline, *celui devant qui l'Orient et l'Occident s'étaient abaissés, abaissa lui-même ses faisceaux devant la porte d'un philosophe!* La rigidité des principes stoïques de Posidonius est connue par un trait remarquable. Dans un discours qu'il prononçait devant ce même Pompée, il fut tout à coup saisi d'un si violent accès de goutte, que la sueur lui tombait par flots le long du visage : il soutint d'abord cet horrible tourment avec courage, sans se plaindre, sans changer de ton, sans se troubler dans son Hist. Nat. lib.

discours ; enfin la nature étant la plus forte, il laissa échapper ce cri, étouffé aussitôt par l'orgueil philosophique : *Douleur, tu ne me vaincras point ; jamais je n'avouerai que tu sois un mal!*

Cléomède, un peu postérieur, nous a laissé un ouvrage intitulé : *Cyclyca theoria metereorum seu motuum cœlestium*, où il traite de la sphère, des périodes des planètes, de leurs distances, de leurs grandeurs, des éclipses, etc. Il avoue lui-même qu'il tenait toutes ces connaissances de Pythagore, d'Eratosthène, d'Hipparque, de Posidonius, soit par la tradition, soit par des écrits. Mais son ouvrage est précieux comme le plus ancien qui nous soit parvenu sur ces matières.

Nous disons à peu près la même chose des élémens d'Astronomie de Géminus, contemporain de Cléomède, suivant quelques indices. Géminus parle fort au long des observations des Chaldéens, et des périodes lunisolaires qu'ils avaient imaginées. Le système qu'il propose sur l'arrangement et le mouvement des planètes est celui qui fut développé et expliqué cent cinquante ans après par Ptolomée.

An de J. C. 46. On ne s'attend pas sans doute à trouver Jules César parmi les astronomes ; mais nous ne devons pas lui ravir cette gloire, parce qu'en

effet il était très-versé dans l'Astronomie, et parce qu'il rendit en particulier un important service au calendrier romain. Numa Pompilius, second roi de Rome, avait établi ce calendrier : quelques inexactitudes dans les bases, et de nouvelles erreurs accumulées, y avaient introduit par degrés une telle confusion, qu'au temps de César, les mois d'automne répondaient à l'hiver, ceux de l'hiver au printemps, etc. César, devenu dictateur, attira l'astronome Sosigène d'Athènes à Rome, pour travailler conjointement avec lui, à la réparation de ce désordre. Ils commencèrent par supposer que l'an 708 de Rome serait de quatorze mois, afin de rétablir l'ordre des saisons. Ensuite ils prirent pour base que la durée de l'année commune était de 365 jours 6 heures; c'est ce qu'on appela l'année *Julienne*, du nom de Jules César. Mais comme cette durée excédait de six heures l'ancienne année égyptienne, et qu'il eût été incommode, pour les usages civils et politiques, de faire commencer l'année, tantôt à une certaine heure d'un jour, tantôt à une autre, on statua que le commencement de chaque année tomberait constamment à la même heure d'un jour, que l'année commune serait de 365 jours, et qu'on laisserait accumuler les six heures pendant trois

années, au bout desquelles on ajouterait un jour, de sorte que la quatrième année serait de 366 jours. Le jour additif ou intercalaire fut placé au mois de février. Dans l'année commune, le 24 de février était appelé le sixième des calendes de Mars, ou le sixième jour avant les calendes de Mars; César ordonna que ce même jour serait compté deux fois chaque quatrième année. Il y eut donc deux jours, dont chacun portait le nom de sixième jour avant les calendes de mars. On appela en conséquence ces sortes d'années, *années bissextiles*.

*Bis sexto ante calendas Martii.*

Cette forme de calendrier était fort simple; mais elle portait sur l'hypothèse que la durée de l'année est de 365 jours 6 heures; ce qui n'est pas exact, la véritable durée de l'année étant plus courte d'environ onze minutes. Les différences accumulées necessitèrent une réforme à ce calendrier; je reviendrai dans la suite sur cet objet.

On cite quelques autres illustres romains, tels que Cicéron, Varron, etc. comme ayant été très-savans dans l'Astronomie; mais il ne reste aucun monument de leurs observations, ou de leurs connaissances en ce genre.

An av. J. C. 6.

Sous le règne d'Auguste parut le poëme latin de Manilius, intitulé *Astrononiicon*,

ou les *Astronomiques* *. Il est divisé en six livres; il contient, comme celui d'Aratus, l'explication des mouvemens célestes, suivant la sphère d'Eudoxe. La poésie en est belle; on admire surtout les exordes des livres et les digressions morales. Malheureusement il est infecté de toutes les rêveries de l'Astrologie judiciaire. C'est la première fois que cet art imposteur se montre dans les écrits des anciens, et qu'il est développé en corps de doctrine systématique; on n'en trouve aucune trace dans le poëme d'Aratus, ni dans les relations des travaux de Thalès, de Pythagore, d'Hipparque, etc. Il a pris sa source dans le penchant naturel que les hommes, surtout les princes et les grands, ont à croire le merveilleux, et à recevoir sans examen tout ce qui tend à flatter la vanité. D'avides charlatans, instruits de quelques secrets de la nature, s'en firent un moyen de s'accréditer auprès des grands, et de leur persuader que leurs destinées et celles des empires étaient écrites dans le ciel: ils hasardèrent des pré-

* Pingré a donné en notre langue (1783) une traduction de Manilius, à laquelle il a joint des notes qui valent mieux que tout le fond du poëme.

dictions équivoques et mystérieuses, auxquelles il était toujours facile de faire convenir les événemens; l'erreur se répandit et prit de profondes racines; elle a duré plus de seize cents ans, et enfin elle n'a succombé que sous les coups redoublés de la philosophie. Mais par une fatalité déplorable, qui semble condamner les hommes à être éternellement trompés, la charlatanerie se reproduit sans cesse sous de nouvelles formes, plus ou moins grossières, et on la voit dans tous les temps usurper sans pudeur les places et les récompenses dues aux vrais talens, au génie et à la vertu.

An de J. C. 55. Ménélaüs, dont nous avons déjà parlé comme géomètre, se distingua encore dans l'Astronomie, par d'excellentes observations, et par la découverte des principaux théorèmes de Trigonométrie sphérique, nécessaires ou utiles pour soumettre les observations au calcul.

An de J. C. 140. L'Astronomie commençait à languir dans l'école d'Alexandrie, lorsque le célèbre Ptolomée vint la ranimer, augmenter ses richesses, mettre plus d'ordre, plus d'ensemble dans toutes ses parties, et rassembler, pour ainsi dire, ses membres épars de tous côtés dans les écrits ou les traditions qui existaient

de son temps. Les uns le font naître à Péluse, les autres à Ptolémaïde en Egypte. Cela n'est d'aucune importance; il suffit qu'on sache qu'il vint de très-bonne heure à Alexandrie, et qu'il y a exécuté ses immenses travaux.

Son principal ouvrage, intitulé *Almageste* *, contient toutes les anciennes observations, toutes les anciennes théories, auxquelles joignant ses propres recherches, Ptolomée a formé de l'ensemble la collection la plus complète qui ait paru sur l'ancienne Astronomie, et qui peut même tenir lieu en ce genre des écrits antérieurs, ravagés par la main du temps.

Les anciennes observations, surtout le catalogue des étoiles, dressé par Hipparque, ayant fait connaître à Ptolomée que ces astres conservent toujours entr'eux la même position, il eut des bases fixes, pour y rapporter le mouvement des planètes, et il s'appliqua avec plus d'exactitude qu'on n'avait fait encore, à déterminer les routes qu'elles tiennent dans le ciel, leurs arrangemens respectifs et leurs distances à la terre.

Ptolomée perfectionne la théorie des planètes.

* Mot dérivé de l'arabe, qui veut dire *grande composition*.

Système de Ptolomée.

A consulter les apparences, la terre occupe le centre du monde, et tous les mouvemens qui s'opèrent dans le ciel se font autour de nous. Cependant Pythagore avait combattu cette idée ; il plaçait la terre au nombre des planètes, et il la faisait tourner autour du soleil, de même que la lune et les autres astres errans. Aristarque de Samos embrassa depuis le sentiment de Pythagore, et l'appuya de fortes raisons. Mais le préjugé en faveur de l'immobilité de la terre était trop enraciné, trop conforme au témoignage des sens, pour céder facilement la place à une vérité que le génie devinait plutôt qu'il ne pouvait la prouver, ou la faire comprendre à la multitude. Ptolomée embrassa l'opinion vulgaire; il supposa qu'autour de la terre immobile tournaient en cet ordre de distances en partant du centre, la lune, Mercure, Vénus, le soleil, Mars, Jupiter et Saturne. Toutes ses explications du mouvement des planètes portaient sur cette hypothèse, que son autorité en Astronomie fit recevoir universellement, et passer à la postérité sous le nom de *système de Ptolomée.*

Dès la première application qu'il en fit, le mouvement apparent des planètes par rapport à la terre, présenta des difficultés que l'auteur

ne put vaincre ou éluder, que par de nouvelles hypothèses très-embarrassantes. On l'a déjà dit : tantôt les planètes Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne paraissent marcher directement devant nous ; tantôt elles s'arrêtent, tantôt elles rétrogradent. Pour rendre raison de tous ces mouvemens, Ptolomée suppose que chaque planète décrit en particulier dans l'espace un petit cercle qu'on appelle déférent, et qu'ensuite tous ces cercles emportant chacun sa planète, décrivent eux-mêmes des cercles concentriques ou excentriques à la terre : par la combinaison du mouvement de la planète sur la circonférence de son cercle déférent avec le mouvement de ce déférent autour de la terre, il se forme un mouvement composé qui explique les aspects successifs de la planète à l'égard de la terre. Mais on conçoit qu'une telle complication de mouvemens et d'apparences réelles ou optiques, devait former un chaos difficile à débrouiller. Tout le monde connaît la saillie d'Alphonse X, roi de Castille, surnommé l'astronome. Quoiqu'il crût à toute cette mécanique céleste, l'embarras qu'il y trouvait lui fit dire un jour : *Si Dieu m'eût appelé à son conseil lors de la création du monde, je lui aurais donné de bons avis ;* mot plaisant,

Directions, stations et rétrogradations des planètes.

qui fut regardé alors comme une impiété, parce qu'on supposait sans doute que Ptolomée avait assisté au conseil de Dieu.

Ptolomée diminue mal à propos le mouvement des étoiles en longitude, découvert par Hipparque.

Le mouvement des étoiles en longitude qu'Hipparque avait découvert, fut adopté et confirmé par Ptolomée, qui crut devoir seulement y faire une petite diminution. Selon Hipparque, ce mouvement, ou par suite la rétrogradation des points équinoxiaux, était de deux degrés en cent cinquante ans, ou de quarante-huit secondes de degré en un an; ce qui est un peu trop faible : Ptolomée réduisit ce mouvement à un degré en cent ans, ou à trente-six secondes en un an, ce qui s'écarte encore davantage de la vérité. Cette erreur introduisit une augmentation sensible dans la durée de l'année que Ptolomée trouva par la comparaison des observations de son temps avec celles d'Hipparque : il la fit de 365 jours 5 heures 55 minutes, durée trop longue de plus de six minutes.

Durée de l'année par Ptolomée trop longue.

Ptolomée perfectionne la théorie de la lune.

Il fut plus heureux dans ses autres recherches sur la théorie du soleil et de la lune. Hipparque avait reconnu les excentricités des orbites de ces deux astres : Ptolomée démontra les mêmes vérités par de nouveaux moyens. De plus il fit une découverte très-importante qui lui appartient toute entière ; il remarqua

dans le mouvement de la lune la fameuse inégalité connue aujourd'hui sous le nom d'*évection*. On savait en général que la vitesse de la lune dans son orbite n'est pas toujours la même, et qu'elle augmente ou diminue, à mesure que le diamètre de ce satellite paraît augmenter ou diminuer : on savait encore que la plus grande et la plus petite vitesse ont lieu aux extrémités de la ligne des absides de l'orbite lunaire ; on n'était pas allé plus loin. Ptolomée observa que d'une révolution à l'autre, les quantités absolues de ces deux vitesses extrêmes variaient, et que plus le soleil s'éloignait de la ligne des absides de la lune, plus la différence entre ces deux mêmes vitesses allait en augmentant; d'où il conclut que la première inégalité de la lune, celle qui dépend de l'excentricité de son orbite, est elle-même sujette à une inégalité annuelle dépendante de la position de la ligne des absides de l'orbite lunaire à l'égard du soleil. Les observations modernes ont pleinement démontré la vérité de cette théorie : elles ont encore fait connaître un grand nombre d'autres inégalités dans le mouvement de la lune : il en sera parlé, quand j'exposerai les progrès de l'Astronomie dans les temps modernes.

Il découvre l'évection.

Géographie de Ptolomée, ouvrage très-utile.

Outre l'Almageste, dont nous venons de rendre un compte sommaire, il existe un autre grand ouvrage de Ptolomée, sa *Géographie ;* dans laquelle il fixe, suivant la méthode d'Hipparque, la position des lieux terrestres par la latitude et la longitude. Si Ptolomée a commis plusieurs fautes sur la situation des villes et des pays dont il parle, il faut se souvenir que la Géographie est l'ouvrage du temps; qu'à l'époque où Ptolomée vivait, on ne connaissait un peu distinctement qu'une médiocre partie de l'ancien continent; et qu'aujourd'hui même où l'Astronomie est incomparablement plus répandue, il reste de l'incertitude sur la position d'une infinité de lieux dans les deux hémisphères. Je ne dois pas oublier d'ajouter que ce même ouvrage contient les premiers principes de l'ingénieuse théorie des projections en usage dans la construction des cartes géographiques.

Ptolomée n'a point cru à l'Astrologie judiciaire.

On a publié, sous le nom de Ptolomée, quelques livres où l'Astrologie judiciaire est proposée et expliquée; mais de savans critiques ont démontré qu'il n'en est pas l'auteur; sans doute quelques imposteurs ont cherché à étayer d'un grand nom leurs rêveries pernicieuses. Ce qu'il y a de certain, c'est que l'Almageste et la Géographie, les deux grands

ouvrages de Ptolomée, n'en contiennent pas le moindre vestige.

Ptolomée eut, comme Archimède, l'ambition de transmettre la mémoire de ses travaux à la postérité, par un monument public. Dans un fragment que Bouillaud fit imprimer en 1668, Olympiodore et Théodore, astronomes de Mitilène, rapportent que Ptolomée avait consacré dans le temple de Sérapis à Canope, une inscription gravée sur le marbre, dans laquelle il expliquait les hypothèses de son Astronomie, telles que la durée de l'année, les excentricités des orbites lunaire et solaire, les dimensions des épicycles des planètes, etc.

S'il y a eu de plus grands génies que Ptolomée, il n'y a point eu du moins d'homme qui, eu égard au temps où il a vécu, ait rassemblé plus de connaissances profondes et plus véritablement utiles aux progrès de l'Astronomie.

De Ptolomée jusqu'aux Arabes, on ne compte plus parmi les Grecs aucun astronome d'un certain ordre, si ce n'est peut-être Théon d'Alexandrie, dont il nous reste un savant commentaire sur l'Almageste. An de J. C. 395.

Parmi les diverses applications qu'on a faites de l'Astronomie aux besoins de la société, la

Gnomonique. Gnomonique, ou la science des cadrans, a fort occupé les anciens astronomes : elle méritait en effet leur attention par l'utilité universelle dont elle était alors pour connaître les heures du jour dans les usages civils ; elle n'est pas moins nécessaire aujourd'hui dans les campagnes, ni même dans les villes, où les cadrans servent, tout au moins, à régler les horloges.

On construit des cadrans au soleil, à la lune et aux étoiles. Les premiers sont incomparablement les plus usités. Un cadran est pour l'ordinaire un simple plan, sur lequel les heures et portions d'heures sont marquées par des projections d'ombres, ou par le jet d'un point lumineux qu'on fait passer au travers d'une plaque percée. Quelquefois aussi on trace des cadrans sur des surfaces courbes, telles que celle d'un cône, d'un cylindre, d'une sphère, etc. Les principes de la construction sont les mêmes dans tous les cas : il n'y a de différence que dans la longueur et la multiplicité plus ou moins grandes des opérations. Je me contenterai donc ici de donner une idée générale des cadrans solaires, tracés sur des plans, par des projections d'ombres. La solution de ce problème est facilement réductible à une simple question

de Géométrie, comme on va s'en convaincre.

Imaginons que le soleil, par sa révolution journalière, se meuve dans l'intérieur d'une sphère immense dont le centre soit le même que celui du globe terrestre considéré comme immobile, et concevons ensuite que par ce centre passe un axe perpendiculaire à l'équateur, ainsi qu'à tous les parallèles que le soleil décrit successivement : il est évident qu'en attribuant une certaine grosseur à cet axe, le soleil en jettera continuellement l'ombre sur le cadran, c'est-à-dire ici sur un plan donné de position, et passant par le centre de la sphère céleste. D'où il résulte que pour marquer les heures du jour sur le cadran, il ne s'agit que de savoir déterminer les intersections du plan du cadran, avec la suite des plans qui passent par le soleil à chaque instant de son mouvement, et par l'axe du monde : problème qui n'a aucune difficulté pour les géomètres.

Le principe de cette construction suppose, comme on voit, que le rayon du globe terrestre est infiniment petit par rapport au rayon du cercle que le soleil décrit chaque jour ; ce qui peut être regardé comme sensiblement vrai dans la pratique.

On ne trace sur le cadran que les lignes indispensablement nécessaires. Le stile implanté au cadran, et faisant partie de l'axe du monde, peut être plus ou moins long. Quelquefois on se contente de marquer les heures, par l'arrivée de l'ombre du sommet du stile, aux lignes horaires.

Il y a des cadrans où l'on ne se borne pas à marquer les heures et portions d'heures, mais où l'on trace de plus quelques points remarquables de la route que suit l'ombre du sommet du stile, et l'entrée du soleil dans les signes du zodiaque. Par exemple, supposons un cadran horizontal pour la ville de Paris : le rayon solaire qui passe par le sommet du stile, étant prolongé indéfiniment, et regardé comme une ligne physique et inflexible, on voit que pendant la révolution du soleil, cette ligne décrira les surfaces de deux cônes opposés par le sommet, qui est celui du stile, et que l'ombre jetée par ce sommet formera sur le cadran, pour chaque jour ou chaque parallèle, une portion d'hyperbole, puisqu'en prolongeant le plan du cadran il couperait les deux cônes opposés. Un autre parallèle donne une autre portion d'hyperbole. Or, comme toutes ces portions d'hyperbole, différentes de grandeur et de

position, produiraient de la confusion sur le cadran, si on les traçait en entier, on se contente de marquer les points d'ombre pour l'entrée du soleil dans chaque signe du zodiaque; on joint ces points de proche en proche, et on forme par-là une suite d'arcs, qu'on appelle les *arcs des signes*.

L'invention des cadrans est très-ancienne. Diogène de Laerce en attribue la première idée à Anaximène. On trouve dans le neuvième livre de Vitruve la description abrégée de plusieurs anciens cadrans, les noms qu'on leur donnait, et ceux des auteurs qui les ont imaginés. Je renvoie mes lecteurs à cet ouvrage, ainsi qu'aux excellentes notes dont Claude Perrault a accompagné la traduction qu'il en a donnée.

---

tracée, comme on sait, sur de la cire qui couvrait une matière plus solide.

Il n'y a rien à répliquer à une telle preuve de l'antiquité des verres ardens. De plus, l'effet annoncé par Strepsiade peut s'expliquer facilement de trois manières : on y pouvait employer un miroir concave réfléchissant les rayons solaires, ou un verre convexe donnant passage aux rayons, ou un assemblage de plusieurs miroirs plans, par réflexion. Dans le premier cas, il aurait fallu placer en haut l'assignation entre le miroir et le soleil, à l'endroit où les rayons solaires, après avoir frappé la concavité du miroir, viennent se réunir en se réfléchissant sous un angle égal à celui d'incidence : position incommode pour l'assignation, et dont il n'est pas à présumer que Strepsiade ait voulu parler; dans le second cas, l'assignation aurait été placée en bas, au foyer où les rayons solaires se réunissent après avoir traversé l'épaisseur de la calotte sphérique, ce qui n'a aucun embarras, aucune dificulté dans la pratique; enfin le troisième moyen est également facile à mettre en œuvre, car il ne faut pour cela que disposer les miroirs plans, de manière que les rayons solaires venant les frapper, se réfléchissent suivant des lignes qui vont

se couper en un point où ils forment un foyer ardent.

Il existe plusieurs autres anciennes observations du même phénomène. Pline fait mention *de boules de verre, ou de boules de cristal, qui, exposées au soleil, brûlaient, ou les habits, ou les chairs des malades qu'on voulait cautériser.* Lactance, qui vivait vers l'an 303 de Jésus-Christ, dit *qu'une boule de verre pleine d'eau, et que l'on exposait au soleil, allumait du feu, même dans le plus grand froid.*

Hist. Natur. Lib. 36 et 37.

De Irâ Dei.

L'effet le plus mémorable des verres ardens, dans l'antiquité, serait celui des miroirs d'Archimède, s'il était bien constaté. C'est une question litigieuse que je crois devoir examiner, aussi brièvement qu'il me sera possible, sans omettre aucune des raisons qu'on peut alléguer de part et d'autre.

Miroirs ardens d'Archimède.

Plusieurs anciens auteurs ont raconté qu'au siége de Syracuse Archimède mettait le feu à la flotte des Romains avec des verres ardens. Quelques modernes regardent ce fait comme fabuleux et impossible : d'autres l'admettent comme certain, et même comme d'une exécution facile. Je commence par les raisons des incrédules, à la tête desquels on trouve le fameux Descartes.

Diopt. Disc. VIII.

D'abord ils ont observé, et en cela tout le monde a été de leur avis, qu'Archimède n'aurait pu employer un verre dioptrique ou par réfraction, quand même les localités l'auraient permis, parce qu'un tel verre n'eût pas rassemblé au même foyer les rayons solaires en quantité à beaucoup près suffisante pour produire un embrasement, et parce que d'ailleurs la sphère dont il eût fait partie aurait eu un rayon immense. Il n'était pas possible de suppléer à ce défaut, en employant tout à la fois plusieurs verres de cette espèce: car il eût fallu que tous ces verres exposés en même temps au soleil pour produire un embrasement simultané, eussent la même courbure, le même foyer et la même position, tant à l'égard du soleil que de l'objet à brûler; d'où l'on voit qu'ils se seraient exclus mutuellement.

Par des considérations semblables, Descartes et ses sectateurs rejettent le miroir catoptrique, en disant, comme il est vrai, que pour réunir les rayons à la portée du trait, c'est-à-dire, à cent cinquante pieds environ de distance, le rayon de sphéricité aurait été de trois cents pieds; ce qui rend le miroir impossible à exécuter avec une certaine précision. D'ailleurs, il n'aurait donné qu'une quantité insuffisante de rayons solaires; et si, pour

augmenter cette quantité, on avait augmenté l'étendue du miroir, les rayons solaires cessant alors d'être sensiblement parallèles, se seraient répandus sur un plus grand espace, et auraient perdu à proportion leur densité et leur force. Enfin dans ce cas, comme dans le premier, on n'aurait pu employer qu'un seul miroir.

La question ainsi présentée, il est certain que Descartes aurait complètement gain de cause. Mais pourquoi assujettir les miroirs à des courbures qui n'admettent qu'un seul foyer, et qui excluent la combinaison de plusieurs miroirs? N'est-il pas possible de rassembler et de disposer un grand nombre de petits miroirs plans, de telle manière qu'ils reçoivent et réfléchissent ensuite vers un même point, ou vers un même petit espace, les rayons solaires en quantité suffisante pour brûler du bois, des cordages et autres agrès ? Certainement il n'y a point là d'impossibilité théorique. Quant à l'exécution, peut-on penser qu'un homme tel qu'Archimède, qui possédait au plus haut degré le génie de l'invention dans la Mécanique, ait été embarrassé à trouver le moyen de lier ensemble plusieurs morceaux de glace, de les faire jouer par des mouvemens de charnière, et de leur faire prendre

à volonté diverses inclinaisons, suivant l'exigence des cas ? Il me semble donc que toute la question se réduit au point de fait, si réellement Archimède a brûlé la flotte des Romains avec des miroirs ardens.

D'un côté, Polybe, Tite-Live et Plutarque n'en disent rien; de l'autre, Héron, Diodore de Sicile et Pappus l'ont affirmé positivement *. Les ouvrages où les premiers parlent du siége de Syracuse existent : ceux des autres sont perdus ; mais ils existaient encore au douzième siècle, et les passages où il était spécialement question du miroir d'Archimède sont rapportés par Zonaras et Tzetzès, écrivains de ce temps-là. Le silence de Polybe, Tite-Live et Plutarque est du genre des preuves négatives, qui doivent céder à une assertion positive, quand le fait qu'elle énonce n'a rien d'impossible. D'ailleurs Plutarque parlant en général avec admiration de l'effet des machines d'Archimède, sans rien spécifier, a pu y comprendre les miroirs ardens. Quoi qu'il en soit, Zonaras et Tzetzès, écrivains fort

* Les autorités de part et d'autre, sont à peu près également anciennes, tout compensé. Héron vivait avant Polybe, Diodore et Tite-Live sont contemporains, Pappus est postérieur à Plutarque.

médiocres, méritent par-là même toute confiance; ils n'ont rien pu inventer, et leur témoignage doit être regardé comme celui des auteurs qu'ils citent. Or Zonaras affirme, d'après les anciens, qu'Archimède embrasa la flotte des Romains au moyen des rayons solaires rassemblés et réfléchis par le poli d'un miroir; puis il ajoute qu'à cet exemple, Proclus brûla avec des miroirs d'airain la flotte de Vitalien, qui assiégeait Constantinople, sous l'empire d'Anastase, l'an 514 de l'ère chrétienne. Tzetzès, appuyé sur les mêmes autorités, donne une explication particulière du mécanisme des miroirs d'Archimède. « Lorsque Marcellus, dit-il, eut » éloigné ses vaisseaux à la portée du trait, » Archimède fit jouer un miroir hexagone, » composé de plusieurs autres plus petits qui » avaient chacun vingt-quatre angles, et » qu'on pouvait mouvoir à l'aide de leurs » charnières, et de certaines lames de mé» tal; il plaça ce miroir de manière qu'il » était coupé en son milieu par le méridien » d'hiver et d'été, en sorte que les rayons » du soleil reçus sur ce miroir venant à se » briser, allumèrent un grand feu qui rédui» sit en cendres les vaisseaux des Romains, » quoiqu'ils fussent éloigués de la portée du

» trait. » Que ce passage contienne une description exacte ou défectueuse des miroirs d'Archimède, qu'il en exagère, si l'on veut, les effets, il indique au moins à peu près la manière dont les parties du miroir tournaient pour prendre la situation convenable à leur objet, l'exposition où il était par rapport au soleil, et enfin la distance à laquelle il portait le feu : toutes circonstances possibles et vraisemblables.

Quelques personnes frappées de ces preuves, mais toujours un peu incrédules sur le point dont il s'agit, ont fait une objection à laquelle on attache plus de force qu'elle n'en a réellement. En admettant, a-t-on dit, qu'Archimède eût pu mettre le feu aux vaisseaux des Romains, s'ils fussent demeurés fixement à la même place, il n'en sera pas de même, lorsqu'on supposera, comme il faut le faire, qu'un vaisseau vient à s'éloigner ou à s'approcher : car, ajoute-t-on, à chaque mouvement qu'il fera, il faudra un temps considérable pour faire prendre aux facettes du miroir les positions que demandent les changemens de distance du miroir à l'objet qui doit être embrasé. A cela je réponds, 1°. qu'Archimède ayant une fois saisi le moment favorable pour l'embrasement, sans que les

Romains eussent aucune connaissance de ses moyens, il a pu exécuter son projet très-promptement, et avant qu'on y ait apporté obstacle; 2°. qu'avec toutes les ressources qu'il avait dans l'esprit, il a trouvé sans peine le moyen de faire varier l'inclinaison des facettes du miroir, pour suivre au moins pendant quelque temps, le vaisseau qui cherchait à s'échapper; 3°. enfin, qu'il a pu tenir en réserve plusieurs miroirs de différens foyers (ce qui est ici possible) pour tous les cas qui pouvaient arriver, et qu'il était aisé de prévoir. La mobilité des vaisseaux n'est donc pas un obstacle insurmontable à l'action des miroirs; et des savans modernes, sans égard à cette objection, ont cru pouvoir fonder la réalité des effets proposés, sur des expériences où les objets à embraser sont immobiles.

Dans un ouvrage intitulé *Ars magna lucis et umbræ*, le P. Kircher, jésuite, dit qu'il avait fait construire, d'après la description de Tzetzes, un miroir composé de plusieurs verres plans, qui, réfléchissant tous la lumière du soleil en un même point, y produisaient une chaleur considérable.

En 1747, Buffon exécuta en grand la même expérience, et par-là il a mis irrévocablement le sceau de la vérité aux effets des miroirs

Mém. de l'ac. des sciences, an 1747, pag. 82.

d'Archimède. Il fit construire, par un excellent ingénieur opticien, nommé *Passemant*, un miroir par réflexion, composé de cent soixante-huit glaces planes, mobiles à charnières, et qu'on pouvait faire jouer toutes à la fois, ou seulement en partie. Au moyen de cet assemblage, Buffon embrasa, au mois d'avril, par un soleil assez faible, le bois à cent cinquante pieds de distance; il fondit le plomb à cent quarante pieds: résultats qui sont plus que suffisans pour détruire tous les raisonnemens que l'on a opposés contre un fait évidemment possible.

Acad. des belles-lettr., tome XLII, pag. 392.

La question était en cet état, lorsqu'en 1777, le savant Dupuy, membre de l'académie des belles-lettres, publia la traduction d'un fragment d'Anthémius sur le même sujet. On sait qu'Anthémius florissait sous l'empereur Justinien. C'était un homme rare par ses profondes connaissances dans les Mathématiques, surtout dans la Mécanique. Il construisit d'abord avec Isidore, ensuite seul après la mort de son collègue, la fameuse Basilique de sainte Sophie à Constantinople. On lui attribue la première invention des voûtes en dôme. Le fragment, traduit par Dupuy, contient quelques problèmes d'Optique; et l'auteur y traite spécialement celui

An de J. C. 536.

des miroirs d'Archimède, sur les effets desquels il ne forme, il ne laisse aucun doute. Il commence par observer qu'Archimède n'a pu employer un miroir catoptrique concave, 1°. parce qu'un tel miroir eût été d'une grandeur démesurée; 2°. parce que dans ces sortes de miroir, il faut que l'objet à brûler soit placé entre le miroir et le soleil, et que la position des vaisseaux des Romains à l'égard de Syracuse excluait cette disposition. Ensuite il explique le mécanisme des miroirs qu'Archimède employa, à peu près comme Tzetzès l'a transmis, et comme Buffon l'a exécuté.

Je me suis peut-être un peu trop étendu sur ce sujet particulier; mais j'ai cru devoir éclaircir, autant qu'il m'a été possible, un problème intéressant sur lequel il restait encore de l'obscurité. Je finis par quelques observations générales.

Il y a dans la succession des connaissances humaines une malheureuse fatalité: les plus utiles, les plus nécessaires à nos besoins, se présentent presque toujours les dernières. Les anciens, qui savaient employer avec tant d'art, tant de succès, la propriété que les verres ont de brûler, ignoraient l'usage bien plus important, bien plus avantageux qu'on en fait aujourd'hui, pour grossir les objets, et pour

Examen de la question, si les anciens ont connu l'usage des lunettes.

aider la vue affaiblie. Je sais que cette opinion n'est pas conforme à celle des antiquaires fanatiques qui veulent à toute force que les anciens aient tout inventé, et ne nous aient laissé que la misérable gloire de les deviner et de les commenter. L'historien de l'académie des belles-lettres, s'exprime comme il suit, d'après le seul témoignage du savant Valois, sans daigner citer aucun ancien garant. « On lit qu'un Ptolomée, roi d'Egypte, avait » fait bâtir une tour, ou un observatoire, » dans l'île où était construit le phare d'Alexan- » drie, et qu'au haut de cette tour il avait fait » placer des lunettes d'approche d'une portée » si prodigieuse, qu'il découvrait de soixante » milles les vaisseaux ennemis qui venaient » à intention de faire quelque descente sur ses » côtes. » Mais si les anciens avaient possédé en effet une invention si agréable, si nécessaire et si simple, est-il vraisemblable qu'elle se fût perdue même dans les temps de la plus grande barbarie? N'en existerait-il pas des vestiges bien marqués dans les anciens auteurs? N'aurait-elle pas fourni dans leurs langues, comme dans les langues modernes, une foule d'expressions métaphoriques? Comment se ferait-il que Sénèque qui vivait après le prétendu Ptolomée aux lunettes,

Académ. des belles-lettres, tom. I, p. 111.

puisque l'Egypte devint une province romaine après la mort de Cléopâtre, comment se ferait-il, dis-je, que Sénèque n'en eût aucune connaissance, lui qui dit simplement que *de petites lettres vues au travers d'une bouteille de verre pleine d'eau, paraissent plus grosses*, sans rien ajouter qui ait trait aux lunettes. Les anciens, égarés par leur mauvaise physique sur la nature de la vision, n'imaginaient pas que par un mécanisme semblable à celui qui rassemble les rayons solaires en un foyer brûlant, on pouvait aussi rassembler une lumière douce et affaiblie, et former un faisceau de clarté qui favorise la fonction des yeux sans les blesser. Si l'on s'en tient aux preuves certaines, et non à de simples conjectures qu'on peut toujours former en donnant l'entorse à quelques passages des anciens auteurs, on demeurera convaincu que l'invention des besicles ou des lunettes à mettre sur le nez, est simplement de la fin du treizième siècle. Celle des grandes lunettes, des lunettes astronomiques, des télescopes, est encore plus récente d'environ trois cents ans. Les verres propres à former ces instrumens doivent être, ou de très-grandes sphères dont l'usage serait fort incommode et presque

Quest Nat.

impossible, ou de très-petites portions de grandes sphères, ce qui est d'une pratique facile qu'on suit effectivement. Mais le dernier moyen suppose l'art de tailler le verre : art qui paraît avoir été absolument inconnu aux anciens qui savaient seulement souffler le verre et en former des vases.

---

## CHAPITRE VII.

### *Origine et progrès de l'Acoustique.*

Le nom d'*Acoustique*, inconnu aux anciens, a été inventé par les modernes, pour désigner, d'une manière abrégée, la partie des Mathématiques, qui considère le mouvement du son, les lois de sa propagation, et les rapports que divers sons ont entr'eux. Il y a une analogie marquée entre l'Acoustique et l'Optique, tant du côté de la théorie, que des instrumens par lesquels on aide l'ouïe ou la vue.

L'air est le véhicule du son : lorsque l'on frappe un corps sonore, il frémit, fait des vibrations qu'il communique à l'air ambiant, et ce fluide les transmet, par des ondulations successives résultantes de son élasticité, jusqu'au tympan de l'oreille, espèce de tambour auquel aboutissent les nerfs auditifs. Le son a d'autant plus de plénitude ou de force, que le corps sonore est plus dense, plus élastique et plus violemment agité.

Une suite de sons qui se succèdent inégalement et sans ordre, ne forme qu'un simple

bruit souvent très-désagréable. Mais lorsqu'il règne entre les sons des intervalles mesurés et des rapports assujettis à des lois constantes et régulières, il en résulte une harmonie, une modulation qui plaît à l'oreille. Telle est la source du plaisir que la musique fait à tous les peuples.

Dans la comparaison réciproque de deux sons, l'un est aigu ou grave relativement à l'autre. Cette différence provient du nombre plus ou moins grand de vibrations que le corps sonore fait en un temps donné. Qu'on ait, par exemple, deux cordes de violon également tendues, d'égales grosseurs, mais dont l'une soit double de l'autre en longueur, et qu'on les tire de la direction rectiligne pour les mettre en vibration : alors pendant que la corde simple fait deux vibrations, la corde double n'en fait qu'une seule ; le premier son est aigu, le second est grave. On dit de plus qu'ils sont à l'octave l'un à l'égard de l'autre, par la raison qu'ils forment les extrémes des huit tons de la gamme musicale. La tension plus ou moins grande, mais toujours égale, des deux cordes, produit des sons plus ou moins forts, mais qui conservent entr'eux le même rapport.

Si vous voulez avoir les rapports des huit tons de la musique, vous y parviendrez en

prenant huit cordes également tendues, de grosseurs égales, et dont les longueurs soient comme les nombres $1, \frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}$. Les nombres de vibrations que ces huit cordes feront dans un même temps, seront réciproquement proportionnels aux nombres précédens; et vous entendrez le son fondamental ou le plus grave de tous, la tierce mineure, la tierce majeure, la quarte, la quinte, la sixte mineure, la sixte majeure et l'octave.

Les mêmes rapports peuvent s'obtenir par le moyen d'une seule corde, en la tendant diversement, de telle manière que les forces de tensions soient comme les nombres $1, \frac{36}{25}, \frac{25}{16}, \frac{16}{9}, \frac{9}{1}, \frac{64}{25}, \frac{25}{9}, 4$.

Toutes ces propositions et plusieurs autres dérivent du théorème suivant: *Le nombre de vibrations que fait une corde, en un temps donné, est en général comme la racine quarrée du poids qui la tend, divisé par le produit fait du poids de la corde et de sa longueur.* Quoique ce théorème n'ait été trouvé que par les mécaniciens modernes, j'ai cru devoir le rapporter ici parce qu'il va nous servir à apprécier les expériences attribuées à Pythagore, auteur des premières découvertes qu'on ait faites dans cette matière.

An av J C. 540. Nicomaque, ancien auteur d'Arithmétique, raconte que Pythagore passant un jour devant un attelier de forgerons qui frappaient un morceau de fer sur une enclume, il entendit avec surprise des sons qui s'accordaient aux intervalles de quarte, de quinte et d'octave; qu'en réfléchissant sur la cause de ce phénomène, il jugea qu'elle dépendait du poids des marteaux, et que les ayant fait peser, il trouva que le poids du marteau le plus lourd, relatif au son fondamental, étant supposé représenté par 1, les poids des trois marteaux relatifs à la quarte, à la quinte et à l'octave en haut étaient comme les nombres $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. Nicomaque ajoute que Pythagore étant de retour chez lui, voulut vérifier cette première expérience par celle-ci: Il attacha horizontalement à un point fixe une corde qu'il fit passer sur un chevalet, et qu'il tendit plus ou moins, en la chargeant de différens poids; il la mit en vibration, et il trouva que les poids correspondans à la quarte, à la quinte et à l'octave en haut, étaient entr'eux comme les poids des marteaux des forgerons.

En appliquant à ces expériences le théorème cité, on voit, ou qu'elles ne sont point

exactes, ou qu'elles sont mal rapportées. Les longueurs de trois cordes, de même grosseur uniforme, qui, tendues par un même poids, donnent la quarte, la quinte et l'octave en haut, sont comme les trois fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$; mais pour faire rendre la quarte, la quinte et l'octave en haut à une même corde, en la chargeant de différens poids, il faut que ces poids soient entr'eux comme les nombres $\frac{16}{9}$, $\frac{9}{4}$, 4. Il y a donc erreur, ou dans les rapports que Pythagore a trouvés entre les poids des marteaux, ou dans la manière dont on expose ses expériences. On aura cru sans doute que les trois poids différens qui tendant une même corde, donnent la quarte, la quinte et l'octave, étaient entr'eux comme les longueurs de trois cordes différentes également tendues, qui donnent les trois mêmes sons; ce qui n'est pas vrai. Quoi qu'il en soit, il est certain que ces premières idées de Pythagore ont été la véritable source de la théorie de la musique. Comme cet art proprement dit n'emprunte que très-peu de secours des Mathématiques, je ne m'étendrai pas davantage sur la musique des anciens, dont on trouve d'ailleurs l'histoire dans plusieurs ouvrages, et principalement dans les mémoires de l'académie des belles-lettres. Mais je

reviendrai dans la suite à la théorie géométrique des cordes vibrantes, et du mouvement de l'air dans un tuyau : théorie qui est née dans ces derniers temps.

FIN DE LA PREMIÈRE PÉRIODE.

# SECONDE PÉRIODE.

## ÉTAT DES MATHÉMATIQUES,

### depuis leur renouvellement chez les Arabes jusque vers la fin du quinzième siècle.

Les Mathématiques florissaient toujours en Grèce et principalement dans l'école d'Alexandrie, lorsqu'un peu avant le milieu du septième siècle, il s'éleva contre elles une affreuse tempête, qui les menaçait d'une ruine totale dans ces climats. Pleins de l'enthousiasme que leur inspirait une religion guerrière, les successeurs de Mahomet ravagèrent la vaste étendue de pays, depuis l'Orient jusqu'à la partie méridionale de l'Europe. Les artistes et les savans rassemblés de toutes parts au musée d'Alexandrie, furent chassés honteusement. Quelques-uns devinrent les victimes de la violence des conquérans; les autres

An de J. C. 638.

allèrent traîner dans les pays éloignés les restes d'une vie languissante. On détruisit les lieux et les instrumens qui avaient servi à faire une immense quantité d'observations astronomiques. Enfin ce précieux dépôt des connaissances humaines, la bibliothèque des rois d'Egypte, qui avait déjà souffert un incendie sous Jules César, fut entièrement livrée aux flammes par les Arabes : le calife Omar ordonna qu'on brûlât tous ces livres, *parce que*, disait-il, *s'ils sont conformes à l'alcoran ils sont inutiles, et s'ils y sont contraires ils doivent être abhorrés et anéantis :* raisonnement bien digne d'un brigand fanatique !

Il semblait que le sort des sciences attaquées et détruites dans le centre de leur empire était absolument désespéré. Mais cette même vicissitude qui produit tant de malheurs et tant de crimes, amène aussi quelquefois des révolutions avantageuses au genre humain. Tel fut le changement qui se fit bientôt dans les mœurs des Arabes. Ces peuples, comme tous ceux de l'Orient, avaient eu autrefois quelques notions des sciences et principalement de l'Astronomie. Si le fanatisme d'une religion sanguinaire étouffa d'abord ces germes précieux, il n'en dessécha pas entièrement les racines. Lorsque ces différentes nations furent

lasses de s'exterminer mutuellement, leur férocité s'adoucit, et le loisir de la paix rappela l'esprit actif des Arabes à des occupations moins vides et plus attachantes que les disputes sur les dogmes de l'alcoran. A peine s'était-il écoulé cent vingt ans depuis la mort de Mahomet, qu'ils commencèrent à cultiver eux-mêmes les arts et les sciences qu'ils avaient voulu proscrire. Ils eurent bientôt des poëtes, des orateurs, des mathématiciens, etc. On compte dans ce nombre plusieurs califes chez les Arabes; et ensuite plusieurs empereurs chez les Persans, quand ce dernier peuple se fut séparé du premier.

Les Arabes puisèrent dans une étude assidue des auteurs grecs les principes de toutes les parties des Mathématiques. Munis de ces connaissances, ils devinrent les émules de leurs maîtres, et se mirent en état de les traduire, de les commenter, et d'ajouter quelquefois à leurs découvertes. Plusieurs ouvrages grecs ne nous sont parvenus quant au fond que par les traductions des Arabes. Ce même peuple en instruisit d'autres, et les sciences se renouvelèrent avec un succès que la postérité ne doit pas oublier. Entrons dans quelques détails.

## CHAPITRE PREMIER.

### *Arithmétique et Algèbre des Arabes.*

Arithmétique des Arabes.

L'INGÉNIEUX système de numération arithmétique dont tous les peuples modernes se servent, est un bienfait des Arabes. Il a sur tous les anciens systèmes l'avantage de la clarté et de la simplicité. On sait qu'avec dix caractères auxquels on fait occuper différentes places, on peut exprimer de la manière la plus commode un nombre immense par la multitude de ses unités. Quelques écrivains prétendent que les Arabes tenaient cette idée des Indiens. Les raisons qu'ils en apportent ne me paraissent pas fort convaincantes. Sans entrer dans cette discussion oiseuse, je me contenterai d'observer que nous devons immédiatement aux Arabes l'Arithmétique telle que nous la pratiquons aujourd'hui. Le célèbre Gerbert, qui fut dans la suite pape sous le nom de Silvestre II, alla puiser cette science en Espagne où les Arabes dominaient alors, et il la répandit dans le reste de l'Europe, vers l'an 960.

Algèbre des Arabes.

Les premières notions de l'Algèbre qu'on trouve dans Diophante furent développées par les Arabes. Cardan regarde même ces peuples comme les véritables inventeurs de l'Algèbre. Le célèbre analiste Wallis, adoptant cette opinion, en donne pour raison que les Arabes emploient dans la dénomination des puissances un système différent de celui de Diophante : d'où il conclut que les principes sont aussi différens. Dans l'auteur grec, la deuxième puissance, la troisième, la quatrième, la cinquième, la sixième, etc. sont appelées le *quarré*, le *cube*, le *quarré-quarré*, le *quarré-cube*, le *cube-cube*, etc.; de sorte que chaque puissance prend sa dénomination des deux puissances inférieures dont elle est le produit : chez les Arabes, elles sont le *quarré*, le *cube*, le *quarré-quarré*, le *premier sur-solide*, le *quarré-cube*; le *second sur-solide*, etc., où l'on voit que celles des puissances qui ne sont pas le produit de deux puissances de même espèce, sont appelées sur-solides. Par exemple, dans Diophante, le quarré-cube, ou le quarré multiplié par le cube, forme la cinquième puissance : les Arabes entendent par la même expression le quarré du cube, ou le cube du quarré, ce qui forme chez eux la sixième puissance. Nos lecteurs

apprécieront la force de cette conjecture de Wallis.

Nous ne connaissons pas bien exactement l'étendue des progrès que les Arabes avaient faits dans l'Algèbre; mais nous avons quelques indices qu'ils étaient parvenus jusqu'à résoudre les équations du troisième degré et même quelques cas particuliers du quatrième : en quoi ils sont allés plus loin que Diophante qui ne passe pas le second degré. On assure en preuve, qu'il existe dans la bibliothèque de Leyde un manuscrit arabe qui a pour titre : *L'Algèbre des équations cubiques*, ou *la Résolution des problèmes solides*.

---

# CHAPITRE II.

## *Géométrie des Arabes.*

On compte plusieurs savans géomètres arabes. Leur premier soin fut de traduire les ouvrages élémentaires des Grecs, tels que les Elémens d'Euclide, le traité *de Sphæra et Cylindro* d'Archimède, les *Sphériques* de Théodose, le traité des *Triangles sphériques* de Ménélaüs, etc. Bientôt ils s'élevèrent à la Géométrie transcendante ou des courbes anciennes: la doctrine des *coniques* d'Apollonius leur devint familière, et nous n'avons même le cinquième, le sixième et le septième livres de cet ouvrage, que par une traduction arabe. De proche en proche leurs connaissances s'étendirent à la Statique et à l'Hydrostatique. L'ouvrage d'Archimède *de Humido insidentibus* ne nous est arrivé que par eux.

Trigonométrie perfectionnée par les Arabes.

La Géométrie pratique et l'Astronomie doivent aux Arabes l'éternelle reconnaissance d'avoir donné au calcul trigonométrique la forme simple et commode qu'il a aujourd'hui. Ils réduisirent la théorie de la résolution des

triangles, tant rectilignes que sphériques, à un petit nombre de propositions faciles ; et par la substitution qu'ils introduisirent des *sinus* à la place des *cordes* des arcs doubles qu'on employait auparavant, ils portèrent dans les calculs des abréviations inestimables pour ceux qui ont à résoudre un grand nombre de triangles. On attribue principalement ces découvertes à un géomètre astronome appelé *Mohammed-Ben-Musa*, auteur d'un ouvrage subsistant, intitulé : *De Figuris planis et sphæricis*, et à un autre géomètre astronome plus connu, *Geber-Ben-Aphla*, qui vivait dans le onzième siècle, et dont nous avons un commentaire sur Ptolomée.

On a sur la Géodésie un ouvrage élégant de *Mahomet* de Bagdad, ouvrage que quelques auteurs ont attribué à Euclide, sans en donner aucune raison.

---

## CHAPITRE III.

### *Astronomie des Arabes.*

L'ASTRONOMIE est la partie des Mathématiques que les Arabes ont le plus cultivée, et dans laquelle ils ont fait les découvertes les plus remarquables. Un grand nombre de leurs califes ont été eux-mêmes d'excellens astronomes. Rien n'égale la magnificence des observatoires et des instrumens qu'ils firent construire pour le progrès de cette science, qui a plus besoin que toutes les autres de la protection des souverains.

Je ne citerai ici que les principaux astronomes arabes; et parmi eux je distinguerai surtout les califes qui l'ont mérité, parce que les exemples des princes qui, à la gloire de bien gouverner les hommes, joignent encore celle de les éclairer, ont un droit particulier au respect, à l'admiration et à la reconnaissance de la postérité.

Les Arabes comptaient les temps par les révolutions lunaires.

Les Arabes réglaient le temps sur le mouvement de la lune. Leurs mois étaient alternativement de 29 jours et de 30 jours; ce qui

donnait 354 jours pour la durée de l'année lunaire. Mais comme le mois synodique, ou la durée de chaque révolution lunaire par rapport au soleil, est de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes, la durée de l'année lunaire arabe était moindre que la durée véritable de douze révolutions lunaires par rapport au soleil, de 8 heures 48 minutes 36 secondes. Aussi pour faire disparaître cette différence qui laissait la lune en arrière du soleil, dans leurs mouvemens d'Occident en Orient, et pour faire coïncider les positions de ces deux astres, on ajoutait de temps en temps un jour à la période de 354 jours.

Les Arabes ont fort perfectionné la théorie du soleil.

Parmi les différentes branches de l'Astronomie, la théorie du soleil attira d'abord l'attention des Arabes, et les occupa pendant très-long-temps. Ils ne tardèrent pas à reconnaître que Ptolomée avait trouvé, ou supposé l'obliquité de l'écliptique un peu trop grande. Flamsteed rapporte, dans son *Histoire céleste*, la suite de leurs travaux sur ce sujet: on les voit continuellement approcher de la vérité; et enfin, au bout d'environ sept cents ans, ils parviennent à déterminer l'obliquité de l'écliptique avec la même exactitude à peu près, que la donnent les meilleures observations modernes: résultat d'autant plus singulier, qu'ils

n'avaient pas comme nous le secours des lunettes.

Un des principaux astronomes arabes a été le calife Abou-Giafar, surnommé *Almansor*, ou le *Victorieux* : prince philosophe et appliqué, curieux de toutes les sciences, et principalement de l'Astronomie, à laquelle il donnait le temps dont ses devoirs indispensables lui permettaient de disposer. Son règne est l'époque où tout le système des connaissances humaines reçoit chez les Arabes une impulsion toujours croissante pendant plusieurs siècles.

ALMANSOR, commence à régner en 754, meurt en 775.

Presque tous les successeurs d'Almansor eurent les mêmes goûts pour les sciences. Son petit-fils Haroun, surnommé *Al-Raschild*, cultiva la Mécanique et l'Astronomie. Dans une ambassade solennelle qu'il envoya en 799, à notre roi Charlemagne, sur sa grande réputation, il lui fit présent d'une clepsydre ou horloge d'eau, très-ingénieuse. Douze petites portes coupaient le cadran et formaient la division des heures ; chacune de ces portes s'ouvrait à l'heure qu'elle indiquait, et donnait passage à des boules qui tombaient successivement sur un timbre d'airain, et frappaient l'heure : chaque porte restait ouverte, et à la douzième heure, douze petits cavaliers

RASCHILD, commence à régner en 786, meurt en 809.

sortaient ensemble, faisaient le tour du cadran, et refermaient toutes les portes. Cette machine étonna l'Europe, où les exercices de l'esprit ne roulaient que sur des futilités théologiques ou grammaticales.

ALMAMON commence à régner en 813, meurt en 833.

Haroun eut deux fils, qui régnèrent successivement après lui. Le second nommé *Almamon*, instruit dans les sciences par *Musva*, médecin chrétien, mit tout en usage, bienfaits, exhortations, exemple, pour porter ses sujets à s'y livrer avec ardeur. Il fit traduire tous les ouvrages grecs qu'il put se procurer, et en particulier l'Almageste de Ptolomée. Quelques auteurs rapportent même que dans un traité de paix, où il imposa des lois à l'empereur grec Michel III, il exigea qu'on lui donnerait plusieurs manuscrits grecs, que possédaient les empereurs de Constantinople. Il faisait lui-même des observations; il en indiquait d'autres, que ses affaires ne lui permettaient pas de suivre: comme, par exemple, celles qu'on fit par ses ordres à Bagdad et à Damas, sur l'obliquité de l'écliptique, qu'on trouva de vingt-trois degrés trente-cinq minutes; résultat plus approchant de la vérité que tous ceux des anciens astronomes. Il fit mesurer dans la plaine de Singiar, sur les bords de la mer Rouge, la valeur d'un degré

de la terre. Malheureusement on ne connaît que d'une manière vague et incertaine le rapport de notre toise avec la mesure arabe qu'on y employa, et on ignore jusqu'à quel point cette valeur s'accorde avec celle qui a été prise dans ces derniers temps. Enfin, pour faciliter de plus en plus l'étude et les progrès de l'Astronomie, Almamon fit composer, par les hommes les plus instruits dans cette science, un ouvrage intitulé : *Astronomia elaborata a compluribus D. D. jussu Regis Maimon*, qui subsiste encore en manuscrit dans plusieurs bibliothèques. La ville de Bagdad, située à peu près au même endroit que l'ancienne Babylone, fut embellie et accrue par ses soins ; elle devint le séjour ordinaire des califes. Il y avait dans cette ville des écoles pour toutes les sciences, et une en particulier pour l'Astronomie. Almamon emporta dans le tombeau la gloire d'avoir été le prince le plus humain, le plus sage et le plus savant, qui eût encore occupé le trône des califes.

Dans le siècle d'Almamon fleurirent plusieurs astronomes célèbres, parmi lesquels on remarque surtout Alfraganus, Thebit-Ibn-Chora et Albaténius.

Alfraganus composa des élémens d'Astronomie : livre presque classique autrefois, An de J. C. 850.

même dans l'Occident, et dont il a été fait plusieurs éditions depuis la naissance de l'imprimerie. Il écrivit aussi des traités sur les *horloges solaires* et sur l'*Astrolabe*, conservés en manuscrit dans quelques bibliothèques. On raconte qu'il avait une extrême facilité à faire les calculs les plus compliqués; ce qui le fit surnommer le *calculateur*.

An de J. C. 860. Thébit était analiste, géomètre et astronome. On cite de lui une observation de l'obliquité de l'écliptique qu'il trouva de vingt-trois degrés trente-trois minutes trente secondes. Il imagina de rapporter le mouvement du soleil, non pas aux points équinoxiaux qui sont mobiles, mais aux étoiles fixes; et il parvint à déterminer la longueur de l'année sydérale à peu près telle qu'on la trouve aujourd'hui: résultat heureux qu'on ne peut guère attribuer qu'au hasard, car Ptolomée, dont les Arabes suivaient en général la doctrine, avait un peu embrouillé les élémens du problème. Cette réflexion acquerra une nouvelle force, si l'on considère que Thébit n'avait pas une idée bien juste de la position des étoiles par rapport au ciel fixe: il pensait, avec Hipparque et Ptolomée, qu'elles avaient un petit mouvement d'Occident en Orient; mais il ajoutait, et son opinion trouva croyance, qu'au bout d'un certain

temps elles revenaient sur leurs pas, puis reprenaient leur première direction pour rétrograder de nouveau; ainsi de suite alternativement; d'où résultait une espèce de *trépidation* dont les mouvemens partiels étaient de plus sujets à des inégalités : système détruit par les observations. Thébit admettait un semblable mouvement de trépidation dans l'obliquité de l'écliptique.

Albaténius a été un des plus grands promoteurs de l'Astronomie. Ses nombreuses observations et les connaissances importantes qu'il en a tirées, l'ont fait surnommer le Ptolomée des Arabes, comparaison peut-être honorable au Ptolomée grec du côté du génie. Il fut commandant pour les califes en Syrie, et il fit ses observations en partie à Antioche, capitale de son gouvernement, en partie à Aracte, ville considérable de la Mésopotamie. Voici une idée succincte de ses travaux. An. de J. C. 879.

Une discussion exacte des anciennes observations, et la comparaison qu'il en fit avec les siennes propres, lui firent connaître que Ptolomée avait trop ralenti le mouvement des étoiles en longitude, en le supposant seulement d'un degré en cent ans; et il trouva à peu près le même résultat qu'Hipparque, c'est-à-dire, que ce mouvement était d'un degré en

Albaténius détermine à peu de chose près le mouvement des étoiles en longitude.

soixante-dix ans. Suivant les observations modernes, il est d'un degré en soixante-douze ans.

Il détermine très-exactement l'excentricité de l'écliptique.

Albaténius approcha davantage de la vérité dans la recherche de l'excentricité de l'orbite solaire. Il s'en faut très-peu de chose qu'il ne l'ait trouvée telle que les observations modernes la donnent. Il y a même des astronomes de ces derniers temps qui regardent la mesure d'Albaténius comme très-exacte, sauf les petites erreurs inévitables dans les résultats des meilleures observations.

Il fait la durée de l'année trop courte d'environ 2 minutes.

Son calcul de la durée de l'année qu'il faisait de 365 jours 5 heures 46 minutes 24 secondes, s'écarte en moins d'environ deux minutes de la véritable durée. Mais le célèbre Halley a fait voir que l'erreur d'Albaténius vient de sa trop grande confiance aux observations de Ptolomée, et que s'il avait comparé immédiatement ses propres observations avec celles d'Hipparque, il aurait beaucoup plus approché de la vérité.

Albaténius découvre le mouvement de l'apogée du soleil.

Avant l'astronome arabe, on regardait l'apogée du soleil comme immobile: Albaténius fit voir que ce point a un petit mouvement suivant l'ordre des signes, lequel surpasse un peu celui des étoiles: recherche délicate dont les observateurs modernes et la théorie de la

gravitation universelle ont démontré la nécessité et l'importance.

Enfin ayant reconnu l'insuffisance et les défauts des théories de Ptolomée sur les mouvemens des planètes, Albaténius mit tous ses soins à les corriger et à les perfectionner. La découverte qu'il avait faite du mouvement de l'apogée du soleil, lui fit soupçonner de semblables inégalités dans les mouvemens des autres planètes; et les théories modernes ont encore converti ce soupçon en certitude. Au moyen de toutes ces connaissances, Albaténius substitua de nouvelles tables à celles de Ptolomée, et par-là il rendit un service essentiel aux astronomes, celui de faciliter ou d'abréger leurs calculs pour un temps. Je dis *pour un temps*, car on sait que même aujourd'hui les meilleures tables ont besoin d'être corrigées et rectifiées à mesure que les observations se multiplient et se perfectionnent. Les ouvrages d'Albaténius ont été recueillis en un volume *in*-4°. sous ce titre : *De Scientiâ stellarum*, dont il y a eu deux éditions, l'une en 1537, l'autre en 1646.

Il rectifie les théories de Ptolomée sur les mouvemens des planètes, construit de nouvelles tables, etc.

On cite une foule de savans arabes qui, pendant plusieurs siècles, continuèrent d'observer le ciel, et de perfectionner toutes les branches de l'Astronomie. Non-seulement

ces peuples cultivaient les Mathématiques, ils en étaient encore les apôtres : ils les portaient et les répandaient chez toutes les nations soumises à leur puissance. Montucla donne dans son *histoire* une ample liste de mathématiciens, arabes de nation, ou disciples des Arabes, et quelques notices de leurs ouvrages. La plupart de ces détails étant liés à des noms barbares que je ne pourrais rapporter sans fatiguer mes lecteurs, je me borne toujours aux principaux traits qui peuvent servir à faire connaître les obligations que les sciences ont aux Arabes.

Sciences en Egypte.

En Egypte, l'astronome *Ibn-Ionis* fit, sous la protection du calife *Azir-Ben-Akim*, plusieurs observations qui nous sont parvenues avec celles de plusieurs autres astronomes, dans une espèce d'histoire céleste qu'il écrivit, et qui existe en manuscrit dans la bibliothèque de Leyde. Il y a dans cet ouvrage vingt-huit observations d'éclipses de soleil ou de lune, faites par les astronomes arabes, depuis l'année 829 jusqu'à l'année 1004 ; sept observations d'équinoxes, depuis l'année 830 jusqu'à l'année 851 ; une observation du solstice d'été en l'année 832. Trois éclipses, observées près du Caire, aux années 977, 978 et 979, ont fourni un résultat remarquable, la preuve que le

mouvement moyen de la lune est sujet à une petite accélération qui, venant à s'accumuler par la suite des siècles, doit entrer dans les élémens du calcul astronomique. Toutes ces richesses ayant fait désirer à l'institut national de France d'avoir communication du manuscrit de Leyde, la république batave le lui a fait remettre et confier, par son ambassadeur. On l'a examiné avec soin; on n'y a pas trouvé d'autres observations que celles dont je viens de parler : il ne donne aucun des renseignemens qu'on espérait sur les instrumens des Arabes et leur manière d'observer; mais il a fourni quelques corrections intéressantes pour le fragment dont Delisle avait obtenu une copie qui est aujourd'hui entre les mains du citoyen Messire, membre de l'institut national : fragment dont le citoyen Caussin, professeur de langue arabe au collége national de France, a fait une traduction qu'on imprime avec le texte à côté. Ibn-Ionis avait encore composé des tables astronomiques, célèbres et long-temps utiles dans l'Orient.

Sciences en Espagne.

Les Arabes établis dans l'Espagne, dont ils avaient conquis la plus grande partie, au huitième siècle, y cultivèrent les sciences avec la même ardeur, le même succès que dans l'Orient. L'Astronomie était principalement

l'objet de leurs travaux. Ils bâtirent des observatoires dans plusieurs villes d'Espagne. Arsachel, l'un des plus distingués entr'eux, perfectionna la théorie du soleil. Par une méthode plus simple et plus susceptible d'exactitude que celles dont Hipparque et Ptolomée s'étaient servis, il fit quelques changemens heureux dans les dimensions qu'ils avaient données à l'orbite solaire. On croit aussi qu'il découvrit dans le mouvement du soleil certaines inégalités dont les observations modernes et la théorie neutonienne ont depuis constaté l'existence; ce qui l'a fait regarder comme un astronome très-exact et très-attentif. Il composa un recueil de tables intitulé: *Tabulæ Toledanæ*, du nom de la ville de Tolède, où il faisait sa résidence.

An de J. C. 1020.

An de J. C. 1100.

Alhazen, autre Arabe célèbre fixé en Espagne, nous a laissé un traité d'*Optique*, qui contient le premier essai de théorie qu'on ait donné de la réfraction et du crépuscule. Il les fait dépendre, non des vapeurs accumulées dans le voisinage de l'horizon, mais de la différente transparence qui se trouve dans l'air qui environne la terre, ou dans une matière éthérée, placée au-delà: il enseigne même de quelle manière on peut s'assurer, par l'observation, de la différence que la réfraction

produit entre le lieu apparent d'un astre et le lieu véritable. Ce n'est pas dans la réfraction qu'il faut chercher, selon lui, la cause de la grandeur extraordinaire du soleil et de la lune à l'horizon, mais plutôt un effet contraire. Malebranche a depuis employé et développé la même doctrine; et comme il ne cite point Alhazen, on doit présumer qu'il ne connaissait pas son ouvrage. Quelques auteurs prétendent qu'Alhazen n'a fait que traduire ou commenter un ouvrage que Ptolomée avait composé sur la même matière : ouvrage cité par d'autres écrivains arabes, et maintenant perdu. Cette opinion peut être contredite, puisque les anciens astronomes et Ptolomée lui-même, n'avaient point égard à l'effet des réfractions dans les observations astronomiques : du moins Alhazen a la gloire d'avoir indiqué clairement cet effet, et d'avoir fait sentir la nécessité d'en tenir compte.

On place encore en Espagne, à peu près vers le même temps, plusieurs autres mathématiciens arabes, tels que *Geber*, regardé mal à propos, d'après son nom, comme inventeur de l'Algèbre, mais auteur d'une traduction de l'Almageste, et de deux théorèmes de Trigonométrie sphérique, très-commodes pour la résolution des triangles rectangles; *Almansor*

ou *Almeon*, qui fit une très-bonne observation de l'obliquité de l'écliptique; Averroës, célèbre médecin de Cordoue, abréviateur et commentateur de Ptolomée, très-savant pour son temps, dans la Physique et les Mathématiques, etc.

Quelques-uns de ces anciens savans arabes se transplantèrent par goût dans les pays du nord de l'Europe : les connaissances qu'ils y portèrent se confondirent avec celles de leurs disciples, et aujourd'hui il est impossible de faire le partage des unes et des autres.

---

# CHAPITRE IV.

## *Sciences chez les Persans.*

LES Persans qui, jusque vers le milieu du onzième siècle, n'avaient fait qu'un même peuple avec les Arabes, ayant alors secoué le joug des califes, n'abandonnèrent pas l'étude des sciences au milieu des troubles de la guerre. Ils ont eu des algébristes, des géomètres et surtout des astronomes très-distingués. An de J.C. 1050.

Un géomètre *Loggia Nassir*, ou le docteur *Nessir*, avait composé plusieurs ouvrages très-estimés de son temps; il nous reste de lui un commentaire sur Euclide, imprimé en 1590, en sa langue naturelle, c'est-à-dire en arabe. *Nassir-Eddin*, autre géomètre plus connu, a donné plusieurs démonstrations très-ingénieuses de la quarante-septième proposition du premier livre d'Euclide, rapportées par Clavius. Elles procèdent par une simple transposition de parties avec lesquelles Nassir-Eddin compose, tantôt le quarré de l'hypothénuse, tantôt les quarrés des deux autres côtés du triangle rectangle. Il fit une version Géomètres persans.

exacte des *coniques* d'Apollonius, à quoi il ajouta un commentaire dont Halley s'est servi utilement pour traduire le cinquième, le sixième et le septième livre de cet important ouvrage.

On trouve, dans le même temps, un autre géomètre persan, très-célèbre, appelé *Maimon-Reschild.* Il avait commenté Euclide : son enthousiasme pour la Géométrie était tel, qu'il en portait toujours certaines figures favorites sur les manches de ses habits.

Tous ces anciens géomètres persans avaient recueilli soigneusement les écrits des Grecs, et s'étaient instruits à fond de leur doctrine. On prétend qu'encore aujourd'hui on conserve dans la Perse plusieurs ouvrages grecs que nous n'avons pas.

---

## CHAPITRE V.

### *De l'Astronomie persanne en particulier.*

Les anciens Perses, dès le temps de *Darius Occhus*, avaient fait un grand nombre d'observations. Ils s'étaient attachés particulièrement à déterminer la longueur de l'année solaire, à laquelle ils rapportaient toutes les mesures du temps. Ayant fixé sa durée à 365 jours 6 heures, ils faisaient disparaître les six heures, fraction du jour, par l'intercalation d'un mois de trente jours, tous les cént vingt ans; ce qui revient à l'intercalation d'un jour tous les quatre ans dans l'année julienne. De plus ils plaçaient le treizième mois intercalaire successivement le premier, puis le second de l'année, ainsi de suite, de sorte qu'il faisait une révolution entière, et donnait lieu à diverses cérémonies religieuses. Lorsque les Persans reçurent la loi des Arabes, l'usage où étaient les vainqueurs de compter par les révolutions lunaires devint aussi celui des vaincus. Mais ces derniers devenus libres, reprirent leur ancienne méthode, vers l'année 1079. Alors l'astronome persan *Omar-Cheyam*, pour rectifier An de J.C 1079.

l'ancien calendrier de sa nation, fondé sur une hypothèse d'une année trop longue d'environ onze minutes, imagina d'ajouter sept fois de suite un jour à chaque quatrième année, et puis un jour à la cinquième année; ce qui est la même chose que si on eût intercalé un jour à chaque trente-troisième année. Ce système, qui approche fort de la vérité, fut adopté, et a été conservé par les Persans.

Plusieurs empereurs de cette nation protégèrent vivement l'Astronomie. C'était une espèce de religion de l'état. Un auteur grec, nommé *Chioniades*, qui vivait au treizième siècle, rapporte que les Persans étaient tellement jaloux de leurs connaissances dans cette partie, qu'il était défendu par une loi de les communiquer à des étrangers, excepté dans certains cas très-rares, soumis à la décision des empereurs. Cette défense était fondée sur une prophétie qui portait que les chrétiens renverseraient un jour l'empire persan par des moyens puisés dans la science de l'Astronomie. Chioniades eut lui-même bien de la peine à être admis aux leçons des astronomes persans, quoiqu'il eût été fort recommandé par l'empereur de Constantinople, lié alors d'amitié et d'intérêt avec celui de Perse. De ce commerce, il rapporta dans la Grèce des tables astrono-

miques très-exactes, suivant Bouillaud, eu égard au temps où elles avaient été calculées.

Un descendant de Genghis-Kan, nommé par les uns *Holagu-Ilecou-Kan*, par les autres *Houlagou-Kan*, qui conquit la Perse, vers l'an 1264, honora les sciences qu'elle cultivait, et ne sembla plus occupé le reste de sa vie qu'à les faire fleurir dans les vastes pays de sa domination. Il fit construire dans la ville de Maragha, voisine de Tauris, capitale de la Médie, un observatoire où il rassembla un grand nombre d'astronomes, sous la présidence de Nassir-Eddin, dont nous avons déjà parlé. Cette société était une espèce d'académie d'autant plus florissante, qu'elle recevait toutes sortes d'encouragemens d'un prince magnifique, et lui-même très-savant. Nassir-Eddin composa plusieurs ouvrages astronomiques, entr'autres une théorie des mouvemens célestes, un traité de l'Astrolabe, et des tables astronomiques qu'il intitula *Tables itecaliques*, pour laisser un monument de sa reconnaissance envers son bienfaiteur. On raconte qu'*Holagu* se sentant près de sa fin, se fit transporter au milieu des savans, et qu'il voulut rendre les derniers soupirs entre leurs bras, les regardant comme ses enfans et les véritables hérauts de sa gloire.

HOLAGU commence à régner en 1254, meurt en 1269.

ULUGH-BEIGH commence à régner en 1420, meurt en 1449.

Son exemple fut surpassé par un prince tartare, le fameux *Ulugh-Beigh*, petit-fils de Tamerlan. Non-seulement Ulugh-Beigh encouragea les sciences comme souverain, il est compté lui-même au nombre des plus savans hommes de son siècle. Il établit dans la ville de Samarcande, capitale de son empire, une nombreuse assemblée ou académie d'astronomes, et il fit construire pour leur usage les instrumens les plus grands et les plus parfaits qu'on eût encore vus. Il s'informait de tous leurs travaux; il observait lui-même le ciel avec assiduité. Quelques historiens rapportent que pour déterminer la latitude de Samarcande, il employa un quart de cercle dont le rayon égalait la hauteur du temple de sainte Sophie à Constantinophe, laquelle est d'environ 180 pieds; mais la construction d'un si grand quart de cercle est physiquement impossible : il y a toute apparence que les historiens dont il s'agit, peu au fait de l'Astronomie, ont pris un simple gnomon pour un quart de cercle. La latitude de Samarcande fut trouvée de 29 degrés 37 minutes. Au moyen du même instrument, on fixa l'obliquité de l'écliptique à 23 degrés 30 minutes 20 secondes : résultat qui, surpassant d'environ deux minutes celui des observations modernes, a fait penser que l'obliquité de

l'écliptique va en diminuant; c'est un point sur lequel on n'est pas assez instruit. Ulugh-Beigh avait composé plusieurs ouvrages en partie imprimés, en partie en manuscrits dans quelques bibliothèques. Les principaux sont un catalogue d'étoiles, et des tables astronomiques, les plus parfaites que l'on connût alors dans l'Orient. Ce prince méritait, par ses vertus et ses talens, les hommages de toute la terre: il fut assassiné par son propre fils, à l'âge de cinquante-huit ans.

Les troubles qui suivirent cet affreux événement, plongèrent la Perse dans la barbarie. Bientôt les savans disparurent. L'Astronomie alla toujours en déclinant dans ces pays, au point qu'elle n'y est plus aujourd'hui qu'un amas de visions astrologiques, et qu'à peine les Persans savent calculer grossièrement une éclipse, d'après quelques pratiques routinières, fondées sur des théories qu'ils n'entendent pas.

---

## CHAPITRE VI.

### *Sciences chez les Turcs.*

QUELQUES rayons échappés de la science des Arabes, pénétrèrent chez les Turcs. Lors de la fondation de leur empire vers l'an 1220 de Jésus-Christ, il s'y forma des *médresses* ou *colléges*, dans lesquels on enseignait et on enseigne encore aujourd'hui la Géométrie et l'Astronomie. Une première impulsion porta d'abord assez loin les connaissances des Turcs dans toutes les parties des Mathématiques. Peu à peu elles s'affaiblirent, comme celles de leurs maîtres. Cependant aujourd'hui même les Turcs ne sont pas tout à fait aussi ignorans qu'on le croit ordinairement. M. Toderini, auteur italien, qui a écrit un ouvrage intitulé *Della Litteratura Turquesca*, assure qu'ils sont très-versés dans l'Arithmétique; qu'ils font les calculs numériques avec une promptitude extraordinaire; que quelques-uns d'entr'eux ont poussé l'Algèbre aussi loin que nous; que la Géométrie est enseignée avec succès dans leurs médresses; et qu'enfin ils cultivent l'Astronomie, par deux puissantes raisons, dont

l'une est la nécessité de régler le temps, l'autre est le goût qu'ils ont pour l'Astrologie judiciaire, qui ne peut se passer du secours de l'Astronomie elle-même. Je n'en dirai pas davantage, et je ne reviendrai plus sur un peuple qui, après tout, n'a jamais fait aucune découverte dans les sciences.

---

## CHAPITRE VII.

### *Sciences chez les Chinois et chez les Indiens.*

Sciences chez les Chinois.

S'il fallait discuter la haute opinion qu'on a eue jusqu'à nos jours du savoir des Chinois dans tous les genres, elle ne trouverait pas un appui bien solide dans la période qui nous occupe. L'Arithmétique et la Géométrie de cette nation demeurent toujours très-imparfaites : nulle théorie nouvelle, nulle application intéressante des principes de la Mécanique. A la vérité, les Chinois ont beaucoup observé les astres ; mais toutes leurs observations ne roulent que sur les objets les plus communs de l'Astronomie, tels que les éclipses, les positions des planètes, les hauteurs solsticiales du soleil, les occultations des étoiles par la lune : on n'en voit sortir aucun résultat important pour le progrès de cette science. Je remarquerai seulement que l'empereur Kobilai, le cinquième successeur de Genghis-Kan à la Chine, et celui qui y fonda la dynastie des *Iven*, en 1271, fut un grand protecteur de

l'Astronomie. Il était frère de *Holagu*, dont nous avons parlé, et il avait à peu près mêmes inclinations. Il établit pour chef du tribunal des Mathématiques, *Co-Cheon-King*, observateur laborieux, qui porta dans l'Astronomie chinoise une précision à laquelle on n'était pas encore arrivé. Mais cet éclat ne fut que passager; l'Astronomie chinoise retomba dans sa première langueur, et ne s'en releva un peu qu'environ un siècle après, sous les empereurs d'une nouvelle dynastie, qui donnèrent la direction du tribunal des Mathématiques à des astronomes mahométans.

Nous serons encore plus courts sur l'histoire des sciences chez les Indiens au même temps. Leurs connaissances n'avaient jamais passé le cercle des Mathématiques élémentaires; leur Astronomie eut à peu près le même sort que celle des Persans après la mort d'Ulugh-Beigh. Sciences des Indiens.

---

## CHAPITRE VIII.

### *Sciences chez les Grecs modernes.*

Les savans qui, à la destruction de l'école d'Alexandrie, s'étaient dispersés dans toutes les parties de la Grèce, contribuèrent d'abord à y entretenir le goût des Mathématiques ; mais dans l'état d'abandon où elles y étaient réduites, elles ne pouvaient manquer de décliner sans cesse. Il se passa en effet plusieurs siècles avant qu'aucun Grec moderne montrât la moindre étincelle du génie qui avait animé Euclide, Archimède, Apollonius, etc. Zonaras et Tzetzès, que nous avons cités à l'occasion des miroirs ardens d'Archimède, ne sont que des compilateurs, souvent même assez peu instruits dans les matières dont ils traitent. Enfin, au commencement du quinzième siècle,
An de J. C. 1420. *Emanuel Moscopule*, moine grec, fit la très-ingénieuse découverte des *quarrés magiques*. Il est vrai qu'elle n'est d'aucune utilité pratique ; mais elle est du genre de ces spéculations théoriques et subtiles, qui exercent l'esprit en l'amusant ; et je ne puis me dispenser

d'en parler ici : je donnerai même tout de suite une idée générale des travaux des géomètres modernes sur cette matière, afin de ne pas revenir plusieurs fois à un objet de pure curiosité.

Qu'on trace dans un plan vertical un quarré géométrique, dont chaque côté soit représenté par un nombre proposé, tel, par exemple, que le nombre 5 ; qu'on divise chaque côté, horizontal ou vertical, en cinq parties égales, et qu'on joigne les points de division par des lignes verticales et horizontales : le quarré vertical sera partagé en 25 cellules égales ; et si, à compter d'une cellule angulaire, on y écrit, en parcourant successivement toutes les bandes horizontales, ou toutes les bandes verticales, la suite des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. ; la dernière cellule contiendra le nombre 25 qui est le quarré de 5. Cette disposition des chiffres, suivant l'ordre naturel, forme en conséquence un quarré *naturel ;* les nombres de chaque bande composent une progression arithmétique, et les sommes de toutes ces progressions sont différentes. Mais si on intervertit l'ordre des nombres, et qu'on les arrange de telle manière que toutes les bandes, et même les deux bandes diagonales, donnent une même somme, cette disposition fait prendre

au quarré le nom de quarré *magique*. Cette dénomination a pu venir de la propriété singulière de ces quarrés, dans un temps où les Mathématiques étaient regardées comme une espèce de *magie ;* mais elle vient peut-être aussi de ces applications superstitieuses qu'on faisait de ces quarrés à la construction des talismans, dans les temps d'ignorance. Par exemple, Corneille Agrippa, qui vivait au quinzième siècle, a donné dans son livre de *la Philosophie occulte* les quarrés magiques des nombres depuis 3 jusqu'à 9 : or, ces quarrés sont planétaires, selon Agrippa et les sectateurs de la même doctrine ; le quarré de 3 appartient à Saturne ; celui de 4 à Jupiter ; celui de 5 à Mars ; celui de 6 au soleil ; celui de 7 à Vénus ; celui de 8 à Mercure ; et enfin celui de 9 à la lune.

Hist de l'ac. 1705, pag. 71.

Les méthodes de Moscopule pour la formation des quarrés magiques, ne s'étendent qu'à certains cas particuliers : elles avaient besoin d'être généralisées. Bachet de Méziriac, très-savant analiste du commencement du 17me. siècle, trouva une méthode pour tous les quarrés dont la racine est impaire, tels que sont les quarrés 25, 49, 81, etc. qui ont pour racines les nombres 5, 7, 9, etc. Dans ces sortes de cas, il y a une cellule centrale qui facilite la

MÉZIRIAC, né en 1577, m. en 1638.

solution du problème. Bachet ne put le résoudre complètement pour les nombres dont la racine est paire.

Frenicle de Bessi, l'un des plus anciens membres de l'académie des sciences, profond arithméticien, augmenta considérablement les nombres de cas et de combinaisons qui donnent des quarrés magiques, tant pour les nombres impairs que pour les nombres pairs. Par exemple, un habile algébriste avait cru que les seize nombres qui remplissent les cellules du quarré naturel de 4, ne pouvaient donner que 16 quarrés magiques : Frenicle fit voir qu'ils en pouvaient donner 880. A cette recherche, il ajouta une nouvelle difficulté : ayant formé, par exemple, l'un des quarrés magiques du nombre 7, si des 49 cellules qui le composent, on retranche les deux bandes horizontales extrêmes et les deux bandes verticales extrêmes, c'est-à-dire, l'enceinte extérieure du quarré proposé, il restera un quarré qui ne sera pas magique en général, mais qui pourra l'être, en choisissant convenablement le quarré magique primitif. Frenicle enseigne à faire ce choix. Par sa méthode, en ôtant une enceinte d'un quarré magique, et même telle enceinte qu'on voudrait, lorsqu'il y en a assez pour cela, ou enfin plusieurs enceintes à la fois ; le quarré restant est

Anc. mém. de l'ac. tom. V.

encore magique. Il renverse aussi cette condition : il fait en sorte qu'une certaine enceinte, prise à volonté, ou plusieurs soient inséparables du quarré, c'est-à-dire, qu'il cesse d'être magique, si on les ôte, et non, si on en ôte d'autres.

Poignard, chanoine de Bruxelles, publia, en 1703, un livre sur les quarrés magiques, dans lequel il fait deux innovations qui embellissent et étendent ce problème. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui remplissent un quarré, par exemple, les 36 nombres consécutifs qui rempliraient toutes les cellules du quarré naturel dont le côté serait 6, il ne prend qu'autant de nombres consécutifs qu'il y a d'unités dans le côté du quarré, c'est-à-dire ici 6 nombres; et ces 6 nombres seuls, il les dispose de manière, dans les 36 cellules, qu'aucun ne soit répété deux fois dans une même bande, soit horizontale, soit verticale, soit diagonale; d'où il suit nécessairement que toutes les bandes prises en quelque sens que ce soit, font toujours la même somme. 2°. Au lieu de ne prendre ces nombres que selon la suite des nombres naturels, c'est-à-dire, en progression arithmétique, il les prend aussi, et en progression géométrique, et en progression harmonique; mais avec ces deux dernières

progressions ; l'artifice magique change nécessairement : dans les quarrés remplis par des nombres en progression géométrique, il faut que les produits de toutes les bandes soient égaux ; et dans la progression harmonique, les nombres de toutes les bandes suivent toujours cette progression. Poignard fait également des quarrés de ces trois progressions répétées.

La Hire, géomètre de l'académie des sciences, rempli de toutes ces recherches, où l'on n'avait employé souvent que de simples tâtonnemens, en développe et démontre les principes, dans deux mémoires très-curieux. Il y ajoute plusieurs nouveaux problèmes qui élèvent toujours de plus en plus la question à une généralité intéressante pour ceux qui aiment les combinaisons des nombres. Mém. de l'ac. 1705.

Les démonstrations de tous ces savans hommes ayant paru trop compliquées, trop peu liées entr'elles à Sauveur, autre géomètre de l'académie des sciences, il entreprit de soumettre cette théorie au calcul analitique, et à des méthodes uniformes, d'où il pût tirer ensuite comme corollaires des moyens simples et faciles pour construire des quarrés magiques dans tous les cas. Pajot Osembrai envisagea la question sous le même point de vue : Mém. de l'ac. 1710.

Mém. de l'ac. 1750. on lui doit une nouvelle méthode analitique pour les quarrés magiques purement pairs, car les autres avaient été suffisamment examinés. Enfin Rallier des Ourmes a perfectionné encore et étendu toutes ces méthodes dans un excellent mémoire présenté à l'académie des sciences. On a tout lieu de penser que la matière est épuisée. Sav. étr. tom. IV.

Cette découverte des quarrés magiques par Moscopule fut, pour ainsi dire, le dernier soupir des Mathématiciens grecs. La prise de Constantinople par Mahomet II les fit disparaître de ces climats.

---

## CHAPITRE IX.

### *Sciences chez les chrétiens occidentaux, jusqu'à la fin du quinzième siècle.*

**Les chrétiens en général ont montré, pendant très-long-temps, un grand éloignement pour les sciences. Asservis, dès l'origine du christianisme, à une multitude d'opinions superstitieuses, qui faisaient de l'homme une espèce d'automate contemplatif, ils regardaient avec mépris ou indifférence toutes les occupations étrangères aux objets du culte religieux, ou aux travaux absolument nécessaires pour leur subsistance. Cependant ayant commencé à chasser les Arabes de quelques parties de l'Espagne, au commencement du dixième siècle, les communications volontaires ou forcées qu'ils eurent avec ces peuples, excitèrent le feu électrique du génie parmi les chrétiens; et plusieurs d'entr'eux s'empressèrent de s'instruire auprès de ces mêmes Maures dont ils abhorraient la religion. Nous avons déjà dit que le pape Silvestre II avait puisé la connaissance de l'Arithmétique dans**

Savans en Espagne.

le commerce avec les Arabes d'Espagne. Alphonse X, roi de Castille, fonda dans sa capitale une espèce de collége ou de lycée pour l'avancement de l'Astronomie; et il en confia la principale direction à des Arabes. Il observait et calculait lui-même avec eux. Ce travail commun produisit les fameuses *tables alphonsines*, plus exactes et plus complètes que toutes les précédentes. L'étude de l'Astronomie se maintint pendant long-temps dans la Castille après la mort d'Alphonse. Mais les intérêts de l'ambition à qui rien ne résiste, entretenaient toujours des semences de haine et de division entre les chrétiens et les Arabes. Les premiers ne perdant jamais de vue le projet de reprendre toute l'Espagne, gagnaient du terrain de jour en jour : à mesure que leurs victoires se multipliaient, les sciences allaient en déclinant; enfin elles reçurent, pour ainsi dire, le coup mortel, lorsque les Maures furent entièrement chassés de l'Espagne, par la perte de Grenade : événement déplorable dans les annalés de l'esprit humain, avantageux à la seule religion chrétienne dont il étendit l'empire sur les ruines du mahométisme.

ALPHONSE commence à régner en 1252, meurt en 1284.

An de J. C. 1492.

Nous trouvons dans les autres pays chrétiens de l'Europe plusieurs hommes remar-

quables, ou par l'étendue de leurs connaissances, eu égard au temps où ils ont vécu, ou par les preuves de génie qu'ils ont données, et dont la société aurait pu retirer les plus grands avantages, si la puissance ecclésiastique toujours intolérante, toujours armée de la foudre, n'eût trop souvent arrêté ou comprimé leur essor.

Savans dans les autres parties de l'Europe.

Les Italiens se présentent ici les premiers; et l'Algèbre attira d'abord leur attention par une circonstance particulière. Un riche négociant de Pise, appelé *Léonard*, faisait de fréquens voyages dans l'Orient pour les affaires de son commerce : les relations qu'il eut avec les Arabes lui donnèrent occasion de pénétrer jusqu'à l'Algèbre, qu'on regardait alors comme la partie sublime de l'Arithmétique; il répandit ses connaissances parmi ses compatriotes vers le commencement du treizième siècle. On avait cru jusqu'à ces derniers temps, d'après Vossius et quelques auteurs italiens modernes, que Léonard de Pise florissait seulement vers la fin du quatorzième siècle; mais M. Cossali, chanoine de Parme, a découvert et cite de cet algébriste un manuscrit de l'année 1202, augmenté et reproduit en l'année 1228. Léonard de Pise était très-savant dans l'Algèbre,

Origine, trasporto in Italia e primi progressi in essa del algebra, &c. 1797.

surtout dans l'analise du genre des problèmes de Diophante. L'extrait que M. Cossali donne de son manuscrit, fait voir que l'auteur avait poussé l'Algèbre jusqu'à la résolution des équations cubiques, et des équations supérieures qui peuvent s'abaisser au second, ou au troisième degré.

Cette impulsion donnée à l'Algèbre se propagea en Europe, et s'étendit à toutes les parties des Mathématiques. Le treizième siècle produisit un grand nombre de savans dans tous les genres, en Italie, en France, en Allemagne, en Angleterre. Je citerai les principaux de ceux qui ont rendu des services aux Mathématiques.

An de J. C. 1230. *Jordanus Nemorarius* se distingua pour son temps dans l'Arithmétique et la Géométrie, comme on en peut juger par son traité du *Planisphère*, et ses dix livres d'*Arithmétique*.

Il eut un contemporain plus connu, Jean de Halifax, appelé vulgairement *Sacrobosco*, ce qui signifie la même chose, suivant le latin barbare de ce temps-là. Sacrobosco, né en Angleterre, vint professer les Mathématiques à Paris. Nous avons de lui un traité sur la sphère, qui a été commenté par Clavius, jésuite, et imprimé un grand nombre de fois; il a laissé encore des traités sur l'Astrolabe,

sur le calendrier et sur l'Arithmétique arabe. Il mourut à Paris en 1256 ; on y voyait encore son tombeau dans le cloître des Mathurins, avant la révolution française.

*Campanus* de Novare traduisit et commenta les élémens d'Euclide, écrivit un traité de la *Sphère*, un autre sur les *Théoriques des planètes*, dont l'objet était de faire connaître l'Astronomie ancienne, et les corrections que les Arabes y avaient faites; etc. An de J. C. 1250.

*Vitellion*, né en Pologne, établi en Italie, a laissé un traité d'Optique en dix livres : cet ouvrage n'est dans le fond que celui d'Alhazen, mais plus clair et plus méthodique. An de J. C. 1260.

Nous avons encore du même temps sur l'*Optique* un ouvrage de Thomas *Pecham*, qui de simple moine observantin, devint archevêque de Canterbéry. Cet ouvrage a été imprimé plusieurs fois, et a été pendant longtemps un livre classique.

Les sciences trouvèrent un protecteur zélé dans le grand empereur Frédéric II, au milieu des guerres continuelles qu'il eut à soutenir contre les papes. Il fonda l'université de Naples, composa quelques ouvrages, fit traduire en latin ceux d'Aristote, et l'Almageste de Ptolomée : il employa à ces traductions *Gérard de Sabionetta*, vulgairement appelé *Gérard* FRÉDÉRIC commence à régner en 1219, meurt en 1250.

*de Crémone*, de qui nous avons encore la traduction du commentaire de Géber sur l'Almageste, et du traité des crépuscules d'Alhazen; on lui attribue aussi un traité des *Théoriques des planètes*.

An de J.-C. 1260. Je ne dirais rien d'*Albert*, surnommé le *Grand* par des contemporains qui ne l'étaient pas, s'il n'avait pas écrit des livres utiles en son temps, aujourd'hui perdus, sur l'Arithmétique, la Géométrie, l'Astronomie et la Mécanique : il se distingua principalement dans la partie organique des Machines. On rapporte qu'il avait fabriqué un automate de figure humaine, qui allait ouvrir sa porte quand on y frappait, et qui poussait quelques sons, comme pour parler à celui qui entrait.

R. BACON, né en 1214, mort en 1294. Le cordelier anglais *Roger Bacon* mérite plus de fixer les regards de la postérité. Il eut dans son temps une très-grande réputation qu'il conserve encore auprès des savans. On a imprimé successivement ses nombreux ouvrages, dans lesquels on trouve beaucoup de génie et d'invention. Son traité d'Optique est surtout remarquable par des vues ingénieuses et vraies, alors nouvelles, sur la réfraction astronomique, sur les grandeurs apparentes des objets, sur la grosseur extraordinaire du soleil et de la lune à l'horizon, sur le lieu des

foyers sphériques, etc. Quelques Anglais, un peu trop prévenus en faveur de leur compatriote, ont cru voir dans ce traité, que l'auteur avait eu connaissance des *besicles* ou lunettes à mettre sur le nez, et même du télescope; mais M. Smith, Anglais plus impartial et juge irréfragable, détruit cette opinion par la discussion exacte et approfondie des passages qui y ont donné lieu. On a voulu aussi attribuer à Bacon la découverte de la poudre à canon : en effet il y touchait, car il était grand chimiste pour son temps, et il connaissait les effets du salpêtre, mais elle n'a été développée et réellement bien connue que quelques années après lui. Il fut persécuté par ses confrères, accusé de magie, enfermé dans un cachot dont il ne put sortir qu'après avoir bien prouvé à ses supérieurs et au pape Nicolas IV, qu'il n'avait jamais eu de commerce avec le diable.

L'invention des besicles est des dernières années du treizième siècle, et on la doit aux Italiens. Il existe des preuves certaines que les premières lunettes de ce genre ont été construites par un frère jacobin, nommé *Alexandre de Spina*, mort à Pise en 1313.

---

## CHAPITRE X.

*Suite : Sciences chez les chrétiens occidentaux dans le quatorzième et quinzième siècles.*

Le quatorzième siècle, fécond en théologiens, en alchimistes et même en littérateurs estimables, fut un temps ingrat pour les Mathématiques, chez toutes les nations occidentales de l'Europe. On y voit paraître cependant quelques géomètres, quelques astronomes observateurs ou théoriciens, qui, à la vérité, n'avancèrent pas les sciences, mais qui du moins les maintinrent en honneur, en attendant qu'elles pussent recevoir des secours plus efficaces.

En Italie, Pierre d'*Albano*, médecin célèbre, écrivit un traité sur l'Astrolabe ; *Cecchi Ascoli*, professeur de Mathématiques à Bologne, composa un commentaire sur la sphère de Sacrobosco, imprimé plusieurs fois. On les fit passer l'un et l'autre pour sorciers et hérétiques: Albano fut brûlé en effigie; Ascoli le fut réellement, à Bologne, en l'an 1328, à l'âge de soixante-dix ans.

En Angleterre, il y eut beaucoup de géomètres et d'astronomes ; mais il ne reste de leurs ouvrages ou de leurs observations, que quelques fragmens, la plupart en manuscrits épars dans diverses bibliothèques.

En Allemagne, Jean de Saxe, religieux Augustin, écrivit sur les *tables* du roi Alphonse et sur les éclipses ; Henri de Hesse, professeur de la nouvelle université de Vienne, traita de la théorie des planètes : mais ces ouvrages n'ont pas été imprimés.

La France cite aussi quelques mathématiciens, tels que Jean de *Muris*, auteur du système de notre musique moderne, et de plus versé dans l'Astronomie, puisqu'il reste de lui un traité manuscrit sur cette science ; *Jean de Lignières*, astronome, natif d'Amiens, professeur de Mathématiques à Paris, dont il existe quelques observations recueillies par Gassendi ; Nicolas *Oresme*, qui traduisit le livre d'Aristote *de Mundo*, et composa un traité des *proportions*, resté en manuscrit. On a une autre obligation au dernier de ces mathématiciens : il avait été précepteur du roi de France Charles V, surnommé le *Sage*, et il eut la principale part à la fondation qui se fit sous ce prince de la bibliothèque des rois de France.

16.

Malgré l'état de stagnation où se trouvait alors la théorie des Mathématiques, la Mécanique pratique enfanta quelques machines très-ingénieuses dont nous devons faire mention. On faisait du papier depuis long-temps; mais dans le quatorzième siècle, un sénateur de Nuremberg, appelé *Ulman Strame*, imagina une mécanique particulière pour broyer le chiffon, et il passe pour l'inventeur du moulin à papeterie. Les horloges à roues, soit fixes, soit portatives, sont du même temps. Richard *Vallingfort*, bénédictin anglais, fit pour le couvent de Saint-Alban, dont il était abbé, une horloge de ce genre, laquelle marquait les heures, le cours du soleil et de la lune, les heures des marées, etc.; et il écrivit à ce sujet un ouvrage qui existe en manuscrit dans la bibliothèque de Bodley. A cet exemple, Jacques de *Dondis*, citoyen de Padoue, très-savant pour son temps dans la Médecine, l'Astronomie et la Mécanique, construisit pour sa patrie une horloge qui fut alors regardée comme une merveille : elle marquait outre les heures, le cours du soleil, de la lune et des autres planètes, les jours, les mois et les fêtes de l'année. Toutes ces machines appartiennent-elles entièrement au siècle dont il s'agit, ou ne furent-elles que

des imitations plus ou moins parfaites de l'horloge que le calif Haroun-Raschild envoya à Charlemagne ? C'est sur quoi on ne peut porter aucun jugement, faute de documens nécessaires.

Nous avançons vers des temps plus heureux. Le quinzième siècle a produit un grand nombre de savans mathématiciens, et surtout de très-savans astronomes. Commençons par la Géométrie et l'Algèbre.

Parmi ceux qui cultivaient alors ces deux sciences, il faut principalement distinguer *Lucas Paccioli*, appelé ordinairement *Lucas de Borgo*, parce qu'il était né à *Borgo-San-Sapocha*, en Toscane. C'était un moine franciscain; il florissait vers la fin du quinzième siècle. Après avoir long-temps voyagé dans l'Orient, soit pour s'y instruire, soit pour remplir des commissions particulières de ses supérieurs, il enseigna les Mathématiques à Naples et à Venise, ensuite à Milan où il occupa le premier une chaire de Mathématiques, fondée par *Louis Sforce* dit *Le More*. Il composa plusieurs ouvrages pour ses élèves; il traduisit Euclide en latin, ou plutôt il revit la traduction de Campanus, qu'il accompagna de savantes notes. En 1494, il publia en italien un traité d'Algèbre, intitulé: *Summa de Arith-*

*metica, Geometria, proportioni et proportionalita*, etc. dans lequel on trouve les règles ordinaires de l'Arithmétique, quelques inventions dues aux Arabes, telles que les règles de fausses positions, la résolution des équations des deux premiers degrés, et enfin des élémens de Géométrie. On doit encore à Lucas de Borgo deux autres ouvrages : l'un *de Divina proportione*, qui embrasse une foule d'objets, de Perspective, de Musique, d'Architecture, etc.; l'autre est un traité des corps réguliers, sous un long titre latin qu'il est inutile de copier.

L'Astronomie fit de grands progrès dans ce siècle. Ses premiers bienfaiteurs furent Jean *Gmunden*, qui la professait en l'université de Vienne, vers l'an 1416, et le fameux Pierre *Dailli*, qui proposa au concile de Constance, en 1414, quelques moyens de réformer le calendrier devenu très-fautif, et de concilier les mouvemens du soleil et de la lune.

NICOLAS DE CUSA, né en 1391, m. en 1454.

Le cardinal de *Cusa* est célèbre parmi les savans, pour avoir entrepris de faire revivre le système des pythagoriciens sur le mouvement de la terre. Cette idée vraie n'avait pas encore la maturité que les observations devaient lui donner, et on doit trouver un peu extraordinaire qu'un cardinal soutienne dans

ce temps-là, sans que personne en soit scandalisé, une opinion pour laquelle, deux cents ans plus tard, Galilée, appuyé de preuves solides, fut enfermé dans les cachots de l'inquisition.

Purbach et son disciple *Régiomontanus*, sont regardés comme les restaurateurs, ou les deux plus grands promoteurs de l'Astronomie dans le quinzième siècle. Le premier, après avoir long-temps voyagé pour puiser dans le commerce des savans une ample connaissance de l'Astronomie dont il avait appris les principes sous Jean Gmunden, vint se fixer à Vienne où les bienfaits de l'empereur Frédéric III l'attirèrent, et où il succéda à la place que Jean Gmunden avait occupée dans l'université. Dès lors il entreprit un ouvrage utile et nécessaire : c'était une bonne traduction de l'Almageste de Ptolomée, car toutes celles qu'on en avait donné en latin, fourmillaient de fautes, par l'ignorance des traducteurs dans l'Astronomie. Il ne savait ni le grec, ni l'arabe; mais la parfaite intelligence du sujet lui servit à rectifier ces mauvaises traductions, et à se procurer, du moins quant au sens, le véritable ouvrage de Ptolomée. Bientôt après il écrivit en faveur de ses élèves différens traités concernant l'Arithmétique, la Géométrie, les

PURBACH, né en 1421, m. en 1461.

hauteurs solstitiales du soleil, la description et l'usage des horloges portatives, le calcul du degré de chaque parallèle relativement au degré de l'équateur, etc. Comme il joignait aux connaissances théoriques l'adresse de la main, il construisit lui-même des instrumens utiles à la Gnomonique, et des globes célestes sur lesquels était marqué le mouvement des étoiles en longitude depuis Ptolomée jusqu'à l'année 1450. Il détermina, par ses propres observations, l'obliquité de l'écliptique; il fit diverses corrections à la théorie du mouvement des planètes que les anciennes tables représentaient d'une manière défectueuse; enfin il introduisit quelques abréviations dans le calcul trigonométrique.

RÉGIOMONTANUS, né en 1436, m. en 1476.

Sa plus grande gloire, est d'avoir formé *Régiomontanus*. Ils observèrent ensemble à Vienne, pendant dix ans. Après la mort de Purbach, le génie et le goût avide que Régiomontanus avait pour toutes les sciences, lui firent entreprendre le voyage de Rome, pour y apprendre facilement le grec, et se mettre en état de lire non-seulement Ptolomée dans sa langue, mais encore les autres mathématiciens grecs. Ses progrès furent si rapides, qu'en très-peu de temps il traduisit du grec en latin les *Coniques* d'Apollonius, les *Cylindriques*

de Sérénus, les *Questions mécaniques* d'Aristote, les *Pneumatiques* de Héron, tous les ouvrages de Ptolomée, etc. Il corrigea sur le texte grec l'ancienne version d'Archimède, faite par Jacques de Crémone. Il ne se borna pas à traduire, il fut lui-même auteur original de plusieurs excellens ouvrages. Son traité de *Trigonométrie* est remarquable par plusieurs nouveautés, et en particulier par une belle méthode, d'ailleurs la première qu'on ait donnée, pour résoudre en général un triangle sphérique quelconque, lorsque l'on connaît les trois angles, ou les trois côtés. La réputation de Régiomontanus détermina le sénat de Nuremberg à l'appeler dans cette ville. Il y forma un observatoire; il le garnit d'excellens instrumens perfectionnés ou inventés par lui-même, et avec lesquels il fit des observations qui le mirent en état de rectifier et d'étendre les anciennes théories. Plusieurs astronomes avaient attribué, d'après quelques observations mal interprétées dont il donne le détail, un mouvement irrégulier aux étoiles, tantôt dirigé vers l'Orient, tantôt dans le sens contraire : Régiomontanus réfute victorieusement cette opinion. En 1472, il eut occasion d'observer une comète dont le mouvement, d'abord très-lent, s'accéléra bientôt avec une telle

vitesse, qu'elle parcourait vers son périgée plus de trente degrés en vingt-quatre heures; elle traînait à sa suite une queue de plus de trente degrés de longueur.

Le pape Sixte IV voulant faire travailler à la réforme du calendrier, invita Régiomontanus à se rendre à Rome pour diriger et exécuter cette importante opération; il lui fit des promesses magnifiques; il le nomma même à l'évêché de Ratisbonne. Régiomontanus partit; mais après quelques mois de séjour à Rome, il y mourut à l'âge de quarante ans. On répandit le bruit que les enfans de *Georges de Trebisonde*, l'un des traducteurs de Ptolomée et de Théon, l'avaient fait empoisonner, parce qu'il avait relevé publiquement plusieurs fautes de leur père.

WALTHERUS, né en 1430, m. en 1504.

En quittant Nuremberg, Régiomontanus y laissa un élève bien capable de suivre ses vues, et d'y en ajouter de nouvelles: c'était Waltherus, riche citoyen, qui fit construire tous les instrumens que Régiomontanus avait imaginés, et qui, depuis la mort de son maître, continua d'observer le ciel pendant trente ans.

Toutes ces observations, qui présentent une foule de phénomènes variés, forment un trésor précieux pour les astronomes. Malheureusement les instrumens d'Astronomie n'avaient

pas alors toute la perfection qu'ils ont acquis dans la suite : de plus on n'avait pas encore le secours des lunettes. Waltherus était jaloux de ses connaissances astronomiques, comme un amant de sa maîtresse ; il ne les communiquait point ; on l'a même accusé de s'être réservé exclusivement l'usage des manuscrits de Régiomontanus, dont il était dépositaire.

On trouve encore dans le quinzième siècle plusieurs savans mathématiciens. En France, Jacques *Lefevre* cultiva les Mathématiques avec succès, et leur fut utile par des traductions et autres ouvrages : en Italie, Jean *Bianchini*, Bolonais, construisit des tables astronomiques estimées dans leur temps ; Jacob *Angelo*, Florentin, traduisit la Géographie de Ptolomée ; Dominique-Maria *Novera*, Bolonais, initia Copernic à l'Astronomie ; en Allemagne, Jean *Engel*, Bavarois, mit au jour des éphémérides des mouvemens célestes, et proposa un projet de réforme pour le calendrier ; en Espagne, *Ferdinand de Cordone* commenta l'Almageste de Ptolomée ; Bernard de *Granolachi* publia en espagnol des éphémérides commençant à l'année 1488, et calculées jusqu'à l'année 1550, etc. Tous ces travaux contribuèrent à entretenir le feu sacré des sciences.

Navigation dans le 15e. siècle.

La Navigation est trop essentiellement liée à l'Astronomie, pour qu'indépendamment de son utilité particulière, nous puissions passer sous silence les immenses progrès qu'elle fit dans le quinzième siècle, surtout vers sa fin. Elle les dut principalement à l'usage de la Boussole, dont il faut par conséquent faire connaître d'abord l'origine, et les moyens qu'elle fournit de diriger un vaisseau à la mer.

Invention de Boussole.

On connaissait chez les Grecs, dès le temps de Thalès, la propriété qu'a l'aimant d'attirer le fer; les Chinois la connaissaient aussi plus de cinq cents ans avant l'ère chrétienne. Mais on ne savait pas, du moins en Europe, avant le commencement du douzième siècle, qu'une pierre d'aimant suspendue librement, ou flottant sur l'eau au moyen d'un liége, se dirige toujours dans un même sens vers les deux pôles : on savait encore moins que l'aimant communique la même propriété à une verge ou aiguille de fer. Il paraît, par les ouvrages de Guy de Provins, l'un de nos poëtes du douzième siècle, que les mariniers français sont les premiers qui aient employé la Boussole pour diriger la route des vaisseaux, d'où on lui donna le nom de *marinette*. L'usage de suspendre l'aiguille aimantée sur un pivot, est très-ancien parmi nous. Cependant les Italiens,

les Allemands et les Anglais nous disputent l'invention de la Boussole. Ces prétentions réciproques peuvent être soutenues, soit parce qu'il est possible qu'on trouve en même temps la même chose en différens endroits, soit parce que la Boussole ayant été perfectionnée successivement, les nations qui y ont contribué chacune pour son utilité particulière, ont cru pouvoir s'attribuer la totalité de l'invention. Quant aux Chinois, s'il est vrai, comme quelques historiens le prétendent, qu'ils aient fait servir, long-temps avant les Européens, la Boussole à la navigation, ils ont toujours été du moins bornés à une pratique grossière; car leur méthode constante de faire flotter l'aimant sur l'eau n'est pas comparable à la suspension sur un pivot.

Les anciens, qui n'avaient d'autre guide en mer que l'observation des étoiles, osaient rarement s'éloigner des côtes à une distance un peu considérable. Munis de la Boussole, les navigateurs modernes abandonnèrent par degrés cette méthode lente et timide de côtoyer le rivage; et conduits par leur nouveau guide, aussi sûr que commode, ils s'élancèrent en pleine mer; ils naviguèrent la nuit comme le jour, et dans les temps les plus nébuleux, avec une pleine confiance justifiée par le

succès. C'est ainsi que la Boussole mit véritablement les hommes en possession de l'empire de la mer, et qu'elle ouvrit des communications entre tous les peuples qui habitent les différentes parties du globe terrestre.

Vers le milieu du quatorzième siècle, les Espagnols avaient commencé à naviguer sur l'océan Atlantique, et ils avaient découvert les îles Canaries, ou *Fortunées*, dont les anciens avaient eu connaissance, mais abandonnées et oubliées depuis long-temps. La navigation prit un essor plus grand et plus hardi dans le quinzième siècle, et elle dut ces premiers succès, d'un genre nouveau, au génie et au courage des Portugais.

Les sciences cultivées par les Arabes s'étaient introduites dans le Portugal comme dans l'Espagne, par les Maures et par les Juifs qui étaient en grand nombre dans ces pays. Sous le roi Jean Ier, l'un des plus grands princes qui aient gouverné le Portugal, une petite flotte alla attaquer les Maures établis sur les côtes de Barbarie, pendant que d'autres vaisseaux étaient chargés de naviguer le long de la côte occidentale de l'Afrique, et de découvrir les pays qui y étaient situés. Ces premières tentatives eurent un heureux succès, et furent le prélude des grandes découvertes qui se préparaient.

An de J. C. 1412.

Henri, duc de Visco, quatrième fils du roi Jean, avait accompagné son père dans l'expédition de Barbarie, et s'y était distingué par différentes actions de bravoure. Instruit dans toutes les sciences de son temps, et principalement dans la Géographie, par les leçons des plus excellens maîtres, et par les relations des voyageurs, il avait acquis une profonde connaissance de la configuration du globe terrestre : il conçut la possibilité et le projet de pousser plus loin ces premières conquêtes. Il rassembla un grand nombre d'officiers de mer, déjà très-expérimentés ; il leur communiqua ses plans qu'ils adoptèrent avec enthousiasme. On équipa des flottes, et en avançant vers le sud, non-seulement on découvrit de vastes et riches contrées le long de la côte occidentale de l'Afrique, mais en s'éloignant de cette côte vers l'ouest, on trouva plusieurs îles, telles que Madère, les îles du Cap-Verd, les Açores, etc. A la mort du prince Henri, les navigateurs portugais n'étaient plus qu'à cinq degrés de distance de la ligne équinoxiale.

Le prince HENRI de Portugal.

An de J. C. 1463.

La découverte du prince Henri, qui appartient le plus particulièrement à notre sujet, est celle qu'il fit des cartes marines, connues sous le nom de *cartes plates*, pour représenter la

route qu'un vaisseau doit suivre, et pour le diriger en effet suivant cette route. L'usage des globes terrestres était très-ancien : celui des cartes, plus récent, avait la préférence depuis que Ptolomée et les Arabes avaient donné des méthodes géométriques pour projeter les cercles de la terre sur une simple surface plane ; mais le prince Henri, qui voulait marquer par des lignes droites les différens rumbs de vent d'un vaisseau, ne pouvait y employer ces cartes, et il fut obligé d'imaginer une autre construction. Il suppose que les méridiens sont exprimés par des lignes droites parallèles, et les cercles parallèles à l'équateur par d'autres lignes droites parallèles, perpendiculaires aux premières : il trace sur la carte la rose des vents ; ensuite pour marquer la route d'un vaisseau qu'il suppose suivre un même rumb de vent, il mène du lieu du départ au lieu d'arrivée une ligne droite, et il croit que la ligne des vents parallèle à celle-là remplit l'objet proposé ; mais ces cartes ne peuvent réellement servir que pour de petites étendues du globe. Lorsque les espaces sont considérables, les degrés des cercles parallèles à l'équateur ne peuvent pas être représentés d'un cercle à l'autre par des lignes égales, comme l'auteur le suppose ; car on sait que

les circonférences de ces cercles diminuent continuellement de l'équateur au pôle. De plus, la route par un même rumb de vent n'est pas dans cette construction même une simple ligne droite, si ce n'est dans les deux hypothèses très-bornées où le vaisseau suivrait toujours le même méridien, ou le même parallèle. On sentit bientôt ces inconvéniens, et on y apporta du remède dans les deux siècles suivans.

Le mouvement que le prince Henri avait imprimé à la navigation fut porté au plus haut degré. On ne respirait dans toute l'Europe que voyages lointains, projets de conquérir de nouveaux pays et de former de nouveaux établissemens, qu'on allait chercher à travers les mers, en s'exposant aux plus affreux dangers. A la mort du prince Henri, le trône de Portugal était occupé par Alphonse, qui, ayant à soutenir des prétentions à la couronne de Castille et une guerre contre les Maures de Barbarie, ne put suivre que faiblement les découvertes le long des côtes d'Afrique : elles furent poussées avec ardeur par son fils, Jean II, tout rempli de l'esprit et des connaissances de son grand oncle le prince Henri. En 1484, les Portugais armèrent une puissante flotte qui, après s'être emparée du royaume du Benin, s'avança fort loin au-delà de l'équateur, et fit voir pour

route qu'un vaisseau doit suivre, et pour le diriger en effet suivant cette route. L'usage des globes terrestres était très-ancien : celui des cartes, plus récent, avait la préférence depuis que Ptolomée et les Arabes avaient donné des méthodes géométriques pour projeter les cercles de la terre sur une simple surface plane ; mais le prince Henri, qui voulait marquer par des lignes droites les différens rumbs de vent d'un vaisseau, ne pouvait y employer ces cartes, et il fut obligé d'imaginer une autre construction. Il suppose que les méridiens sont exprimés par des lignes droites parallèles, et les cercles parallèles à l'équateur par d'autres lignes droites parallèles, perpendiculaires aux premières : il trace sur la carte la rose des vents ; ensuite pour marquer la route d'un vaisseau qu'il suppose suivre un même rumb de vent, il mène du lieu du départ au lieu d'arrivée une ligne droite, et il croit que la ligne des vents parallèle à celle-là remplit l'objet proposé ; mais ces cartes ne peuvent réellement servir que pour de petites étendues du globe. Lorsque les espaces sont considérables, les degrés des cercles parallèles à l'équateur ne peuvent pas être représentés d'un cercle à l'autre par des lignes égales, comme l'auteur le suppose ; car on sait que

les circonférences de ces cercles diminuent continuellement de l'équateur au pôle. De plus, la route par un même rumb de vent n'est pas dans cette construction même une simple ligne droite, si ce n'est dans les deux hypothèses très-bornées où le vaisseau suivrait toujours le même méridien, ou le même parallèle. On sentit bientôt ces inconvéniens, et on y apporta du remède dans les deux siècles suivans.

Le mouvement que le prince Henri avait imprimé à la navigation fut porté au plus haut degré. On ne respirait dans toute l'Europe que voyages lointains, projets de conquérir de nouveaux pays et de former de nouveaux établissemens, qu'on allait chercher à travers les mers, en s'exposant aux plus affreux dangers. A la mort du prince Henri, le trône de Portugal était occupé par Alphonse, qui, ayant à soutenir des prétentions à la couronne de Castille et une guerre contre les Maures de Barbarie, ne put suivre que faiblement les découvertes le long des côtes d'Afrique : elles furent poussées avec ardeur par son fils, Jean II, tout rempli de l'esprit et des connaissances de son grand oncle le prince Henri. En 1484, les Portugais armèrent une puissante flotte qui, après s'être emparée du royaume du Benin, s'avança fort loin au-delà de l'équateur, et fit voir pour

la première fois aux Européens un nouveau ciel et de nouvelles étoiles. Deux ans après, Barthélemi Diaz pénétra jusqu'au cap *de Bonne-Espérance;* en 1492, Vasco de Gama doubla ce cap, et alla fonder plusieurs établissemens portugais dans les Indes orientales. Du côté du couchant, le célèbre *Christophe Colomb*, formé à l'école des navigateurs portugais, entreprit, la même année 1492, de faire le tour du monde, avec une petite flotte armée aux frais d'Isabelle, reine de Castille, et de Ferdinand son mari, roi d'Arragon : s'il ne put accomplir entièrement ce vaste projet, il s'immortalisa du moins par la découverte de l'Amérique; découverte la plus grande et la plus importante qui ait jamais honoré la navigation. Le détail de ces fameuses expéditions est étranger à cet ouvrage.

FIN DE LA SECONDE PÉRIODE.

# TROISIÈME PÉRIODE.

## PROGRÈS DES MATHÉMATIQUES,

### depuis la fin du quinzième siècle jusqu'à l'invention de l'Analise infinitésimale.

Les progrès que les nations occidentales de l'Europe ont faits dans les sciences depuis le commencement du seizième siècle jusqu'à nos jours, effacent tellement ceux des autres peuples, que je ne m'occuperai plus que des premiers dans la suite de cet Essai. Que sont en effet les observations astronomiques des Chinois ou des Indiens, en comparaison de toutes les belles découvertes dont les Européens ont enrichi l'Analise, la Géométrie, la Mécanique, l'Astronomie, etc.? Il n'en est pas de l'histoire des sciences, comme de l'histoire ordinaire des peuples. Dans le récit des affaires politiques, il faut écrire en détail, et classer

par ordre les guerres, les négociations, les changemens de mœurs, les révolutions de chaque peuple, etc., afin de donner un corps à la Chronologie, et de faire connaître les rangs que les différentes nations occupent sur la surface de la terre : dans les sciences, où les événemens sont les nouvelles vérités, si une découverte vient à se lier à une théorie plus étendue et plus importante, elle perd son existence individuelle, et on peut l'exclure sans inconvénient du tableau général des connaissances humaines.

---

## CHAPITRE PREMIER.

### *Progrès de l'Analise.*

Je comprends ici l'Arithmétique et l'Algèbre sous le nom générique d'Analise, qui leur convient à l'une et à l'autre, puisqu'en effet elles ne forment dans le même fond, qu'une même science. L'Arithmétique opère immédiatement sur les nombres, et l'Algèbre opère d'une manière semblable sur les grandeurs en général. Souvent l'Algèbre prête un secours très-utile ou même nécessaire à l'Arithmétique pour se conduire dans le labyrinthe de certaines combinaisons abstraites, parce que les calculs numériques ne laissant point de traces du chemin par où l'on a passé, on a besoin, en plusieurs occasions, de remonter aux principes généraux et d'en pouvoir suivre le fil.

Les ouvrages analitiques de Léonard de Pise étant demeurés manuscrits, et comme absolument inconnus, même en Italie, le traité *Summa de Arithmetica e Geometria* de Lucas de Borgo, dont nous avons déjà parlé, représentait l'état où l'Algèbre était

Navigation dans le 15e. siècle.

La Navigation est trop essentiellement liée à l'Astronomie, pour qu'indépendamment de son utilité particulière, nous puissions passer sous silence les immenses progrès qu'elle fit dans le quinzième siècle, surtout vers sa fin. Elle les dut principalement à l'usage de la Boussole, dont il faut par conséquent faire connaître d'abord l'origine, et les moyens qu'elle fournit de diriger un vaisseau à la mer.

Invention de Boussole.

On connaissait chez les Grecs, dès le temps de Thalès, la propriété qu'a l'aimant d'attirer le fer; les Chinois la connaissaient aussi plus de cinq cents ans avant l'ère chrétienne. Mais on ne savait pas, du moins en Europe, avant le commencement du douzième siècle, qu'une pierre d'aimant suspendue librement, ou flottant sur l'eau au moyen d'un liége, se dirige toujours dans un même sens vers les deux pôles: on savait encore moins que l'aimant communique la même propriété à une verge ou aiguille de fer. Il paraît, par les ouvrages de Guy de Provins, l'un de nos poëtes du douzième siècle, que les mariniers français sont les premiers qui aient employé la Boussole pour diriger la route des vaisseaux, d'où on lui donna le nom de *marinette*. L'usage de suspendre l'aiguille aimantée sur un pivot, est très-ancien parmi nous. Cependant les Italiens,

les Allemands et les Anglais nous disputent l'invention de la Boussole. Ces prétentions réciproques peuvent être soutenues, soit parce qu'il est possible qu'on trouve en même temps la même chose en différens endroits, soit parce que la Boussole ayant été perfectionnée successivement, les nations qui y ont contribué chacune pour son utilité particulière, ont cru pouvoir s'attribuer la totalité de l'invention. Quant aux Chinois, s'il est vrai, comme quelques historiens le prétendent, qu'ils aient fait servir, long-temps avant les Européens, la Boussole à la navigation, ils ont toujours été du moins bornés à une pratique grossière; car leur méthode constante de faire flotter l'aimant sur l'eau n'est pas comparable à la suspension sur un pivot.

Les anciens, qui n'avaient d'autre guide en mer que l'observation des étoiles, osaient rarement s'éloigner des côtes à une distance un peu considérable. Munis de la Boussole, les navigateurs modernes abandonnèrent par degrés cette méthode lente et timide de côtoyer le rivage; et conduits par leur nouveau guide, aussi sûr que commode, ils s'élancèrent en pleine mer; ils naviguèrent la nuit comme le jour, et dans les temps les plus nébuleux, avec une pleine confiance justifiée par le

route qu'un vaisseau doit suivre, et pour le diriger en effet suivant cette route. L'usage des globes terrestres était très-ancien : celui des cartes, plus récent, avait la préférence depuis que Ptolomée et les Arabes avaient donné des méthodes géométriques pour projeter les cercles de la terre sur une simple surface plane ; mais le prince Henri, qui voulait marquer par des lignes droites les différens rumbs de vent d'un vaisseau, ne pouvait y employer ces cartes, et il fut obligé d'imaginer une autre construction. Il suppose que les méridiens sont exprimés par des lignes droites parallèles, et les cercles parallèles à l'équateur par d'autres lignes droites parallèles, perpendiculaires aux premières : il trace sur la carte la rose des vents ; ensuite pour marquer la route d'un vaisseau qu'il suppose suivre un même rumb de vent, il mène du lieu du départ au lieu d'arrivée une ligne droite, et il croit que la ligne des vents parallèle à celle-là remplit l'objet proposé ; mais ces cartes ne peuvent réellement servir que pour de petites étendues du globe. Lorsque les espaces sont considérables, les degrés des cercles parallèles à l'équateur ne peuvent pas être représentés d'un cercle à l'autre par des lignes égales, comme l'auteur le suppose ; car on sait que

les circonférences de ces cercles diminuent continuellement de l'équateur au pôle. De plus, la route par un même rumb de vent n'est pas dans cette construction même une simple ligne droite, si ce n'est dans les deux hypothèses très-bornées où le vaisseau suivrait toujours le même méridien, ou le même parallèle. On sentit bientôt ces inconvéniens, et on y apporta du remède dans les deux siècles suivans.

Le mouvement que le prince Henri avait imprimé à la navigation fut porté au plus haut degré. On ne respirait dans toute l'Europe que voyages lointains, projets de conquérir de nouveaux pays et de former de nouveaux établissemens, qu'on allait chercher à travers les mers, en s'exposant aux plus affreux dangers. A la mort du prince Henri, le trône de Portugal était occupé par Alphonse, qui, ayant à soutenir des prétentions à la couronne de Castille et une guerre contre les Maures de Barbarie, ne put suivre que faiblement les découvertes le long des côtes d'Afrique : elles furent poussées avec ardeur par son fils, Jean II, tout rempli de l'esprit et des connaissances de son grand oncle le prince Henri. En 1484, les Portugais armèrent une puissante flotte qui, après s'être emparée du royaume du Benin, s'avança fort loin au-delà de l'équateur, et fit voir pour

triangulaires, etc. Il donna sur ce sujet des théorèmes remarquables par la subtilité de l'invention et la simplicité des résultats.

Viète, né en 1540, m. en 1603.

On voit que nous rendons justice avec plaisir aux savans étrangers. La même équité demande que l'on attribue à Viète, l'un de nos illustres compatriotes, la gloire d'avoir généralisé l'algorithme de l'Algèbre, et d'y avoir fait plusieurs découvertes importantes. Avant lui, on ne résolvait que des équations du genre de celles qu'on appelle *équations numériques* : on représentait l'inconnue par un caractère particulier, ou par une lettre de l'alphabet; les autres quantités étaient des nombres absolus. Il est vrai qu'ensuite la méthode appliquée à une équation pouvait être appliquée également à une autre équation semblable. Mais il était à désirer que toutes les grandeurs indistinctement fussent représentées par des caractères généraux, et que toutes les équations particulières d'un même ordre ne fussent que de simples traductions d'une même formule générale. Viète procura cet avantage à l'Algèbre, en y introduisant les lettres de l'alphabet pour représenter toutes sortes de grandeurs connues ou inconnues : notation facile et commode, tant parce que l'usage des lettres nous est très-familier, que parce qu'une lettre

peut exprimer indifféremment un poids, une distance, une vitesse, etc. Lui-même fit plusieurs usages très-heureux de ce nouvel algorithme. Il apprit à faire subir diverses transformations aux équations de tous les degrés, sans en connaître les racines; à les priver du second terme; à chasser les co-efficiens fractionnaires; à augmenter ou à diminuer les racines d'une quantité donnée; à multiplier ou à diviser les racines par des nombres quelconques: il donna une méthode ingénieuse et nouvelle pour résoudre les équations du troisième et du quatrième degré. Enfin, au défaut d'une résolution rigoureuse des équations de tous les degrés, il parvint à une résolution approchée: elle est fondée sur ce principe, qu'une équation quelconque n'est qu'une puissance imparfaite de l'inconnue; et l'auteur y emploie à peu près les mêmes procédés que pour trouver par approximation les racines des nombres qui ne sont pas des puissances parfaites. Si nous possédons aujourd'hui des moyens plus simples et plus commodes pour arriver au même but, n'en admirons pas moins ces premiers efforts du génie.

Plusieurs algébristes publièrent, vers le même temps, des traités fort utiles pour propager la science, mais qui ne contiennent

d'ailleurs aucune nouvelle vue un peu remarquable.

Invention des Logarithmes.

Les premières années du dix-septième siècle furent marquées par la belle découverte des *Logarithmes*, qui a rendu et ne cessera jamais de rendre les plus importans services à toutes les parties pratiques des sciences, surtout à l'Astronomie, en apportant aux calculs numériques des abréviations sans lesquelles la patience la plus aguerrie aurait été forcée d'abandonner une foule de recherches utiles. Cette invention est du baron de Neper, seigneur écossais, d'une illustre maison qui subsiste encore en Angleterre.

Napier, né en 1550, m. en 1618.

Tout le monde sait que des quatre règles fondamentales de l'Arithmétique, l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, les deux premières sont d'une pratique facile et exacte, pour peu qu'on y donne d'attention, mais que les deux autres, et principalement la division, exigent des opérations souvent très-longues, très-fatigantes, et capables de rebuter le calculateur, ou de l'exposer à commettre des erreurs dangereuses. Une observation qu'on avait faite depuis long-temps sur la correspondance de la proportion ou progression géométrique avec la proportion ou progression arithmétique, mais à laquelle

on n'avait donné aucune suite, fit naître au baron de Neper la pensée de construire des tables au moyen desquelles on évite la multiplication et la division, et on réduit tous les calculs numériques à de simples additions et soustractions. . . . . . . .

Cette observation est que tout ce qui s'opère par voie de multiplication et de division dans la proportion ou progression géométrique, s'opère par voie d'addition et de soustraction dans la proportion ou progression arithmétique : par exemple, dans la proportion géométrique, le quatrième terme est égal au produit des moyens, divisé par le premier terme; et dans la proportion arithmétique, le quatrième terme est égal à la somme des moyens, moins le premier terme : dans la progression géométrique, un terme est égal à un autre multiplié par la raison de la progression, autant de fois plus une, qu'il y a de termes entr'eux; et dans la progression arithmétique, un terme est égal à un autre, plus la différence de la progression, ajoutée autant de fois, plus une, qu'il y a de termes entr'eux. De-là le baron de Neper fit correspondre terme à terme deux progressions, l'une géométrique, l'autre arithmétique; il regarda les termes de la première comme les nombres principaux, et ceux de la

seconde comme leurs logarithmes, ou comme les mesures de leurs rapports ; il enseigna à former des tables qui devaient contenir ces deux sortes de nombres : alors, lorsqu'il s'agissait de faire des multiplications et des divisions, on n'avait qu'à opérer sur les Logarithmes, par addition et soustraction ; les nouveaux Logarithmes qu'on obtenait ainsi, répondaient dans les tables aux nombres qu'il aurait fallu chercher directement, sans ce secours, par la multiplication et la division.

Le choix des deux progressions est également arbitraire, quant à la théorie. Neper prit pour la progression arithmétique des Logarithmes celle des nombres naturels, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., faisant répondre le logarithme zéro à l'unité de numération de la progression géométrique ; et il régla celle-ci de manière que ses termes étant représentés par les abscisses d'une hyperbole équilatère entre ses asymptotes, dans laquelle la première abscisse et la première ordonnée valent chacune 1, les Logarithmes le sont par la suite des espaces hyperboliques. Alors le nombre *fondamental* de la progression géométrique, c'est-à-dire, le nombre qui, par ses puissances successives forme les termes de la progression géométrique, et par ses exposans ceux de la progression arith-

métique, vaut 2,71828, à peu de chose près. Ce nombre étant une fois trouvé, si on l'élève successivement au quarré, au cube, à la quatrième puissance, à la cinquième, etc., les nombres résultans 7,382; 20,086; 54,599; 148,425, etc., sont les termes suivans de la progression géométrique, auxquels répondent les Logarithmes 2, 3, 4, 5, etc. Mais cela ne suffit pas : il faut de plus déterminer les logarithmes des nombres intermédiaires aux termes de la progression géométrique, afin de pouvoir construire des tables qui, par le voisinage et l'étendue des nombres sur lesquels on doit opérer, s'appliquent à tous les besoins de la pratique du calcul. L'Arithmétique seule fournit pour cela des secours suffisans; mais on parvient beaucoup plus promptement au but, en s'aidant en même temps de l'Algèbre.

Tel était le système des Logarithmes, que Neper exposa dans son livre intitulé : *Logarithmorum canonis descriptio, seu Arithmetica supputationum mirabilis abreviatio*, publié, pour la première fois, à Edimbourg, en 1614. Ce système a l'inconvénient que les termes de la progression géométrique fondamentale, à l'exception du premier, sont des nombres accompagnés de fractions, tandis que ceux de la progression arithmétique des

Logarithmes correspondans, sont des nombres entiers ; ce qui aurait produit des longueurs incommodes, dans l'usage des tables construites suivant cette hypothèse. L'auteur reconnut lui-même ce défaut ; il en conféra avec Henri Briggs, son ami, professeur de Mathématiques au collège de Gresham. Tous deux convinrent de substituer à la progression géométrique fondamentale, proposée, la progression décuple 1, 10, 100, 1000, etc., qui sert de base à la numération, et de conserver d'ailleurs tout le reste. Par ce changement, la construction des tables devint plus facile et d'un usage plus commode. Ajoutons que lorsque les Logarithmes sont une fois calculés pour l'un des deux systèmes, ils se trouvent pour l'autre, en les multipliant par un nombre constant et donné. Cette communication réciproque des deux systèmes a fait qu'on a conservé l'usage du premier dans les formules logarithmiques du calcul intégral, où il s'applique d'une manière très-simple et très-commode.

BRIGGS, né en 1556, m. en 1630.

Neper étant mort avant d'avoir pu calculer des tables, suivant le nouveau système, Henri Briggs se trouva seul chargé de tout ce travail, auquel il se livra avec une ardeur infatigable. En 1618, il publia une table des Logarithmes ordinaires pour les mille premiers

nombres naturels; en 1624, il en donna une seconde qui contenait les Logarithmes des nombres naturels depuis 1 jusqu'à 20000, et depuis 90000 jusqu'à 100000. Gelibrand, Gunther et Adrien Wlacq, savans distingués, élèves ou amis de Briggs, remplirent les lacunes qu'il avait laissées; ils publièrent des nouvelles tables, qui contenaient les Logarithmes des sinus, tangentes, etc. pour le quart de cercle. Toutes ces tables ont encore été poussées plus loin dans la suite; et je ne finirais point, si je voulais faire le recensement de toutes les formes qu'on leur a données, toujours néanmoins dans le système adopté par Briggs. Nous n'avons plus rien à désirer à cet égard; et toutes les extensions qu'on cherche encore de temps en temps à donner aux tables ne sont que des superfluités illusoires.

Je ne dois pas omettre qu'un géomètre allemand, appelé Just Byrge, fit imprimer, en 1620, une table construite suivant l'ordre inverse de nos tables ordinaires des Logarithmes. Au lieu de regarder les nombres relatifs à la progression géométrique, comme les nombres principaux, auxquels les Logarithmes doivent être subordonnés, il regarde au contraire les Logarithmes comme les

nombres principaux, auxquels il fait correspondre ceux qui dépendent de la progression géométrique. Mais ce système n'a pas fait et ne devait pas faire fortune, par l'immensité des tables qu'il aurait exigées.

Progrès de l'Algèbre.

HARIOT, né en 1560, m. en 1621.

Tandis que l'Arithmétique s'enrichissait de la découverte des Logarithmes, l'Algèbre faisait des progrès marqués entre les mains de Hariot, analiste anglais, qui publia, en 1620, un ouvrage intitulé : *Artis analyticæ praxis*. Cet ouvrage contient tout ce qui avait été écrit de plus important sur l'Algèbre, et plusieurs nouveautés qui appartiennent à l'auteur. D'abord Hariot simplifia les notations de Viète, en substituant les lettres minuscules à la place des majuscules, et de nouveaux signes pour abréger le discours : quelques personnes attacheront peut-être un mérite bien mince à ces changemens ; ceux qui savent que la simplicité d'un Algorithme a souvent produit des découvertes remarquables, porteront un autre jugement. Hariot est le premier qui ait imaginé de mettre d'un même côté tous les termes d'une équation, et qui par-là ait vu distinctement ce que Viète n'avait fait qu'indiquer d'une manière confuse, que dans toute équation le coefficient du second terme est la somme des racines prises

avec des signes contraires ; que le coefficient du troisième est la somme des produits des racines prises deux à deux ; que le coefficient du quatrième est la somme des produits des racines prises trois à trois avec des signes contraires ; ainsi de suite, jusqu'au dernier terme qui est le produit de toutes les racines prises avec des signes contraires. On lui doit d'avoir observé que toutes les équations qui passent le premier degré, peuvent être regardées comme produites par la multiplication d'équations du premier degré : de sorte que substituant à la place de l'inconnue l'une des valeurs données par ces équations composantes, la totalité des termes de l'équation proposée devient égale à zéro. Ces théorèmes ont facilité la résolution complète de quelques équations particulières, et d'autres recherches.

Personne n'a plus contribué que notre illustre Descartes à l'avancement général de la science analitique. La nature lui avait donné le génie et l'audace nécessaires pour remuer toutes les bornes des connaissances humaines. Il apprit aux hommes, dans sa *Méthode*, l'art de chercher la vérité ; il joignit l'exemple au précepte dans ses ouvrages de Mathématiques. La gloire que ces ouvrages lui ont acquise ne périra jamais, parce que les vérités qu'il a

DESCARTES, né en 1596, m. en 1650.

découvertes sont de tous les temps ; mais on ne peut pas dissimuler que la plupart de ses systèmes philosophiques, enfantés par l'imagination, et contredits par la nature, ont déjà disparu, et n'ont produit d'autre avantage que d'abolir la tyrannie du péripatétisme. L'Algèbre lui doit plusieurs découvertes importantes. Il introduisit dans les multiplications réitérées d'une même lettre, la notation des puissances par les exposans, ce qui simplifie le calcul, et ce qui a été le germe de la méthode pour développer les quantités radicales en séries. Les analistes qui l'avaient précédé ne connaissaient point l'usage des racines négatives dans les équations, et ils les rejetaient comme inutiles : il fit voir qu'elles sont tout aussi réelles, tout aussi propres à résoudre une question, que les racines positives, la distinction qu'on doit mettre entre les unes et les autres n'ayant d'autre fondement que la différente manière d'envisager les quantités dont elles sont les symboles. Il enseigna à discerner dans une équation qui ne contient que des racines réelles, le nombre des racines positives, et celui des racines négatives, par la combinaison des signes qui précèdent les termes de l'équation. La méthode des *indéterminées*, entrevue par Viète, fut développée

par Descartes, qui en fit une application claire et distincte aux équations du quatrième degré : il feint que l'équation générale de ce degré est le produit de deux équations du second qu'il affecte de coefficiens indéterminés ; et, par la comparaison des termes de ce produit avec ceux de l'équation proposée, il parvient à une équation réductible au troisième degré, laquelle donne les coefficiens inconnus. Cette méthode s'applique à une infinité de problèmes dans toutes les parties des Mathématiques.

Je ne ferai pas ici mention de plusieurs savans algébristes qui, peu de temps après la mort de Descartes, étudièrent et même perfectionnèrent ses méthodes. Il y en a cependant un qui mérite une attention particulière : c'est le célèbre Hudde, Bourguemestre d'Amsterdam, qui publia en 1658, dans le commentaire de Schooten sur la Géométrie de Descartes, une méthode très-ingénieuse pour reconnaître si une équation d'un degré quelconque contient plusieurs racines égales, et pour déterminer ces racines.

HUDDE, mort très-âgé en 1704.

Pascal se fraya dans l'Analise une route nouvelle par son fameux *Triangle arithmétique*. C'est une espèce d'arbre généalogique, où par le moyen d'un nombre arbi-

PASCAL, né en 1623 ; m. en 1662.

traire, écrit à la pointe du triangle, l'auteur forme successivement, et de la manière la plus générale, tous les nombres figurés, détermine les rapports qu'ont entr'eux les nombres de deux cases quelconques, et les différentes sommes qui doivent résulter de l'addition des nombres d'une même rangée, prise dans tel sens que l'on voudra. Il fait ensuite plusieurs applications intéressantes de ces principes. Celle où il détermine les *partis* qu'on doit établir entre deux joueurs qui jouènt en plusieurs parties, mérite principalement d'être remarquée, puisqu'elle a donné la naissance au calcul des probabilités, dans la théorie des jeux du hasard. Quelques auteurs ont attribué *les élémens* de ce calcul

HUGUENS, né en 1625, m. en 1695.

à Huguens, qui publia en 1657 un excellent traité, intitulé: *De Raciociniis in ludo aleæ;* mais Huguens avertit lui-même avec une modestie digne d'un si grand homme, que cette matière avait déjà été agitée entre les plus grands géomètres de la France, et qu'il ne prétend rien à la gloire de l'invention. En effet, on voit par les lettres de Pascal

FERMAT, né en 1590, m. en 1663.

et de Fermat, imprimées dans les œuvres de ce dernier, que les principes du triangle arithmétique étaient répandus en France, dès l'année 1654, quoique les ouvrages où Pascal

les explique en détail, n'aient paru par la voie de l'impression, qu'après la mort de l'auteur.

Dans le temps que Pascal approfondissait à Paris la nature des nombres figurés, Fermat de son côté en découvrait à Toulouse plusieurs belles propriétés, en suivant une autre méthode. Ces deux grands hommes se rencontraient souvent dans les résultats de leurs recherches. Loin qu'une pareille concurrence altérât l'amitié que la conformité d'études avait fait naître entr'eux, sans qu'ils se fussent jamais vus, ils se rendaient mutuellement justice, avec un abandon que la médiocrité ne peut connaître.

La prédilection de Fermat pour les recherches numériques se porta surtout vers la théorie des nombres premiers, qu'on n'avait pas encore examinée, et où il a fait de profondes découvertes. On sait que tout nombre n'est qu'un rapport avec l'unité de numération; mais il est souvent difficile de reconnaître si ce rapport est simple, ou s'il est produit par la multiplication de plusieurs autres. Fermat établit des caractères généraux et distinctifs propres à faire discerner dans une infinité d'occasions les nombres qui ont des diviseurs, d'avec ceux qui n'en ont pas.

L'Analise de Diophante exerça également son génie. Bachet de Méziriac, éditeur et commentateur du géomètre grec, avait déjà résolu plusieurs nouveaux problèmes dépendans de la doctrine de son auteur : Fermat porta plus loin la même matière. Toutes ces recherches ont été étendues et perfectionnées par de grands géomètres modernes.

MÉZIRIAC, né en 1577 m. en 1638.

WALLIS, né en 1616, m. en 1703.

En 1655, Wallis, mathématicien anglais, que j'ai déjà cité, publia son *Arithmétique des infinis* : ouvrage plein de génie, et dont l'objet comme celui du triangle arithmétique était de sommer différentes suites de nombres. Par cette méthode on quarre les courbes quand les ordonnées sont exprimées par un seul terme ; on peut aussi quarrer les courbes à ordonnées complexes en développant ces ordonnées en séries dont chaque terme est un monome. Nous parlerons ci-dessous de la dispute que l'auteur eut avec Pascal au sujet de la cicloïde. Wallis était un profond analiste : c'est à lui qu'on doit la notation des radicaux par des exposans fractionnaires, et celle des exposans négatifs. Descartes n'avait employé les exposans que pour les puissances entières et positives.

Le chemin de la vérité étant sans cesse hérissé d'écueils où la faiblesse de l'esprit

humain vient se briser, on ne saurait trop multiplier les moyens de les éviter, ou d'approcher du but, lorsqu'il n'est pas possible d'y atteindre en rigueur. Tel est l'avantage que procure la théorie des fractions continues, quand une fraction irréductible est exprimée par de trop grands nombres, pour qu'on puisse l'appliquer à la pratique sous sa forme immédiate. Elle substitue à une expression compliquée une expression simple, et à peu près équivalente. Cette théorie dont le lord Brouncker avait donné les élémens, fut dans la suite étendue, perfectionnée, et appliquée à divers usages importans, par Huguens et par d'autres géomètres célèbres.

BROUNCKER, né en 1620, m. en 1684.

Toutes ces branches particulières de l'Analise ne faisaient pas perdre de vue le problème de la résolution générale des équations. Newton, jeune alors, la chercha longtemps : il ne la trouva point; mais il recula d'ailleurs considérablement les bornes de l'Algèbre. Il donna une méthode pour décomposer, lorsque la chose est possible, une équation en facteurs commensurables : méthode qui s'étend à tous les degrés, et dont la pratique est aussi simple qu'on puisse le désirer; il somma les puissances quelconques des racines d'une équation; il enseigna l'art

NEWTON, né en 1642, m. en 1727.

d'extraire, lorsqu'il y a lieu, les racines des quantités en partie commensurables, en partie incommensurables ; il apprit à former des suites infinies, pour trouver d'une manière approchée les racines des équations numériques et littérales de tous les degrés, etc. La plupart de ces recherches ont été éclaircies et commentées dans des ouvrages modernes.

---

## CHAPITRE II.

### *Progrès de la Géométrie.*

Dès le commencement du seizième siècle, l'ancienne Géométrie fut cultivée en Europe avec un succès rapide. On prit pour guides les géomètres grecs dont la plupart furent traduits en latin ou en italien. L'étude des anciennes langues alors fort en vogue multipliait les objets et les moyens d'instruction. Géométrie pure.

On cite Werner comme un savant géomètre. En 1522, il publia à Nuremberg quelques traités concernant presque tous la théorie des sections coniques. WERNER, né en 1468, m. en 1528.

Tartaglia et Maurolic, dont nous avons déjà parlé, se rendirent utiles à la Géométrie, non-seulement comme traducteurs de plusieurs anciens ouvrages, mais encore comme auteurs. Le premier a composé un traité italien : *De Numeri e Misure*, dans lequel on trouve pour la première fois dans les écrits modernes, la détermination de l'aire d'un triangle par le moyen de ses trois côtés, et sans le secours de la perpendiculaire abaissée de l'un de ses angles

sur le côté opposé. Le second a écrit sur plusieurs sujets : son traité des sections coniques est remarquable par la clarté et l'élégance qui y règnent. La Hire n'a fait dans la suite qu'amplifier et appliquer à de nouveaux usages la méthode du géomètre sicilien.

NONIUS, né en 1492, m. en 1577

Nous ne devons pas oublier Nonius, né en Portugal, auteur de plusieurs ouvrages très-estimables, et à qui l'on doit en particulier la subdivision des petites parties d'un instrument par des lignes transversales, que l'on appelle *la Division de Nonius*.

COMMANDIN, né en 1509, m. en 1575.

Commandin était un homme très-savant dans les Mathématiques et dans les langues anciennes. Il a traduit en latin Euclide, une grande partie des ouvrages d'Archimède, les traités *du Planisphère* et de *l'Analemme* de Ptolomée, le livre d'Aristarque de Samos *sur les grandeurs et les distances du soleil et de la lune*, les *Pneumatiques* de Héron, la *Géodésie* du géomètre arabe Méhémet de Bagdad, les *collections mathématiques* de Pappus ; etc. Partout Commandin montre la plus grande intelligence des matières ; il éclaircit les endroits difficiles de ses auteurs par des notes précises, claires et instructives : mérite rare qui place Commandin fort au-dessus du commun des traducteurs et des commentateurs.

Le célèbre Ramus n'a fait aucune découverte dans les Mathématiques : ses élémens de *Géométrie* et d'*Arithmétique* sont médiocres ; mais il a d'ailleurs bien mérité des sciences par le zèle qu'il mit à les défendre, et par le sacrifice qu'il leur fit de son repos, de sa fortune, et même de sa vie. On sait qu'il les professait au collége de France ; où il fonda pour elles une chaire qui subsiste encore ; qu'il était de la religion protestante, et qu'il fut massacré dans l'horrible journée de la Saint-Barthélemi, par un de ses confrères nommé *Charpentier*, zélé catholique.

RAMUS, né en 1502, m. en 1572.

Fernel, médecin de Henri second, roi de France, s'est fait un grand nom par divers ouvrages de médecine, et par quelques traités et observations de Mathématiques. On prétend que la faveur dont il jouissait à la cour venait d'avoir enseigné le beau secret de rendre féconde Catherine de Médicis. Nous avons de lui un livre de Mathématiques pures, intitulé : *De Proportionibus*, et deux ouvrages astronomiques, l'un intitulé *Monalospherion*, espèce d'Analemme, l'autre *Cosmotheoria*. Sa plus grande célébrité en ce genre de connaissance est fondée sur la mesure qu'il donna le premier parmi les modernes de la grandeur de la terre. Il estima, par le nombre de tours

FERNEL, né en 1506, m. en 1558.

que faisait une roue de carrosse sur la route de Paris à Amiens, jusqu'à ce que l'étoile polaire s'élevât d'un degré, que la longueur d'un degré du méridien était de 56746 toises de Paris : résultat fort approchant de la vérité; mais tout le monde sent qu'une telle exactitude ne peut être attribuée qu'au hasard.

Il serait aussi inutile qu'ennuyeux de citer ici une foule de géomètres qui écrivirent en ce temps-là des ouvrages fort estimables, mais peu profonds, et aujourd'hui presque entièrement oubliés. Je nommerai cependant deux mathématiciens Allemands, Pierre Metius, Adrianus Romanus, et un mathématicien Hollandais, Leudolphe-Van-Ceulen; tous trois auteurs de différentes méthodes pour déterminer d'une manière beaucoup plus approchée qu'on ne l'avait fait encore, le rapport de la circonférence du cercle au diamètre. Pierre Metius fit la remarque, très-digne d'attention et de notre reconnaissance, qu'en représentant le diamètre par 113, la circonférence l'est par 355 : résultat qui approche singulièrement de la vérité, eu égard au petit nombre de chiffres par lesquels il est exprimé. Je n'oublierai pas non plus le célèbre Snellius, autre célèbre mathématicien Hollandais, qui se fit dans la suite une grande répu-

SNELLIUS, né en 1591, m. en 1626.

tation par ses recherches sur les réfractions, et qui commença, dès l'âge de dix-sept ans, à écrire des ouvrages de Géométrie, où l'on trouve, entr'autres choses curieuses, une nouvelle détermination du rapport de la circonférence du cercle au diamètre

Géométrie mixte.

Les ouvrages de Régiomontanus, de Tartaglia et de Bombelli contiennent quelques problèmes de Géométrie résolus par le moyen de l'Algèbre. Mais ces solutions isolées, et où l'on employait dans chaque cas particulier de simples nombres pour exprimer les lignes connues, n'étaient pas fondées sur une méthode régulière et générale d'appliquer l'Algèbre à la Géométrie. Viète est le premier qui ait donné une telle méthode. Le secours mutuel que ces deux sciences se prêtent fut pour notre auteur la source de plusieurs importantes découvertes. Par exemple, il observa que toute équation du troisième degré, contenant en général, ou une seule racine réelle et deux imaginaires, ou trois racines réelles: la racine réelle dans le premier cas, se trouvait par la duplication du cube; et les trois racines réelles, dans le second, par la trisection de l'angle. On ne doit pas oublier néanmoins qu'il n'avait qu'une idée confuse des racines négatives, et que Descartes a

commencé à les faire connaître distinctement.

Les élémens de la doctrine *des sections angulaires* sont encore une invention de Viète. On sait que l'objet de cette théorie est de trouver les expressions générales des cordes ou des sinus, pour une suite d'arcs multiples les uns des autres; et réciproquement, les expressions des arcs quand on connaît les cordes ou les sinus : elle a reçu des accroissemens entre les mains de Hermann, Jacques Bernoulli et Euler.

Quelques auteurs ont imprimé, d'autres ont répété, et on répète tous les jours en conversation, que Descartes est l'inventeur de l'application de l'Algèbre à la Géométrie. Cela n'est pas exact. On accorde à Descartes plus qu'il ne doit prétendre, et on oublie trop les droits de ses prédécesseurs, et en particulier ceux de Viète. L'erreur est sans doute pardonnable, quand on considère l'usage si heureux, si original, si étendu que Descartes a fait de cette découverte; mais enfin la justice rigoureuse doit l'emporter et rétablir la vérité. Descartes y perdra peu : il aura d'abord la gloire d'avoir le premier résolu complètement par cette voie le problème général suivant que les anciens géomètres, Euclide, Apollonius

et Pappus s'étaient proposé, et dont ils n'avaient fait qu'ébaucher la solution : *ayant un nombre quelconque de lignes droites données de position sur un plan, trouver un point duquel on puisse tirer autant d'autres lignes droites, une sur chacune des données, qui fassent avec elles des angles donnés, avec cette condition que le produit de deux lignes ainsi tirées ait un rapport donné avec le quarré de la troisième, s'il n'y en a que trois ; ou bien avec le produit des deux autres s'il y en a quatre : ou bien s'il y en a cinq, que le produit de trois ait le rapport donné avec le produit des deux lignes restantes et d'une troisième ligne donnée ; ou bien s'il y en a six, etc.* Descartes commença par observer que la question ainsi proposée est indéterminée, et qu'il existe une infinité de points d'où l'on peut mener les lignes demandées ; il conçut que tous ces points pouvaient être regardés comme placés sur la courbe que décrit un style que l'on ferait mouvoir sur un plan, suivant les conditions du problème ; il exprima cette condition par une équation entre les quantités *données*, et deux lignes variables ; de telle manière qu'en se donnant à volonté l'une de ces lignes, l'autre se tirait de l'équation ; ce qui faisait connaître à chaque

instant la position du point décrivant. Bientôt, par un nouvel effort de génie dont il ne partage l'honneur avec personne, il s'éleva à la méthode générale de représenter la nature des lignes courbes par des équations, et de les distribuer en différentes classes, à raison des divers degrés de ces équations : champ vaste et fécond que Descartes a ouvert à la sagacité de tous les géomètres. Par-là, étant donnée la loi suivant laquelle une courbe doit être décrite, on suit son cours dans l'espace; on détermine ses tangentes, ses perpendiculaires, ses branches finies, ou infinies, ses points d'inflexion ou de rebroussement, et en général toutes les affections qui la caractérisent. Cette méthode réunit sous un même point de vue la simplicité et la généralité. Ainsi, par exemple, une même équation du second degré entre l'abscisse et l'ordonnée combinées avec des quantités constantes, peut représenter en général la nature des trois sections coniques; ensuite les valeurs et les rapports des quantités constantes restreignent l'équation à exprimer, dans les cas particuliers, une parabole, une ellipse ou une hyperbole.

On doit encore à Descartes la manière d'envisager et de construire les courbes à double courbure, en les projetant sur deux plans

perpendiculaires entr'eux, sur lesquels elles forment des courbes ordinaires qui ont une abscisse et une ordonnée communes.

De tous les problèmes qu'il résout dans sa Géométrie, aucun ne lui fit autant de plaisir, comme il le dit lui-même, que sa méthode pour mener les tangentes aux lignes courbes, par où néanmoins il ne faut entendre que les courbes géométriques. Cette méthode donne les tangentes par le moyen des perpendiculaires aux points de contingence. L'auteur feint que d'un point quelconque pris sur l'axe de la courbe, on décrive un cercle lequel coupe la courbe au moins en deux points : il cherche l'équation qui exprime les lieux des intersections ; il suppose ensuite que le rayon du cercle diminue jusqu'à ce que deux intersections voisines viennent à coïncider : alors les deux rayons correspondans n'en forment qu'un seul qui est perpendiculaire à la courbe ; et la question est réduite à former, d'après ces élémens, une équation qui contienne deux racines égales. Dans la suite, Descartes proposa une autre méthode pour les tangentes : il prend ici hors de la courbe, et sur le prolongement de son axe, un point autour duquel il fait tourner une ligne droite qui coupe la courbe au moins en deux points ; il fait coïn-

cider les deux points d'intersection, en assujettissant, comme tout à l'heure, l'équation des intersections à contenir deux racines égales. On voit que les deux méthodes sont fondées sur le même principe; elles sont l'une et l'autre fort ingénieuses, quoique bien moins simples et moins directes que celle du calcul différentiel. La Géométrie de Descartes parut en 1637.

Avant cette époque, Fermat avait trouvé sa méthode pour déterminer les *maxima* et les *minima*, dans les quantités qui croissent d'abord, puis décroissent, ou qui commencent à diminuer, puis viennent à augmenter. Elle porte sur cette remarque, qu'en deçà et en delà du point de *maximum* et de *minimum*, *il y* a deux grandeurs égales. Fermat cherche les expressions de deux grandeurs distantes d'un intervalle arbitraire, il les égale entr'elles, et supposant ensuite que l'intervalle proposé devienne infiniment petit, ou plus petit que toute quantité finie assignable, il obtient une équation qui donne le *maximum* ou le *minimum*. Ce même moyen sert à déterminer les tangentes des courbes géométriques, en considérant d'abord une tangente comme une sécante, puis faisant évanouir la portion d'abscisse, comprise entre les deux ordonnées qui

répondent aux deux points d'intersection. Le calcul différentiel porte sur la même base; cependant Fermat ne peut pas être appelé l'inventeur de ce calcul : sa méthode n'est point réduite en Algorithme; elle n'est qu'une simple indication générale des calculs qu'il faut faire dans chaque cas particulier; elle ne s'applique qu'aux courbes géométriques, et même dans ce cas elle demande qu'on fasse disparaître les quantités radicales que les équations peuvent contenir; ce qui mène souvent à des calculs intraitables, ou par leur longueur, ou par la difficulté de reconnaître la racine qui satisfait au problème.

Nous rapportons à la Géométrie mixte plusieurs ouvrages qui parurent dans le dix-septième siècle, avant la naissance des calculs différentiel et intégral : non pas que les méthodes qu'on y emploie soient toutes fondées sur le calcul algébrique, mais parce qu'elles sont toujours au moins dirigées par l'esprit de ce calcul.

CAVALERI, né en 1598, m. en 1647.

Un des plus originaux est la *Géométrie des indivisibles* de Cavaleri, qui parut en 1635. La méthode des anciens pour déterminer les surfaces, et les solidités des corps, était très-rigoureuse, mais elle avait l'inconvénient d'exiger plusieurs détours : il fallait inscrire

et circonscrire des polygones à une figure, former des solides inscrits et circonscrits à un solide; ensuite chercher la limite du rapport entre le dernier polygone inscrit et le dernier polygone circonscrit, ou celle du rapport entre le dernier solide inscrit et le dernier solide circonscrit. Cavaleri marche plus directement au but : il regarde les surfaces planes comme formées par des sommes infinies de lignes, les solides comme formés par des sommes infinies de plans; et il prend pour principe que les rapports de ces sommes infinies de lignes, ou de plans, comparativement à l'unité de numération dans chaque cas, sont les mêmes que ceux des surfaces ou des solides qu'il fallait mesurer. L'ouvrage de Cavaleri est divisé en sept livres : dans les six premiers, l'auteur applique sa nouvelle théorie à la quadrature des sections coniques; à la cubature de leurs solides de révolution, et à d'autres questions de pareille nature sur les spirales; le septième est employé à démontrer les mêmes choses par des principes indépendans des indivisibles, et à établir par la conformité des résultats la parfaite exactitude de la nouvelle méthode.

De leur côté, les géomètres Français résolvaient des problèmes semblables, mais d'une

plus grande difficulté. Par exemple, Fermat, Roberval et Descartes quarrèrent les paraboles des ordres supérieurs, déterminèrent les solides, et les centres de gravité des solides que toutes ces courbes forment, en tournant autour de l'abscisse ou de l'ordonnée; ce qui complétait la théorie qu'Archimède avait donnée pour la parabole ordinaire.

ROBERVAL, né en 1602, m. en 1675.

La méthode de Roberval était fondée comme celle de Cavaleri, sur le principe des indivisibles, mais présentée sous un point de vue plus conforme à la rigueur géométrique, en ce que Roberval considérait les plans, ou les solides, comme ayant pour élémens des rectangles de hauteurs indéfiniment petites, ou des tranches d'épaisseurs indéfiniment petites, et non pas des simples lignes, ou des simples plans. Il y a preuve qu'il employait ce moyen dès l'année 1634, et que par conséquent il n'a rien emprunté de Cavaleri.

Vers le même temps, Roberval appliqua ses méthodes à la cycloïde, courbe devenue célèbre par ses propriétés nombreuses et singulières; il détermina l'aire de cette courbe, et les solides qu'elle engendre en tournant autour de la base ou de l'axe; il trouva aussi le centre de gravité de l'aire de la même courbe, et ceux de ses parties situées des

deux côtés de l'axe. Ces nouveaux problèmes ayant été proposés à Fermat et à Descartes, ils les résolurent également. Ils apprirent de plus à mener les tangentes de la cycloïde, qui étant une courbe mécanique demandait d'autres méthodes que celles qu'ils possédaient auparavant pour mener les tangentes des courbes géométriques. Roberval s'était fait une méthode générale pour les tangentes, laquelle s'appliquait indistinctement aux courbes géometriques ou mécaniques, et par là il trouva de son côté les tangentes de la cycloïde. Cette méthode mérite d'être remarquée par l'analogie qu'elle a, quant au principe métaphysique, avec celle des *fluxions* que Newton donna long-temps après. Une courbe étant supposée décrite par le mouvement d'un point, Roberval regarde ce point comme animé à chaque instant de deux vîtesses données par la nature de la courbe; il construit un parallélogramme dont les côtés sont proportionnels à ces vîtesses, et il prend pour principe que la direction de l'élément, ou de la tangente, doit tomber sur la diagonale; de sorte que connaissant la position de cette diagonale, on a celle de la tangente. Ainsi, par exemple, dans l'ellipse, où la somme des deux lignes menées des deux foyers

à un même point de la courbe, est toujours la même, si l'une de ces lignes vient à diminuer d'une certaine quantité, l'autre augmentera de la même quantité : alors le parallélogramme devient un lozange, et par conséquent la tangente doit diviser en deux parties égales l'angle formé par les prolongemens des deux lignes proposées. Mais la méthode ne s'applique pas avec la même facilité à tous les exemples : elle devient même souvent impraticable par la difficulté de déterminer les deux vitesses du point décrivant ; au lieu que dans la méthode des fluxions, le principe métaphysique étant réduit en un algorithme de calcul, débarrassé de toutes les opérations superflues, une même formule générale fait trouver sans la moindre difficulté les tangentes à toutes les courbes dont on a l'équation.

A un grand talent pour la Géométrie, Roberval joignait malheureusement un caractère vain et hargneux. Il fut dans une guerre continuelle avec Descartes et d'autres géomètres français, et très-souvent il avait tort. Il offensa mortellement Torricelli, au sujet des problèmes de la cycloïde. Cet illustre géomètre italien ayant fait imprimer comme de son invention des solutions de ces problèmes, en 1644, Roberval les revendiqua, soutenant

TORRICELLI, né en 1608, m. en 1647.

qu'elles étaient dans le fond les mêmes que les siennes, dont un certain Beaugrand avait donné communication à Galilée, d'où elles avaient passé, après sa mort, entre les mains de Torricelli, son disciple, et l'héritier de ses papiers. Torricelli conçut un tel chagrin de cette accusation de plagiat, qu'il en mourut à la fleur de son âge. En suivant attentivement les démonstrations de Torricelli, on demeure convaincu qu'elles lui appartiennent, et que vraisemblablement il n'avait pas lu les prétendues copies des solutions de Roberval, envoyées à Galilée, ni l'*Harmonie universelle* du P. Mersenne, publiée en 1637, où ces mêmes solutions sont imprimées.

GRÉGOIRE de St. Vincent, né en 1584, m en 1667.

Le Jésuite Grégoire de Saint-Vincent, géomètre des Pays-Bas, se fit de la réputation dans les Mathématiques par un ouvrage où il cherchait la quadrature du cercle qu'il ne trouva point, mais rempli d'ailleurs de théories exactes et profondes sur la mesure des onglets de différens corps formés par la révolution des sections coniques.

Hérigone mérite d'être cité ici, non pas comme un mathématicien du premier ordre, mais pour avoir rassemblé dans un cours de

An 1644.

Mathématiques, latin et français, fort répandu et fort utile, toutes les parties de ces sciences,

dans l'état où elles se trouvaient de son temps. Outre les connaissances générales d'Arithmétique, d'Algèbre, de Géométrie, de Mécanique, d'Astronomie, de Géographie, etc. Hérigone a fait entrer dans sa collection plusieurs ouvrages des anciens géomètres, tels que les Elémens d'Euclide, ses *données*, son Optique et sa Catoptrique, la Géométrie des *tactions* d'Apollonius, les *Sphériques* de Théodose, etc. On loue sa manière de démontrer, nette, claire et rigoureuse.

La célèbre *méthode inverse des tangentes* prit naissance, à l'occasion d'un problème que Beaune proposa à son ami Descartes: c'était de *trouver une courbe telle que l'ordonnée fût à la soutangente, comme une ligne donnée est à la partie de l'ordonnée, comprise entre la courbe et une ligne inclinée, sous un angle donné.* Descartes indiqua la construction et plusieurs propriétés de la courbe; mais il ne put achever la solution réservée à l'Analise infinitésimale.

BEAUNE, né en 1601, m. en 1651.

An 1647.

Pendant que Roberval et quelques autres géomètres français s'efforçaient de rabaisser la Géométrie de Descartes, elle trouvait dans les pays étrangers une foule d'admirateurs du plus grand mérite. Tel fut principalement Schooten, professeur des Mathématiques à

SCHOOTEN, né en .... m. en 1659. Leyde, qui la développa et l'amplifia dans un excellent commentaire publié pour la première fois en 1649, et réimprimé dans la suite avec des augmentations considérables. Il s'était déjà distingué dès l'année 1646 par un ouvrage intitulé : *Exercitationes geometricæ.*

En Angleterre, la Géométrie acquérait de An 1655. nouvelles richesses d'un autre genre. Wallis résolut par son *Arithmétique des infinis*, un grand nombre de beaux problèmes concernant les quadratures des courbes, la cubative des solides, la détermination des centres de gravité, etc.

Lorsqu'on eut quarré les paraboles de tous les ordres, on devait naturellement penser à déterminer leurs courbures, ou en général à trouver une ligne droite qui fût égale en longueur au périmètre d'une courbe donnée. Ce nouveau problème était alors de la plus grande difficulté. Dès l'année 1657, Huguens donna par lettres quelques ouvertures pour le résoudre. Son compatriote Van-Heuraet réduisit la question à des constructions géométriques un peu embarrassantes, mais qui enfin le conduisirent à une très-belle découverte : il trouva que la seconde parabole cubique, où les quarrés des ordonnées sont comme les

cubes des abscisses, est égale à une ligne droite qu'il assigne. Cette découverte fut publiée en 1659, à la suite d'une seconde édition du commentaire de Schooten sur la Géométrie de Descartes. Les autres paraboles ne sont pas algébriquement rectifiables; mais on peut du moins les mesurer par des méthodes d'approximation, en employant les séries, où les quadratures de certains espaces curvilignes faciles à calculer : par exemple, la rectification de la parabole ordinaire dépend de la quadrature de l'hyperbole, ou des Logarithmes. Huguens, dans les démonstrations géométriques de son *Horologium oscillatorium*, qui parurent pour la première fois en 1673, rectifie des courbes, quarre des surfaces, ou rappelle leurs expressions à d'autres plus simples, avec une adresse et une élégance que les amateurs de la véritable Géométrie, de la Géométrie linéaire, ne se lassent point d'admirer.

On croit ordinairement, d'après l'assertion de Wallis dans son traité *de Cissoïde*, que Guillaume Neil, son disciple, est le premier qui ait rectifié la seconde parabole cubique. Huguens soutient au contraire que le théorème de Van-Heuraet était répandu parmi les géomètres, avant que les Anglais se fussent occupés de la même question. Comme les méthodes

Hug., op. tom. 1, p. 101.

sont différentes, il pourrait se faire que Van-Heuraet et Neil fussent arrivés au même résultat, sans avoir rien emprunté l'un de l'autre. Du reste, tous ces problèmes ne sont plus que des jeux, depuis l'invention de l'Analise infinitésimale.

Problèmes de Pascal sur la cycloïde.

La cycloïde commençait à être un peu oubliée des géomètres, lorsqu'en 1658 Pascal la ramena sur la scène, en proposant sur cette courbe de nouveaux problèmes, et s'engageant à donner des prix à ceux qui les résoudraient. On avait déterminé l'aire totale de la cycloïde, le centre de gravité de cette aire, les solides et les centres de gravité des solides que la courbe décrit en tournant autour de sa base, ou du diamètre du cercle générateur: Pascal demanda, ce qui était alors beaucoup plus difficile, des mesures indéfinies, c'est-à-dire, l'aire d'un segment quelconque de cycloïde, le centre de gravité de ce segment, les solides et les centres de gravité des solides, que ce segment décrit en tournant autour de l'ordonnée, ou autour de l'abscisse, soit qu'il fasse une révolution entière, ou une demi-révolution, ou un quart de révolution. Huguens quarra le segment compris depuis le sommet jusqu'au quart du diamètre du cercle générateur; Sluze mesura l'aire de la courbe

par une méthode très-élégante ; le célèbre architecte anglais Wrenn, qui a bâti Saint-Paul de Londres, détermina la longueur et le centre de gravité de l'arc cycloïdal compris depuis le sommet jusqu'à l'ordonnée, et les surfaces des solides de révolution que cet arc produit; Fermat et Roberval, sur le simple énoncé des théorèmes du géomètre anglais, en trouvèrent les démonstrations. Mais toutes ces recherches, quoique très-belles et très-profondes, ne répondaient pas, du moins entièrement, aux questions du programme. Aussi ne furent-elles pas envoyées au concours. Wallis et le P. Lallouère, Jésuite, furent les seuls qui, ayant traité tous les problèmes proposés, se crurent en droit de prétendre aux prix ; mais Pascal leur démontra à l'un et à l'autre qu'ils s'étaient trompés en plusieurs points, et qu'ils avaient donné de faux résultats, fondés sur des erreurs, non de calculs, mais de méthodes. Lui seul donna, en 1659, la solution véritable et complète des problèmes proposés, ainsi que de plusieurs autres encore plus difficiles. Il n'était question dans toutes ces recherches que de la cycloïde ordinaire. Pascal détermina de plus les dimensions de toutes les cycloïdes allongées ou raccourcies. Il fit voir que la longueur de ces courbes dépend de la rectification

SLUZE, né en 1623, m. en 1685.
WRENN, né en 1632, m. en 1723.

de l'ellipse, et il assigna les axes de l'ellipse pour chaque cas : lorsque l'un de ces axes devient nul, l'ellipse se change en une simple ligne droite, la courbe devient la cycloïde ordinaire, et Pascal conclut de sa méthode qu'alors l'arc cycloïdal est double de la corde correspondante du cercle générateur; ce qui comprend le théorème de Wrenn comme un cas particulier. Il tira encore de sa méthode un autre théorème très-remarquable, qui est que si deux cycloïdes, l'une allongée, l'autre accourcie, sont telles que la base de l'une soit égale à la circonférence du cercle générateur de l'autre, ces deux cycloïdes ont des longueurs égales. On reconnaît dans toutes les inventions de Pascal en Mathématiques, l'un des plus puissans génies que la terre ait porté pour l'avancement des sciences. Les géomètres regrettent qu'il ne leur ait pas consacré tout le temps de sa courte vie; mais on y eût perdu ces fameuses *Lettres provinciales*, et ces *Pensées* profondes, peut-être le chef-d'œuvre de l'éloquence française.

BARROW, né en 1630, m. en 1677.

Barrow eut une idée heureuse, et qu'on peut regarder comme un nouvel acheminement vers l'Analise infinitésimale, en formant son *triangle différentiel* pour mener les tangentes des lignes courbes. On sait que ce

triangle a pour côtés l'élément de la courbe et ceux de l'abscisse et de l'ordonnée. La méthode de Barrow n'est dans le fond que celle de Fermat simplifiée et abrégée, en ce que Barrow traite immédiatement les trois côtés du triangle comme des quantités infiniment petites, et s'épargne par là quelques longueurs de calcul; mais elle ne porte pas encore les caractères essentiels du calcul différentiel, c'est-à-dire un algorithme uniforme pour tous les cas, et l'avantage de donner par une même formule générale les tangentes de toutes sortes de courbes géométriques ou mécaniques. Aussi Barrow en est-il resté au problème des tangentes, limité même au seul cas où les équations sont algébriques et rationnelles, tandis que le calcul différentiel s'applique à une infinité d'autres usages.

Les anciens attachaient un grand prix à la simplicité et à l'élégance des constructions dans les problèmes géométriques : Sluze, leur imitateur à cet égard, porta au plus haut degré de perfection l'usage des lieux géométriques pour la résolution des équations.

Une des plus grandes découvertes que la Géométrie moderne ait faites, est la *Théorie des développées*, inventée par Huguens : elle

Théorie des développées, inventée par Huguens.

se trouve dans son *Horologium oscillatorium*, que j'ai cité ci-dessus. Etant donnée une courbe, Huguens forme une autre courbe, en menant à la première une suite de lignes droites perpendiculaires, qui touchent la seconde : ou bien, réciproquement étant donnée cette seconde courbe, il construit la première. De cette idée générale, il déduit une foule de propositions remarquables, telles que divers théorèmes sur les rectifications des courbes, la propriété singulière qu'a la cycloïde de produire en se développant une cycloïde égale et semblable, posée dans une situation renversée, etc. Les usages de cette même théorie, dans toutes les parties des Mathématiques, ne peuvent se nombrer. Apollonius en avait donné une notion générale ; mais elle était demeurée stérile ; et Huguens, qui non content de défricher ce champ, lui a fait produire lui-même une ample moisson, aura toujours la gloire d'en avoir transmis la possession aux géomètres.

Les Anglais continuaient d'enrichir la Géométrie de nouveautés alors très-piquantes. Brouncker donna une suite infinie pour représenter l'aire de l'hyperbole ; Nicolas Mercator parvint de son côté à la même découverte. Wallis avait enseigné depuis long-temps à quarrer les courbes dont les ordonnées sont

des monomes ; sa méthode s'appliquait également aux courbes qui ont pour ordonnées des quantités complexes élevées à des puissances entières et positives, en faisant le développement de ces puissances, par les principes ordinaires de la multiplication. Il voulut étendre aussi cette théorie aux courbes qui ont des ordonnées complexes et radicales, en cherchant à interposer pour ce cas de nouvelles suites aux suites de la première espèce ; mais il ne put y réussir. Newton surmonta la difficulté ; il fit plus : il résolut le problème d'une manière directe et beaucoup plus simple, au moyen de la formule qu'il trouva pour développer en une suite infinie, une puissance quelconque d'un binôme, quel que soit l'exposant de la puissance, entier ou rompu, positif ou négatif. La suite infinie qui résulte de là pour la quadrature du cercle fut trouvée d'une autre manière par Jacques Grégori. Ce même géomètre forma plusieurs autres suites très-curieuses. Dans un ouvrage qui est resté en manuscrit, mais dont on a conservé le précis, il donnait la tangente et la sécante par l'arc, et réciproquement l'arc par la tangente ou la sécante ; il formait des suites pour trouver immédiatement le logarithme de la tangente ou de la sécante, quand l'arc est donné ; et réci-

proquement le logarithme de l'arc par celui de la tangente ou de la sécante : enfin il appliquait cette théorie des suites à la rectification de l'ellipse et de l'hyperbole.

L'usage des suites dans la géométrie fit aussi des progrès en Allemagne. Leïbnitz donna une méthode pour transformer une surface curviligne en une autre dont les parties supposées égales à celles de la première eussent d'ailleurs une figure et une position telles qu'on pût appliquer à la quadrature de cette dernière courbe les méthodes de Mercator et de Wallis.

---

## CHAPITRE III.

### *Progrès de la Mécanique.*

On a inventé, dans cette période comme dans les deux précédentes, un grand nombre de machines très-ingénieuses; mais la théorie de la Mécanique est toujours demeurée dans un état de stagnation jusqu'au seizième siècle. Stevin, mathématicien Flamand, paraît être le premier qui ait fait connaître directement, et sans le secours du levier, les lois de l'équilibre d'un corps posé sur un plan incliné. Il a examiné avec le même succès plusieurs autres questions de Statique. La manière dont il détermine les conditions de l'équilibre entre plusieurs forces qui concourent en un même point, revient, quant au fond, au fameux principe du parallélogramme des forces; mais il n'en a pas senti toute la fécondité et tous les avantages.

STEVIN, né en ... m. en 1635.

Progrès de la Statique.

En 1592, Galilée composa un petit traité de Statique, qu'il réduit à ce principe unique: il faut la même quantité de force pour élever deux poids différens à des hauteurs qui leur

GALILÉE, né en 1564. m. en 1642.

soient réciproquement proportionnelles, c'est-à-dire, par exemple, qu'il faut la même force pour élever un fardeau de deux livres à la hauteur d'un pied, que pour élever un fardeau d'une livre à la hauteur de deux pieds. D'où il était facile de conclure que dans toutes les machines en équilibre, les puissances, qui se combattent, sont réciproquement proportionnelles aux espaces qu'elles tendent à parcourir dans le même temps. La seule question est donc de bien déterminer ces espaces d'après la disposition et le jeu des pièces de la machine. Ainsi, par exemple, dans la vis ordinaire, où le poids s'élève de la hauteur du pas de la vis, tandis que la puissance décrit dans le sens horizontal une circonférence de cercle, le poids est à la puissance comme cette circonférence est à la hauteur du pas de la vis. Long-temps après, Descartes employa ce même principe pour déterminer l'équilibre de toutes les machines, dans un petit ouvrage intitulé : *Explication des Machines et Engins*. Il aurait dû citer Galilée.

Il n'entre pas dans mon plan de rapporter les applications pratiques qu'on a faites des principes de la Mécanique. Cependant je ne puis m'empêcher de remarquer ici en passant que ce Claude Perrault, tant décrié par

Despréaux qui n'était pas en état de l'apprécier, montra autant de connaissances mathématiques et physiques, que de génie, dans les machines qu'il inventa pour élever les énormes pierres qui forment le fronton de la colonnade du Louvre. Voyez-en la description dans son commentaire sur le chapitre XVIII du livre X de Vitruve.

Progrès de la Mécanique du mouvement.

La théorie générale du mouvement, dont les anciens n'avaient connu que le cas particulier du mouvement uniforme, prit naissance entre les mains de Galilée. Il trouva la loi de l'accélération des corps qui tombent librement par la pesanteur, ou qui glissent sur des plans inclinés; et il établit à ce sujet les propriétés générales du mouvement uniformément accéléré. La conformité de sa théorie avec les phénomènes de la nature est un des plus grands pas que la physique moderne ait faits : elle a formé le premier échelon du système de la gravitation universelle.

Loi de l'accélération des corps graves, découverte par Galilée.

En voyant tomber une pierre, tout le monde pouvait juger que son mouvement s'accélère, et devient d'autant plus rapide, qu'elle tombe de plus haut, puisque la pierre, dont la masse demeure constante, frappe un coup d'autant plus fort, que la hauteur de la chute est plus grande. Mais quelle est la proportion suivant

laquelle se fait cette accélération? Voilà le nouveau problème que Galilée résolut : il y parvint par une de ces considérations simples qui peuvent entrer dans toutes les têtes, mais qui ne deviennent fécondes que dans les têtes des hommes de génie.

Puisque tous les corps sont pesans, dit Galilée, et qu'en quelque nombre de parties qu'on divise une masse quelconque, un lingot d'or, un bloc de marbre, toutes ces parties sont elles-mêmes des petits corps pesans, il s'ensuit que le poids total de la masse est proportionnel au nombre d'atômes matériels dont elle est composée. Or la pesanteur étant ainsi une force toujours constante en quantité, et son action ne souffrant jamais d'interruption, elle doit en conséquence donner continuellement des coups égaux à un corps, pendant chacun des instans égaux et successifs du temps. Si le corps est retenu par quelque obstacle, si, par exemple, il est posé sur une table horizontale, les coups de la pesanteur, sans cesse renouvelés, sont sans cesse détruits par la résistance de la table; mais si le corps tombe librement, ces coups s'accumulent sans cesse, et demeurent dans le corps sans altération, abstraction faite de la résistance de l'air : d'où il résulte qu'alors le mouvement doit s'ac-

célérer par degrés égaux. L'expérience a pleinement confirmé ce raisonnement solide. Heureusement Galilée apporta à cette question un esprit dégagé de tout préjugé et de toute opinion systématique sur la cause de la pesanteur; car s'il avait cru, par exemple, comme quelques-uns des philosophes qui lui ont succédé, que les coups de la pesanteur sont produits par l'impulsion d'une matière subtile ambiante, il eût manqué la vérité, les coups dont il s'agit n'étant point proportionnels aux masses des corps tombans, et allant toujours en diminuant à mesure que la vitesse augmente.

Parmi les savans qui saisirent et commentèrent des premiers la théorie de Galilée sur la chute des graves, on doit distinguer son disciple Torricelli, qui publia à ce sujet, en 1644, un ouvrage très-élégant, intitulé : *De Motu gravium naturaliter accelerato.* Il ajouta plusieurs propositions fort curieuses à celles que Galilée avait données sur le mouvement des projectiles.

Huguens considéra le mouvement des corps graves sur des courbes données. Il démontra en général que la vitesse d'un corps grave qui descend le long d'une courbe quelconque, est la même à chaque instant dans la direction de la tangente, que celle qu'il aurait

acquise en tombant librement d'une hauteur égale à l'abscisse verticale correspondante. Ensuite appliquant ce principe à une cycloïde renversée, dont l'axe est vertical, il trouva qu'un corps pesant, de quelque endroit de l'arc cycloïdal qu'il parte, arrive toujours dans le même temps au point le plus bas, ou à l'extrémité inférieure de l'arc. Cette proposition très-remarquable renferme ce qu'on appelle ordinairement le *tautochronisme* de la cycloïde : elle aurait suffi seule pour faire la fortune d'un géomètre.

Lois de la communication des mouvemens.

Du mouvement d'un corps isolé, on passa à l'examen des mouvemens que plusieurs corps se communiquent, en agissant les uns sur les autres, ou par le choc, ou par l'interposition de leviers, de cordes, etc. Le plus simple de ces problèmes était celui d'un corps qui en va choquer un autre, qui est en repos, ou qui fuit devant lui avec une moindre vitesse, ou qui vient à sa rencontre. Descartes, égaré par ses principes métaphysiques qui l'avaient conduit à supposer qu'il existe toujours la même quantité absolue de mouvemens dans le monde, conclut que la somme des mouvemens après le choc était égale à la somme des mouvemens avant le choc. Mais la proposition n'est vraie que pour les deux premiers cas : elle est fausse

quand les deux corps viennent à la rencontre l'un de l'autre; car alors la somme des mouvemens après le choc est égale, non pas à la somme, mais à la différence des mouvemens avant le choc. Ainsi Descartes n'a rencontré la vérité qu'en partie. En 1661, Huguens, Wallis et Wrenn découvrirent chacun de leur côté, et sans s'être rien communiqué (car les preuves en ont été bien établies) les véritables lois du choc des corps. La base de leurs solutions est que dans la percussion mutuelle de plusieurs corps la quantité absolue de mouvement du centre de gravité est la même après qu'avant le choc. De plus, lorsque les corps sont élastiques, la vitesse respective est la même après qu'avant le choc.

Deux autres problèmes fameux et plus difficiles, concernant la communication des mouvemens, proposés par le P. Mersenne, exercèrent long-temps les géomètres : l'un consistait à déterminer le centre d'oscillation d'un pendule composé, et l'autre, à trouver le centre de percussion d'un corps ou d'un système de corps qui tourne autour d'un axe fixe. An 1635.

Dans le premier, on suppose que plusieurs corps pesans liés entr'eux, à des distances invariables, par des verges considérées comme

Problème des centres d'oscillation.

non pesantes, oscillent autour d'un axe horizontal fixe : alors tous ces corps se gênent les uns les autres dans leurs mouvemens, et ne prennent pas les mêmes vîtesses, que si chacun d'eux oscillait séparément ; les corps les plus voisins de l'axe perdent une partie de leurs mouvemens naturels, et la transmettent aux corps les plus éloignés. Il y a ainsi équilibre entre les mouvemens perdus et les mouvemens gagnés. De quelque manière que cet équilibre s'établisse, il existe dans le système un point tel que si on y appliquait un petit corps isolé, il oscillerait dans le même temps que le pendule composé : d'où l'on a donné à ce point le nom de centre d'oscillation.

Problême des centres de percussion.

La propriété du centre de percussion est d'une autre nature. Ce qui caractérise ce point, est qu'il doit se trouver sur la direction de la résultante de tous les mouvemens des corps d'un système qui tourne autour d'un axe fixe, et occuper dans ce système une place analogue à celle qu'occupe le centre de gravité dans un corps pesant. J'ai dit *d'une autre nature :* car quoiqu'il soit démontré que le centre d'oscillation et le centre de percussion sont situés en un même point du système, et que les deux problêmes se résolvent par les mêmes principes de mécanique, l'application de ces prin-

cipes est plus simple et plus aisée dans le second cas que dans le premier, et les deux questions sont différentes.

Descartes et Roberval, persuadés qu'elles étaient les mêmes, et trouvant plus de facilité à les considérer sous le second point de vue que sous le premier, déterminèrent le point cherché avec exactitude dans quelques cas particuliers; mais ils se trompèrent dans plusieurs autres. Leurs méthodes, fondées d'ailleurs sur des suppositions vagues et incertaines, étaient très-précaires et très-insuffisantes.

Huguens est le premier qui ait résolu, d'une manière générale et complète, le plus important de ces problèmes, celui des centres d'oscillation. Il prit pour principe, que si, après que le centre de gravité d'un pendule composé est descendu au point le plus bas, tous les corps viennent à se détacher les uns des autres, et à remonter chacun séparément avec la vîtesse qu'il a acquise, le centre de gravité du système dans cet état remontera à la même hauteur d'où le centre de gravité du pendule est descendu. On n'entendit pas d'abord trop bien cette solution : quelques savans en attaquèrent le principe, très-certain en lui-même, mais à la vérité un peu détourné, et par-là même

Huguens résout en général le problème des centres d'oscillation. *Horologium oscillatorium* an 1673.

ne présentant pas, du moins pour tous les esprits, une connexion bien évidente avec les lois élémentaires de la Mécanique. On l'a démontré dans la suite de la manière la plus incontestable et la plus lumineuse : il est connu aujourd'hui partout sous le nom de *principe de la conservation des forces vives*. Le problème des centres d'oscillation est le premier enfant de cette nombreuse famille de *problèmes de dynamique*, si long-temps agités parmi les géomètres.

Problème des centres de percussion, d'abord mal résolu.

Quoique la recherche du centre de percussion ne présentât que de médiocres difficultés pour les géomètres versés dans la Mécanique, plusieurs d'entr'eux résolurent mal ce problème, ou n'en donnèrent que des solutions incomplètes. Wallis lui-même s'y trompa dans son traité *de Motu*. Long-temps après, Jacques Bernoulli, dont j'aurai beaucoup à parler dans la suite, en donna une solution exacte et générale, par le principe du levier.

Jacq. Bern. Op. pag 947.

## CHAPITRE IV.

### *Progrès de l'Hydrodynamique.*

On a vu que Stevin avait un peu avancé la Statique : il a donné aussi quelque mouvement à l'Hydrostatique. Il fait voir que la pression d'un fluide sur le fond d'un vase est toujours comme le produit de ce fond par la hauteur du fluide, quelle que soit d'ailleurs la figure du vase; mais il ne paraît pas avoir bien senti la liaison réciproque de toutes les parties de l'Hydrostatique. Le premier traité méthodique et vraiment original que les modernes aient publié sur l'Hydrostatique, est celui de *l'équilibre des liqueurs* de Pascal. L'auteur démontre les propriétés de l'équilibre des fluides, par ce principe simple et fécond : que, lorsque deux pistons appliqués à deux ouvertures faites à un vase plein d'un fluide quelconque et fermé d'ailleurs de tous côtés, sont poussés par des forces réciproquement proportionnelles aux ouvertures, ils sont en équilibre : il résout toutes les difficultés que certaines propositions pouvaient encore offrir :

Hydrostatique

telle était, par exemple alors, le fameux paradoxe qui n'en est plus un aujourd'hui, qu'un filet d'eau et une colonne cylindrique pressant sous même hauteur un même fond, exercent des pressions égales.

Découverte de la pesanteur de l'air.

La pesanteur de l'air, ignorée des anciens, l'était encore de Galilée, même long-temps après qu'il eût trouvé la théorie de l'accélération des graves. Il y a apparence que depuis l'invention des pompes jusqu'à ce philosophe, on n'avait pas eu l'idée ou l'occasion de placer le piston dans la pompe aspirante, à une hauteur qui excédât celle de trente-deux pieds au-dessus du réservoir : autrement on aurait rencontré la difficulté qui fut proposée à Galilée par les fontainiers de Cosme de Médicis, grand-duc de Florence. Quoi qu'il en soit, on doit à une expérience tentée par ces ouvriers la découverte, ou plus exactement la preuve sans réplique de la pesanteur de l'air. Ils avaient construit une pompe aspirante où il aurait fallu que l'eau s'élevât, sous le piston, à plus de trente-deux pieds de hauteur; et voyant qu'elle refusait de passer trente-deux pieds, ils en demandèrent la raison à Galilée. L'honneur de la philosophie ne permettait pas de demeurer court, ni même de différer la réponse. Les anciens attribuaient l'ascension de

l'eau dans les pompes à l'horreur de la nature pour le vide : Galilée indiqua cette cause aux fontainiers, ajoutant par rapport au cas présent, que l'horreur de la nature pour le vide cessait quand l'eau était parvenue à la hauteur de trente-deux pieds. Cette explication fut regardée comme un oracle, et personne ne s'avisa de la contredire. Mais en y réfléchissant de plus près, Galilée soupçonna que cette horreur de la nature pour le vide et cette limite qu'il lui avait donnée, n'étaient que des chimères. Il n'alla pas d'ailleurs plus loin; et quoiqu'il commençât à connaître la pesanteur de l'air par des expériences d'un autre genre, il n'eut pas l'idée d'employer ici cet agent.

Torricelli, son disciple, pensa que le poids de l'eau pouvait mettre quelqu'obstacle à son élévation dans les pompes : idée simple et heureuse, incompatible avec le système de l'horreur du vide; car pourquoi le poids de l'eau aurait-il borné la force de cette horreur? Guidé par ce trait de lumière, il fit avec un instrument d'où le Baromètre ordinaire a tiré sa forme et son origine, une expérience analogue à celle des pompes : il trouva que le mercure dont le poids est quatorze fois aussi grand que celui de l'eau, se

tenait à une hauteur quatorze fois moindre. Alors Torricelli conclut que les deux phénomènes étaient produits par la même cause; puis faisant un nouveau pas, il affirma que cette cause était la pesanteur de l'air.

Les partisans invétérés du système de l'horreur du vide opposèrent quelques doutes à l'explication de Torricelli; mais ces doutes furent entièrement dissipés par la célèbre expérience du Puy-de-Dôme, près de Clermont en Auvergne : expérience exécutée par Perrier, d'après le projet que Pascal, son beau-frère, en avait donné, et où l'on vit pour la première fois le mercure baisser dans le Baromètre à mesure que l'on s'élevait le long de la montagne, ou que la colonne d'air diminuait de hauteur et de poids.

Hydraulique. Le cours des eaux à la surface de la terre attira l'attention de Castelli, autre disciple de Galilée. Dans un petit traité qu'il publia sur ce sujet en 1628, Castelli explique quelques phénomènes du mouvement des eaux dans un canal naturel ou artificiel de figure quelconque : il établit que lorsque l'eau a pris une fois un cours régulier et permanent, les vitesses aux différentes sections faites perpendiculairement à la direction du mouvement, sont en raison inverse des surfaces de ces sections : principe

vrai, et dont Castelli déduit plusieurs conséquences vraies; mais il se trompe ensuite dans la mesure absolue de la vitesse qu'il fait proportionnelle à la pente du canal, ou à la hauteur de l'eau.

Torricelli est le premier qui ait proposé une théorie exacte, dans un cas particulier du mouvement des eaux. En considérant que l'eau au sortir d'un petit ajutage horizontal, s'élève, du moins à peu près, à la hauteur du réservoir, il pensa que sa vitesse initiale ascensionnelle devait être la même que celle d'un corps grave qui serait tombé de la hauteur du réservoir : d'où il conclut conformément à la théorie de son maître, qu'abstraction faite du frottement et de la résistance de l'air, les vitesses des écoulemens suivaient la raison soudoublée des pressions. Cette idée fut confirmée par des expériences que Raphaël Magiotti fit dans ce temps-là sur les produits de différens ajutages sous différentes charges d'eau. Torricelli publia sa découverte en 1644, dans son livre *de Motu gravium naturaliter accelerato* dont nous avons déjà parlé. Alors l'Hydraulique, dans cette partie relative aux écoulemens par de petits orifices, devint une véritable science dont la pratique a retiré les avantages les plus importans. Mais dans les écoulemens par des

orifices un peu grands par rapport aux sections horizontales du vase, la vitesse suit une loi beaucoup plus composée, que la Géométrie au temps de Torricelli ne pouvait découvrir.

MARIOTTE, né en .... m. en 1684.

Parmi ceux qui mirent des premiers le théorème de Torricelli en usage, Mariotte mérite d'être cité avec distinction. Né avec un talent rare pour imaginer et exécuter des expériences, ayant eu occasion d'en faire un grand nombre sur le mouvement des eaux à Versailles, à Chantilli et dans plusieurs autres endroits, il composa sur cette matière un traité qui n'a été imprimé qu'après sa mort. Il s'y est trompé en quelques endroits; il n'a fait qu'effleurer plusieurs questions; il n'a pas connu l'effet de la contraction de la veine fluide au sortir d'un ajutage; mais malgré ses imperfections, cet ouvrage a été fort utile, et a beaucoup contribué au progrès de l'Hydraulique pratique.

Tourbillons de Descartes.

Dans le temps où les découvertes de Galilée sur le mouvement commençaient à diriger de ce côté les études des savans, Descartes conçut la pensée d'expliquer par les lois de l'Hydrodynamique le mouvement général qui entraîne les planètes d'Occident en Orient. Les anciens regardaient le ciel planétaire comme composé d'orbes solides et mobiles dont chacun empor-

tait la planète qui lui était attachée. On sent l'horrible confusion, ou plutôt l'impossibilité absolue de tous ces mouvemens, surtout dans le système de Ptolomée. Descartes transporta dans le ciel le mécanisme infiniment plus simple d'une barque flottante sur une rivière et emportée par le courant : il imagina que les planètes nageaient de même dans un vaste tourbillon qui tournait d'Occident en Orient, de telle manière néanmoins que dans le tourbillon général, il se trouvait pour chaque planète des courans particuliers qui coupaient l'écliptique sous différentes obliquités. Cette idée imposante au premier coup d'œil séduisit plusieurs illustres philosophes qui s'en déclarèrent publiquement les défenseurs. On était alors trop peu avancé dans la théorie du mouvement des corps solides et fluides pour entreprendre de la soumettre à un examen critique fondé sur cette théorie : elle s'est même soutenue pendant long-temps contre les plus fortes objections ; enfin on a été forcé de l'abandonner comme aussi contraire aux lois de l'Astronomie qu'à celles de la Mécanique.

---

# CHAPITRE V.

## *Progrès de l'Astronomie.*

L'ASTRONOMIE a fait de grands progrès dans cette période. On y trouve plusieurs astronomes du premier ordre. A leur tête est le célèbre Copernic, dont les travaux commencèrent avec le seizième siècle; car quoiqu'il fût né en 1472, il ne put se livrer entièrement à son goût pour l'Astronomie que vers l'année 1507.

COPERNIC, né en 1472, m. en 1543.

Il fut d'abord révolté des explications que Ptolomée avait données des mouvemens de notre système planétaire : il y trouvait un embarras et une obscurité qu'il ne pouvait concilier avec la simplicité des lois ordinaires de la nature. Instruit que les pythagoriciens avaient transporté du soleil à la terre le mouvement de révolution dans l'écliptique, et que d'autres philosophes anciens avaient attribué à la terre un mouvement de rotation autour de son axe en vingt-quatre heures, pour expliquer la succession des jours et des nuits, il adopta ces deux idées. Il fit tourner autour du soleil, en cet ordre, Mercure, Vénus, la

Système de Copernic.

terre, Mars, Jupiter et Saturne; quant à la lune, elle continua de tourner autour de la terre. Alors les phénomènes célestes, les directions, les stations et les rétrogradations des planètes vinrent s'expliquer avec une facilité qui l'étonna lui-même. Il répondit d'une manière victorieuse aux principales objections qu'on pouvait lui opposer : celles qui laissaient encore quelques nuages furent levées dans la suite par les observations mêmes, comme il l'avait prédit. Toute sa doctrine est expliquée dans son fameux livre *de Revolutionibus cœlestibus*, qui fut composé vers l'an 1530, mais qui ne parut qu'en 1543 : l'auteur mourut le jour même qu'il en reçut un exemplaire entièrement imprimé.

Le système de Copernic était si simple, si satisfaisant, si conforme à toutes les lois de la Mécanique et de la Physique, qu'il aurait été d'abord adopté de tous les astronomes, si un zèle religieux mal entendu n'avait cru en trouver la condamnation dans quelques passages de la Bible, comme si dans un livre destiné à enseigner la religion, et non pas l'Astronomie, on avait dû se conformer à la vérité astronomique qui ne peut être entendue que des savans, au lieu d'employer le langage

vulgaire qui est à la portée de tous les hommes. Nous regrettons que Tycho-Brahé ait sacrifié ses lumières, et peut-être sa conviction intime à des considérations superstitieuses : mais pardonnons-lui cette erreur ou cette faiblesse en faveur des nombreuses observations et découvertes dont il a enrichi l'Astronomie.

TYCHO-BRAHÉ, né en 1546, m. en 1601.

Système de Tycho.

Ne pouvant adopter en entier le système de Ptolomée, que tout condamnait, Tycho rendit du moins à la terre sa prétendue immobilité, et il faisait tourner autour d'elle, d'abord la lune, ensuite le soleil qui emportait dans sa sphère de révolution les autres planètes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne. Il expliquait ainsi d'une manière qu'il croyait satisfaisante les apparences des mouvemens célestes alors connus; mais il était trop éclairé d'ailleurs pour ne pas sentir que dans le fond son système choquait presqu'autant que celui de Ptolomée les lois de la Mécanique. Sa vraie gloire est d'avoir été un excellent observateur, et d'avoir jeté ou affermi les bases des nouvelles théories astronomiques, ou par ses propres travaux, ou par ceux des disciples et des coopérateurs qu'il s'était associés dans sa petite ville d'Uranibourg.

On sait que le mouvement de la lune est

sujet à un grand nombre d'inégalités. Il y en a quatre principales : savoir, l'*équation du centre*, l'*évection*, la *variation* et l'*équation annuelle*. Nous avons vu que la première a été découverte par Hipparque, la seconde par Ptolomée; et nous avons expliqué en quoi elles consistent : Tycho a découvert les deux autres.

Variation.

La variation est une diminution et une augmentation alternatives de mouvemens, qui dépendent de la position de la lune par rapport aux sizigies, ou à la ligne qui joint les centres du soleil, de la terre et de la lune, lorsque ces trois astres sont en conjonction ou en opposition. Tycho observa qu'en partant, par exemple, du point de la conjonction, la vitesse de la lune se rallentissait jusqu'au premier quartier; que depuis le premier quartier elle augmentait jusqu'à l'opposition; qu'elle diminuait dans la troisième partie de la révolution, puis s'accélérait dans la quatrième; ainsi de suite alternativement pour les autres cours.

Equation annuelle.

L'équation annuelle provient d'une inégalité qui se trouve dans la durée des mois lunaires, selon les différentes saisons de l'année. On remarque que les révolutions périodiques ne sont de la même durée que dans les mêmes

saisons; mais que d'une saison à l'autre elles augmentent ou diminuent. Les plus longues ont lieu dans les mois de décembre et de janvier; les plus courtes, dans les mois de juin et de juillet. De-là résultent dans la théorie de la lune trois petites équations proportionnelles à l'équation du centre du soleil : l'une pour le mouvement de la lune dans son orbite, l'autre pour le mouvement de son apogée, et la troisième pour le mouvement des nœuds de l'orbite lunaire.

Autres inégalités dans le mouvements de la lune.

Outre ces quatre inégalités principales qu'on a reconnues par le secours immédiat des observations, le mouvement de la lune est sujet à plusieurs autres petites inégalités que la théorie de la gravitation universelle a fait remarquer, et qu'on est obligé aujourd'hui d'introduire dans le calcul astronomique, lorsqu'on veut qu'il représente l'état du ciel avec toute l'exactitude à laquelle il est possible d'arriver.

Tycho perfectionna encore la théorie de la lune dans un autre élément essentiel : il détermina avec plus de soin et plus de précision qu'on ne l'avait fait la plus grande et la plus petite inclinaison de l'orbite lunaire par rapport au plan de l'écliptique. Il étendit la même recherche aux autres planètes.

Tycho introduit l'effet des réfractions dans le calcul astronomique.

Les anciens connaissaient en gros les effets de la réfraction : tout le monde pouvait observer que si l'on regarde le soleil lorsqu'il est à l'horizon, et ensuite lorsqu'il est au méridien, sa clarté est beaucoup moins vive dans le premier cas que dans le second : la raison en est que la terre étant environnée d'une atmosphère grossière, qui s'étend à une vingtaine de lieues au-dessus de sa surface, comme on le croit ordinairement, le rayon solaire venant de l'horizon traverse un plus grand espace dans l'atmosphère, et par conséquent éprouve une plus grande résistance, un plus grand affaiblissement, que le rayon venant du méridien. Cette différence aurait dû faire soupçonner aux anciens que la réfraction pouvait opérer quelque changement dans la position apparente des astres au-dessus de l'horizon : changement qui est en effet très-réel. Mais on ne voit pas que les anciens y aient eu égard. Tycho est le premier qui ait senti la nécessité d'introduire, et qui ait commencé à employer, cet élément important, dans le calcul astronomique. Mais comme les lois de la réfraction n'étaient pas encore connues de son temps, il n'a pu donner que des résultats généraux et un peu vagues.

Astronomie des comètes.

On doit au même astronome les élémens de la théorie des comètes. L'opinion que les comètes ne sont que des météores, n'était pas encore détruite, malgré les judicieuses réflexions de Sénèque, que nous avons rapportées. Tycho acheva de démontrer que ces astres sont des corps solides, comme les planètes, et soumis aux mêmes mouvemens autour du soleil. Il observa un grand nombre de comètes auxquelles il reconnut ce caractère de ressemblance; ce qui devait naturellement faire disparaître les prérogatives merveilleuses qu'on leur attribuait. Mais son autorité et ses raisonnemens n'empêchèrent point qu'on ne regardât encore pendant longtemps les comètes comme les avant-coureurs de grands événemens: tant les erreurs, où il entre des superstitions religieuses, enchaînent fortement la malheureuse espèce humaine!

Apparition d'une grande étoile.

La grande étoile qui parut subitement, en 1572, dans la constellation de Cassiopée, attira l'attention de tous les astronomes, et Tycho nous a transmis l'histoire de ce merveilleux événement astronomique. On la vit pour la première fois et en même temps, le 7 novembre, à Wittemberg et à Ausbourg. Le mauvais temps empêcha Tycho de l'observer avant le 11 novembre; alors il la

trouva presqu'aussi éclatante que Vénus stationnaire. Elle resta ainsi pendant quelques semaines; ensuite elle alla toujours en diminuant de grandeur par degrés. On la vit pendant dix-sept mois, au bout desquels, c'est-à-dire au mois de mars 1574, elle disparut totalement. Selon toutes les apparences, si on avait eu le secours du télescope, elle aurait été plus long-temps visible. Tycho observa très-exactement les périodes de grandeur par où elle passa pendant son apparition. Il suivit avec la même attention les singuliers changemens de couleur qu'elle éprouva. D'abord elle fut d'un blanc éclatant; ensuite elle devint d'un jaune rougeâtre, comme Mars, Aldébaran, l'épaule droite d'Orion; elle passa à un blanc plombé, comme celui de Saturne, et elle resta ainsi jusqu'à sa disparition; elle scintillait comme les étoiles ordinaires; etc.

On a vu en plusieurs autres occasions de semblables phénomènes. Les anciens poëtes, et Ovide en particulier, rapportent qu'une Fast. L. IV. étoile des Pléyades s'était obscurcie. Pline dit qu'Hipparque entreprit le dénombrement des étoiles, à l'occasion d'une nouvelle étoile qui parut de son temps. Plus près de nous, aux années 945 et 1264, on vit, dit-on, une nouvelle étoile dans la même place du ciel.

En 1600, on remarqua pour la première fois une étoile placée dans la poitrine du Cygne, laquelle paraît et disparaît successivement; elle était, en 1616, de la troisième grandeur; elle diminua ensuite pendant quelques années, après quoi elle disparut. On la revit en 1655; elle disparut encore pour reparaître en 1665; etc. Il y a dans le cou de la Baleine une étoile qui change périodiquement de grandeur, et qui paraît et disparaît par intervalles réglés. Il serait inutile de rapporter ici un plus grand nombre de ces faits extraordinaires : j'indiquerai dans la suite les raisons que les astronomes modernes ont imaginées pour tâcher de les expliquer.

Au temps de Tycho florissaient plusieurs excellens astronomes parmi lesquels on distingue principalement Guillaume IV, landgrave de Hesse-Cassel, et Kepler. Je parlerai de l'un et de l'autre, après que j'aurai brièvement rendu compte de la réforme qui se fit dans le calendrier, en l'année 1582, sous le pontificat de Grégoire XIII.

Réforme du calendrier.

Il s'était introduit depuis long-temps une extrême confusion dans la méthode embarrassante et fautive que l'église avait adoptée pour fixer chaque année le jour de Pâques, sur lequel se règlent, comme on sait, toutes

les autres fêtes mobiles. Les Juifs célébraient leur Pâque le quatorzième jour du *premier mois*, c'est-à-dire, du mois lunaire où ce quatorzième jour tombait au jour même de l'équinoxe du printemps, ou suivait cet équinoxe le plus prochainement. La primitive église ne fit de changement à ce système, si non que d'ordonner que la Pâque des chrétiens serait célébrée le jour du dimanche qui suivait le quatorzième jour. Lorsque ce quatorzième jour se trouvait un dimanche, quelques églises ne se faisaient pas scrupule de célébrer alors la Pâque, malgré la coïncidence du temps avec la Pâque juive; mais le concile, tenu à Nicée en 325, défendit cet usage, et ordonna que dans ces sortes de cas la Pâque chrétienne ne serait célébrée que le dimanche suivant. D'après cette disposition générale, il ne s'agissait plus que de fixer le jour de l'équinoxe, et l'âge de la lune par rapport au soleil.

L'équinoxe du printemps ayant eu lieu le 21 mars, en l'année 325, le concile de Nicée crut, ou supposa que le même phénomène devait toujours arriver dans la suite des temps, à pareil jour et à pareille heure. D'un autre côté, il statua qu'on reglerait l'âge de la lune d'après le cycle métonien; en sorte que toutes les années qui auraient le même nombre d'*or*,

ou qui seraient également éloignées du commencement de chaque période de dix-neuf années solaires, devaient avoir leurs nouvelles lunes aux mêmes jours. Cependant les pères du concile, quoique d'ailleurs fort ignorans, ayant eu quelques notions confuses de l'imperfection du cycle métonien, chargèrent le patriarche de l'église de la ville d'Alexandrie où florissait la célèbre école de Mathématiques, de vérifier les lunaisons pascales par le calcul astronomique, et d'en communiquer les résultats au pontife de Rome, qui annoncerait le jour précis de la Pâque à tout le monde chrétien; mais ce sage réglement fut négligé.

Il y avait dans le système du calendrier adopté par le concile de Nicée, deux petites erreurs astronomiques dont les effets accumulés dans une longue suite de siècles étaient devenus très-considérables: l'une que la durée de l'année solaire est de 365 jours 6 heures, l'autre que 235 lunaisons composent juste 19 années solaires. La première supposition pèche par excès d'environ onze minutes, et il en était résulté que l'équinoxe du printemps qui tombait au 21 mars en l'année 325, tombait au 11 mars en l'année 1582: la seconde pèche par défaut, et vers le milieu du seizième

siècle les nouvelles lunes indiquées par le calendrier précédaient de quatre jours les véritables nouvelles lunes données par les observations.

On connaissait depuis long-temps les vices du calendrier, et on avait tâché plusieurs fois, mais toujours inutilement, de les corriger. Les grands progrès de l'Astronomie au seizième siècle firent espérer un plus heureux succès à Grégoire XIII, jaloux d'ailleurs d'illustrer son pontificat par une réforme éclatante et nécessaire, où ses prédécesseurs avaient échoué. En conséquence, il engagea solennellement tous les astronomes des pays chrétiens à proposer leurs vues sur les moyens de rectifier le calendrier, et de lui donner une forme exacte et permanente.

Cette invitation fit éclore une multitude de projets, parmi lesquels celui d'un astronome Véronais, nommé *Aloisius Lilius*, obtint la préférence, et fut consacré par une bulle donnée au mois de mars 1582. Il est un peu compliqué, et pour en prendre une parfaite connaissance, il faut recourir aux ouvrages qui en traitent expressément. Je me bornerai donc ici à quelques remarques générales.

On statua 1°. qu'en l'année 1582, on passerait immédiatement du 4 octobre au 15, ou

qu'on réduirait ce mois à vingt jours seulement, afin qu'en l'année suivante 1583 l'équinoxe tombât au 21 mars. 2°. Pour empêcher à l'avenir le retour de l'anticipation des équinoxes, tant à cause des onze minutes surabondantes dans l'année julienne, que de la précession des équinoxes dont on commençait alors à connaître assez exactement la quantité, on régla que de quatre années séculaires qui devaient être bissextiles suivant le calendrier julien, il n'y en aurait à l'avenir qu'une seule qui fût telle, et que les trois autres seraient communes; qu'ainsi, par exemple, des quatre années séculaires 1600, 1700, 1800, 1900, la première seule serait bissextile. 3°. Par rapport à la lune dont le mouvement faisait ici la partie la plus embarrassante du problème, Lilius substitua aux nombres d'or du cycle métonien, les *épactes*, c'est-à-dire les nombres qui expriment l'âge de la lune au commencement de chaque année, ou l'excès de l'année solaire sur l'année lunaire. Cet arrangement qui permettait facilement d'ajouter, ou de soustraire certains jours, à des époques déterminées, avait l'avantage d'accorder les mouvemens de la lune et du soleil, mieux que ne faisait le cycle métonien pur. Les jours de l'année étaient précédés de lettres indica-

tives des petits calculs qu'il fallait faire pour trouver à chaque moment l'âge de la lune, et pour régler la fête de Pâques et les autres fêtes mobiles.

Ce nouveau calendrier fut reçu et adopté avec un applaudissement universel dans les pays catholiques. Il n'eut pas le même succès parmi les protestans qui gardèrent le calendrier julien, quant au mouvement du soleil, et qui employèrent d'ailleurs le calcul astronomique pour fixer la Pâque. Cependant comme la forme pratique du calendrier grégorien est à la portée de tout le monde, les protestans d'Allemagne ont fini par l'adopter en 1700; les Anglais ont fait la même chose en 1752. Il est également en usage chez les autres peuples du Nord, excepté chez les Russes.

Je n'ajouterai plus qu'un mot à ce sujet. La commodité d'un calendrier quelconque n'est pas une raison suffisante de le conserver ou de l'adopter : la condition essentielle est qu'il soit parfaitement exact. Or de quelque manière qu'on s'y prenne, on n'arrivera jamais à ce but. Heureusement les calendriers ordinaires sont fort inutiles, depuis que les plus célèbres académies de l'Europe ont commencé à publier des éphémérides, dont j'ai déjà eu occa-

sion de faire connaître l'utilité, en parlant des anciens cycles.

GUILLAUME IV, né en 1532, m. en 1592

Le landgrave de Hesse-Cassel, Guillaume IV, instruit de bonne heure dans l'Astronomie, en devint non-seulement le protecteur, mais il se livra lui-même à la pratique des observations avec un zèle et un succès qui eussent honoré un simple particulier. Il fit bâtir dans sa capitale un observatoire qu'il garnit des meilleurs instrumens alors connus. Parmi ses excellentes observations, on cite celles qu'il fit de la position de plusieurs étoiles, et des hauteurs solsticiales du soleil aux années 1585 et 1587.

KÉPLER, né en 1571, m. en 1631.

On a donné à Tycho le surnom de grand observateur: par une raison semblable, on doit appeler Képler le créateur de la véritable Astronomie physique. Il s'est rendu célèbre par une multitude d'ouvrages dont l'extrait, ou même la simple énumération, nous mènerait trop loin. Je choisis parmi les monumens de son génie, la découverte qu'il fit des lois que les planètes suivent dans leurs mouvemens : découverte à laquelle il parvint, en combinant avec une profonde sagacité, ses propres observations avec celles de Tycho.

Les anciens faisaient tourner les planètes dans des cercles parfaits, dont ils supposèrent

d'abord que la terre occupait le centre; mais bientôt ils furent obligés d'éloigner plus ou moins la terre du centre de la circulation, afin de pouvoir rendre raison des changemens que l'on observait dans les diamètres des planètes, et d'où il fallait conclure que ces astres changeaient aussi de distances à la terre. Tycho, en laissant la terre immobile au centre du monde, avait du moins reconnu que Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne tournaient autour du soleil, comme je l'ai dit. Les nombreuses observations qu'il avait faites en particulier sur les mouvemens de Mars, fournirent à Képler les moyens de s'assurer, par d'immenses calculs, qu'on ne pouvait pas expliquer tous ces mouvemens par la supposition d'une orbite circulaire, en quelqu'endroit que l'on plaçât le soleil. Il essaya inutilement plusieurs autres orbites: enfin il trouva que l'ellipse ordinaire, en plaçant le soleil à l'un de ses foyers, satisfaisait aux résultats de ses calculs: premier pas vers la grande découverte que nous avons annoncée. Ensuite ayant déterminé les dimensions de l'ellipse de Mars, et comparant ensemble les temps qu'à partir de l'une des extrémités de la ligne des absides ou du grand axe de l'ellipse, cette planète employait à

faire une révolution entière, et une partie quelconque de révolution, Képler trouva que ces deux temps étaient toujours entr'eux comme l'aire entière de l'ellipse et l'aire du secteur elliptique compris entre l'arc décrit par la planète et les deux rayons vecteurs menés au soleil. La même proportion fut vérifiée pour toutes les autres planètes. Dans la suite on reconnut qu'elle avait également lieu pour les mouvemens des satellites à l'égard de leurs planètes principales. Elle est donc devenue une base fondamentale de l'Astronomie physique. On l'appelle ordinairement *la première loi de Képler*, ou *la loi de la proportionnalité des aires aux temps*.

Cette importante découverte en amena une autre non moins remarquable. Képler soupçonnant qu'il existait un rapport entre les temps des révolutions des planètes et les dimensions de leurs ellipses, entreprit de le trouver : nouveaux calculs dont on se représentera toute l'étendue, si l'on songe que Képler opérait, pour ainsi dire, à tâtons; mais il était conduit par le génie, et il réussit dans sa recherche. Le résultat de toutes ses combinaisons numériques fut que les quarrés des temps des révolutions entières de deux planètes étaient entre eux, comme les cubes des grands axes des

deux ellipses que ces planètes décrivent, ou comme les cubes de leurs moyennes distances au soleil : autre proportion fondamentale, vérifiée pour toutes les planètes, et pour les satellites à l'égard de leurs planètes principales. On l'appelle *la seconde loi de Képler*, ou *la loi des temps relativement aux moyennes distances*.

Ceux qui voudront connaître la naissance et le progrès des idées de Képler sur cette matière, consulteront son ouvrage intitulé : *Astronomia nova..... cœlestis tradita cum commentariis de Motibus stellæ Martis* ( 1609 ). On y remarquera une imagination vive, féconde en ressources, et dans quelques endroits une espèce d'enthousiasme poétique excité par la grandeur et l'intérêt du sujet.

Quoique les deux lois de Képler forment la base de tous les calculs astronomiques du mouvement des planètes, nous verrons néanmoins dans la suite qu'il y faut apporter de légères modifications pour représenter les altérations qu'éprouve le mouvement elliptique d'une planète autour du soleil, ou d'un satellite autour de sa planète principale, par l'effet de la gravitation universelle et réciproque de tous les astres les uns sur les autres.

L'Astronomie fit de nouveaux progrès avec le secours du télescope, qui fut trouvé vers le commencement du dix-septième siècle, comme je le remarquerai plus expressément dans la suite : heureux supplément à l'imperfection de la vue simple, pour reconnaître les objets éloignés.

Galilée est un des premiers qui ait mis cet instrument en usage : il commença par observer attentivement la lune; il vit à sa surface diverses inégalités, des parties saillantes, d'autres parties obscures et enfoncées; il en conclut que cette planète était parsemée de montagnes, de lacs, de rivières, et qu'elle formait un corps opaque, semblable à la terre. Il découvrit dans toutes les parties du ciel un nombre immense de petites étoiles qui échappaient à la vue simple. On s'était fait une fausse idée des taches du soleil, en les regardant comme une espèce d'écume momentanée : il reconnut qu'elles étaient adhérentes au corps du soleil, paraissant et disparaissant en vertu d'un mouvement de rotation dont il est affecté. Copernic avait prédit qu'on trouverait un jour à Vénus des phases à peu près semblables à celles de la lune : Galilée vérifia la prédiction. Mais ce qui lui causa le plus d'étonnement et de plaisir, il découvrit par degrés que Jupiter

est environné de quatre satellites qui tournent autour de cette planète, comme la lune tourne autour de la terre. Il les appela *les astres de Médicis* en reconnaissance des marques d'estime et de considération qu'il recevait de la maison de Médicis; mais cette dénomination n'a pas fait fortune, et le simple nom de satellites de Jupiter a prévalu.

Satellites de Jupiter.

Le système de Copernic, déjà si vraisemblable, acquit par les observations et les raisonnemens de Galilée, une probabilité presque équivalente à une démonstration. La plupart des objections qu'on faisait contre ce système étaient assez frivoles: on disait, par exemple, que la terre ayant un satellite, qui est la lune, on ne devait pas supposer qu'elle fût elle-même un satellite, ou qu'elle tournât autour du soleil. Galilée répondit victorieusement que Jupiter avait quatre satellites, et que néanmoins il tournait autour du soleil, suivant les observations et les calculs de Tycho: il ajouta que la lune étant un corps semblable à la terre, il n'y avait aucune raison de penser que ces deux corps ne pouvaient pas avoir des mouvemens semblables dans les espaces célestes. Mais la probabilité la plus forte, et sur laquelle Galilée insistait le plus, en faveur du système de Copernic, était l'explication simple et naturelle

qu'il donne des stations, directions et rétrogradations des planètes, tandis qu'à cet égard le système de Ptolomée et même celui de Tycho présentent une complication de mouvemens qu'il est comme impossible de concilier avec les lois de la mécanique et de la saine physique.

Par toutes ces considérations, Galilée eut le courage, dès l'année 1615, de professer ouvertement le système de Copernic. Mais ce courage lui attira l'animadversion du *Saint-Office*, et il fut obligé de se rétracter, pour éviter la prison. Vingt ans après, croyant la vérité plus mûre, il se déclara de nouveau, quoique d'une manière un peu enveloppée, pour ce système sans lequel il voyait clairement que l'Astronomie physique ne pouvait subsister. L'inquisition qui l'épiait ne garda plus de ménagement : Galilée fut obligé de comparaître à son tribunal, et condamné à passer le reste de ses jours dans un cachot : il en sortit néanmoins un an après, mais à condition qu'il ne récidiverait plus, et qu'il ne quitterait point le territoire de Florence où il demeura en effet jusqu'à sa mort, sous la surveillance de l'inquisition : trop fameux exemple des crimes innombrables qu'un tribunal absurde et fanatique a commis contre la raison

humaine, et qu'il a enfin expiés de nos jours dans l'ignominie.

Malgré les inquisiteurs, malgré les passages de la Bible qu'on ne cessait d'opposer au mouvement de la terre, le système de Copernic faisait des progrès, et s'affermissait de jour en jour. Je ne dois cependant pas dissimuler qu'on avait proposé une difficulté à laquelle Copernic, ni même Galilée, ne purent répondre d'une manière péremptoire, mais dont ils prédirent qu'on trouverait un jour la parfaite solution : c'était qu'en supposant la terre parvenue successivement aux deux extrémités d'un même diamètre de son orbite, on devait trouver une parallaxe ou un changement de position aux étoiles ; ce qu'on ne remarquait pas. Les astronomes firent pendant plus d'un siècle les derniers efforts pour éclaircir ce doute ; les uns trouvèrent une très-petite parallaxe aux étoiles ; les autres n'en trouvèrent point ; d'autres enfin trouvèrent des mouvemens tout contraires à ceux qui devaient résulter de la parallaxe. La conclusion certaine de toutes ces incertitudes fut que les étoiles sont placées pour nous à des distances comme infinies par rapport au rayon de l'orbite terrestre, quoique ce rayon soit pourtant de trente-huit millions de lieues au moins. On verra dans la suite que

la question a été parfaitement résolue avant le milieu du siècle passé; de sorte qu'aujourd'hui le mouvement de la terre est appuyé sur des fondemens inébranlables.

L'Italie ne fut pas le seul pays où l'usage du télescope contribua au progrès de l'Astronomie. En 1631, notre philosophe Gassendi vit Mercure sur le soleil; et c'est la première observation de ce genre. Horoccius, astronome anglais, fit une semblable observation pour Vénus en 1639. On sait que Jean-Baptiste Morin, long-temps professeur de Mathématiques au collége de France, a composé plusieurs ouvrages qui ne font pas honneur à sa mémoire; mais en compensation, on ne doit pas oublier qu'il a indiqué le premier la manière de résoudre le fameux problème des longitudes par le moyen des observations astronomiques, et que pour faire ces observations avec plus d'exactitude, il proposa d'appliquer une lunette au quart de cercle: idée que l'on a attribuée mal à propos à des astronomes postérieurs. Hevelius est célèbre par des observations nombreuses et délicates sur les taches du soleil, sur le mouvement des comètes, etc. On lui doit aussi la première description exacte des taches de la lune. Riccioli, Jésuite, a laissé, à l'exemple

GASSENDI, né en 1592, m. en 1655.

HOROCCIUS, né en 1619, m. en 1641.

MORIN, né en 1583, m. en 1655.

HEVELIUS, né en 1611, m. en 1688.

de Ptolomée, un grand ouvrage intitulé: *Almagestum novum*, dans lequel il a rassemblé toutes les théories astronomiques connues de son temps, avec ses propres observations et remarques. Il fut beaucoup aidé par Grimaldi son confrère. Indépendamment de ce travail, Grimaldi donna une sélénographie où les taches de la lune sont désignées par les noms des philosophes : nomenclature adoptée d'abord avec applaudissement et encore subsistante aujourd'hui, sauf les corrections que le temps a amenées. Mouton, chanoine de Lyon, détermina avec adresse et succès les diamètres apparens du soleil et de la lune par le moyen du télescope et du pendule simple : c'est à lui qu'on doit la première idée des méthodes d'interpolation, pour lier ensemble les observations d'un même objet, faites en différens temps. Il avait calculé une table des Logarithmes des sinus et tangentes de seconde en seconde, pour les quatre premiers degrés, laquelle a été imprimée dans l'édition de Gardiner, faite à Avignon en 1770, par Pézenas et Dumas, Jésuites.

RICCIOLI, né en 1598, m. en 1671.

GRIMALDI, né en 1619, m. en 1663.

MOUTON, né en 1618, m. en 1694.

Depuis la découverte des satellites de Jupiter, cette branche de l'Astronomie demeura comme stationnaire pendant plus de quarante ans, soit parce qu'elle demandait une extrême

attention de la part des observateurs, soit parce qu'on n'avait pas encore assez perfectionné le télescope. Galilée avait cru reconnaître deux satellites à Saturne, très-voisins de cette planète : ils parurent immobiles pendant trois ans, conservant toujours la même forme ; mais enfin on cessa tout à fait de les voir, et on pensa que Galilée avait été trompé par quelqu'illusion optique.

En 1615.

En 1655, Huguens étant parvenu à construire lui-même deux excellens télescopes, l'un de douze pieds de longueur, l'autre de vingt-quatre pieds, découvrit un satellite de Saturne, celui qu'on appelle aujourd'hui le quatrième. Il en détermina la distance à Saturne, la position de l'orbite, la durée de la révolution, etc. avec une clarté et une exactitude qui ne laissèrent aucun doute sur l'existence et le mouvement de ce nouvel astre. On était alors tellement imbu de l'opinion que le nombre des satellites ne pouvait pas surpasser celui des planètes principales, que Huguens, après avoir découvert ce satellite (ce qui donnait autant de satellites que de planètes principales) *, avança dans l'épître dédicatoire de

Satellite de Saturne.

* D'un côté, six planètes principales, savoir Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne ; de

son livre *Sistema saturnium* au grand duc de Toscane, que le nombre des satellites était complet, et qu'on ne devait plus espérer d'en voir de nouveaux à l'avenir. Pardonnons cette erreur métaphysique à un grand homme qui a enrichi les sciences exactes de tant d'immortelles découvertes. Peut-être même faut-il la rapporter à l'idée avantageuse qu'il avait de ses télescopes, qui lui ayant fait voir dans le ciel des phénomènes que personne n'avait remarqués, pouvait lui faire penser qu'aucun corps de notre monde planétaire ne lui avait échappé. An 1659.

La découverte de ce satellite conduisit Huguens par degrés, comme il l'expose lui-même, à la connaissance de l'anneau qui environne Saturne. Plusieurs astronomes après Galilée avaient observé Saturne sous différentes formes irrégulières et variables, dont ils ne pouvaient rendre aucune raison satisfaisante. Huguens avec ses télescopes, reconnut et démontra que Saturne formait un corps rond, et qu'il était environné d'un anneau plat et circulaire qui en était détaché de toutes parts, et qui étant regardé obliquement de la terre, devait, sui- Anneau de Saturne.

---

l'autre, six satellites, savoir la Lune, les quatre satellites de Jupiter et celui de Saturne.

vant les règles de l'Optique, paraître en forme d'une ellipse plus ou moins ouverte selon que notre œil est plus ou moins élevé au-dessus de son plan, dont l'inclinaison à l'écliptique est d'environ trente degrés. De-là suivait l'explication simple et naturelle de toutes les apparences de Saturne. L'anneau disparaît entièrement à nos yeux, lorsque son épaisseur n'est pas suffisante pour nous envoyer une assez grande quantité de rayons du soleil, pour être aperçue. Huguens trouva que le demi-diamètre extérieur de l'anneau est au demi-diamètre du globe de Saturne, comme 9 est à 4, et que sa largeur est égale à celle de l'espace contenu entre le globe et sa circonférence intérieure. Ce système attaqué d'abord par l'envie ou l'ignorance est aujourd'hui une vérité fondamentale dans l'Astronomie.

Fondation de la société royale de Londres et de l'académie royale des sciences de Paris, en 1660 et 1666.

Il se forma dans ce temps-là deux grands établissemens en faveur des sciences, la société royale de Londres, et l'académie royale des sciences de Paris. Ces deux illustres compagnies ont produit dans tous les genres des hommes du premier ordre. Elles furent d'abord principalement utiles à l'Astronomie, qui a besoin plus que toutes les autres sciences d'être encouragée par les regards et les bienfaits des princes.

Un des premiers soins de Louis XIV, ou plutôt de son grand ministre Colbert, en fondant l'académie des sciences, fut non-seulement d'y introduire les savans nationaux, mais encore d'y attirer les étrangers les plus illustres et les plus capables de contribuer à la splendeur de l'établissement et au progrès des sciences. Parmi les premiers on remarque Claude Perrault, Mariotte, Pecquet, Auzout, Picart, Richer, etc.; parmi les autres, Huguens, Jean-Dominique Cassini, Roemer, etc.

CASSINI, né en 1625, m. en 1712.

Jean-Dominique Cassini, qui avant de venir se fixer parmi nous, s'était déjà fait un grand nom dans les sciences par sa méridienne de sainte Pétrone à Bologne, par des tables du soleil et des satellites de Jupiter, et par d'autres travaux astronomiques, ou même par des opérations hydrauliques auxquelles les papes l'employèrent, eut toute liberté en France de se livrer à son génie et à son goût qui le portaient à l'Astronomie. Il y fit un grand nombre d'importantes découvertes. La plus brillante est celle de quatre nouveaux satellites de Saturne; ce sont dans l'ordre des distances, le 1er, le 2e, le 3e et le 5e; de sorte qu'avec le 4e découvert par Huguens, Saturne eut alors cinq satellites bien reconnus.

L'hypothèse du mouvement elliptique des

planètes, que Képler avait proposée, n'avait pas été parfaitement comprise par tous les astronomes. Cassini la combattit, sur une supposition destituée de fondement. Il croyait que Képler en plaçant le soleil à l'un des foyers de l'ellipse ordinaire, faisait de l'autre foyer le centre des moyens mouvemens, ou le sommet des aires proportionnelles aux temps; ce qui donnait des résultats peu conformes aux observations. Pour corriger ce défaut, Cassini substituait à l'ellipse ordinaire une autre courbe qu'il appela aussi une *ellipse*, dans laquelle le *produit* des deux lignes menées de deux points fixes à un même point de la courbe, forme partout une quantité constante, au lieu que dans l'ellipse ordinaire c'est la *somme* des deux lignes menées des deux foyers, qui est une quantité constante. Mais Képler n'est pas tombé réellement dans l'erreur que Cassini lui attribue : il place le centre des moyens mouvemens au foyer même que le soleil occupe; et alors toutes les observations s'expliquent très-bien. La courbe de Cassini n'a pas le même avantage; et d'ailleurs quand les deux foyers sont fort éloignés l'un de l'autre, elle a un cours qu'il est physiquement impossible qu'une planète puisse suivre.

Auzout fut un excellent observateur; il

avait une parfaite connaissance des instrumens astronomiques ; il perfectionna et étendit l'usage du micromètre, dont la première invention est due à Huguens. On assure qu'en présentant à Louis XIV les observations qu'il avait faites de la comète de 1664, il fit naître la première idée de construire un observatoire et de le garnir d'instrumens. L'observatoire de Paris, commencé en 1667, fut achevé en 1672, six ans après la fondation de l'académie des sciences. L'Angleterre suivit de près cet exemple ; l'observatoire de Greenwich fut établi en 1673. AUZOUT, né en 16... m. en 1691.

Il y a des sciences spéculatives, comme la Géométrie, l'Analise, la Mécanique rationnelle, etc., où l'on ne peut faire de grands progrès que dans une vie sédentaire, la méditation, le silence et la retraite du cabinet : il en est d'autres où il faut passer des études théoriques aux applications pratiques, faire des expériences, parcourir différens pays : telles sont la Physique, l'Histoire naturelle, et principalement l'Astronomie, qui demande souvent des observations comparatives faites en divers lieux très-éloignés les uns des autres.

L'abbé Picart, distingué par sa dextérité à bien choisir et à bien manier les instrumens PICART, né en 16..., m. en 1682.

propres aux observations, exécuta plusieurs travaux utiles, entr'autres le projet souvent tenté de mesurer la terre, avec une précision sur laquelle la Géographie et la Navigation pussent établir des bases certaines : car les mesures des Grecs et des Arabes, et même celles de quelques philosophes modernes, n'avaient pas ce caractère, ou du moins ne présentaient aucun garant de leur exactitude. Il mesura l'arc céleste compris entre Amiens en Picardie, et Malvoisine dans les confins du Gâtinois et du Hurepoix ; ensuite par la comparaison de cette mesure avec celle de l'arc terrestre correspondant, déterminé au moyen d'une suite de triangles qui se liaient les uns aux autres, et dont le premier était établi sur une base connue, il conclut que la longueur du degré terrestre était de 57060 toises à peu de chose près ; d'où résultaient 20541600 toises pour la longueur entière d'un grand cercle du globe terrestre.

Richer, né en 16.., m. en 1696.

En 1672, Richer fut envoyé à Cayenne, qui est à cinq degrés de l'équateur, pour y faire diverses observations astronomiques. Il était chargé spécialement d'observer la planète de Mars, que Picart, alors en Danemarck, Cassini et Roemer en Provence, observaient en même temps de leur côté, afin de pouvoir

conclure de la comparaison réciproque de toutes ces observations faites en des endroits si éloignés, la parallaxe de cette planète, dont tous les astronomes étaient occupés, espérant en tirer de grandes lumières sur la théorie des parallaxes. Aussitôt que Richer voulut commencer ses observations, il en fit une autre qu'on n'avait pas prévue, et beaucoup plus importante que toutes celles qu'on s'était proposées. Il avait emporté avec lui, pour mesurer le temps, un pendule qui battait exactement les secondes à Paris. Lorsqu'il en voulut faire usage à Cayenne, il trouva que ce pendule oscillait trop lentement: pour lui faire battre exactement les secondes, il fallut le raccourcir d'environ une ligne et un quart. Cette observation singulière ayant été envoyée à Paris, Huguens en trouva aussitôt la raison physique: c'était qu'en vertu du mouvement de rotation de la terre autour de son axe, la force centrifuge vers l'équateur était plus grande que sous le parallèle de Paris, et que par conséquent elle devait plus diminuer la pesanteur naturelle et primitive, dans le premier lieu, que dans le second. D'où il suivait, par une conséquence ultérieure fondée sur la théorie du mouvement des pendules, que le pendule battant les secondes à Cayenne, devait être

Premières vues sur la figure de la terre.

plus court que le pendule battant les secondes à Paris. Huguens donna de plus un calcul de l'applatissement progressif de la terre en allant de l'équateur vers les pôles. Quelques années après, Newton trouva aussi un applatissement dans le même sens, mais un peu plus grand que celui de Huguens, parce que ces deux illustres géomètres partaient de suppositions un peu différentes sur la nature de la gravité primitive : Huguens la regardait comme constante et dirigée au centre; Newton, comme le résultat de toutes les attractions réciproques des molécules du globe terrestre, et laissant le centre un peu de côté. On voit que dans ce grand problème l'expérience a devancé et éclairé la théorie, et que la France a eu la gloire de fournir les données qui devaient servir à le résoudre. Nous verrons dans la suite les opérations immenses et dispendieuses qu'elle a faites encore, pour déterminer les véritables dimensions du globe terrestre.

Propagation successive de la lumière.

Roemer, né en 1644, m. en 1710.

Nous pouvons compter aussi au nombre de nos découvertes astronomiques, celle de la propagation de la lumière qui se fit vers le même temps. Roemer, auteur de cette découverte, était à la vérité Danois de naissance; mais il était alors fixé en France par les bien-

faits de Louis XIV, et l'un de nos premiers académiciens des sciences. Depuis que l'on connaissait les satellites de Jupiter, on s'était appliqué avec soin à déterminer leurs mouvemens, et Dominique Cassini était parvenu à construire des tables qui représentaient avec exactitude leurs révolutions et leurs éclipses causées par l'ombre de Jupiter. Cependant Roemer, qui observait assidûment le premier satellite, s'aperçut que dans les éclipses il sortait de l'ombre en certains temps quelques minutes plus tard, et en d'autres quelques minutes plutôt, qu'il n'aurait dû faire suivant les tables. De plus, en comparant ces temps les uns avec les autres, il reconnut que le satellite sortait plus tard de l'ombre lorsque la terre par son mouvement annuel s'éloignait de Jupiter, et plutôt quand elle s'en approchait. De-là il forma cette conjecture ingénieuse, bientôt convertie en démonstration, que le mouvement de la lumière n'est pas instantané comme Descartes l'avait pensé, et comme on le croyait encore alors, mais qu'elle emploie un certain temps pour arriver du corps lumineux à l'œil de l'observateur. Suivant ses premiers calculs, elle devait employer environ onze minutes à parcourir le rayon de l'orbite terrestre; il trouva depuis

que la vitesse des atômes lumineux était un peu plus grande. Aucun phénomène n'est plus remarquable que celui-ci dans la physique céleste, ni plus essentiel comme élément dans les théories astronomiques : il assure l'immortalité au nom de Roemer.

L'Angleterre a produit dans tous les temps des astronomes du premier ordre. Ici nous remarquons entr'autres Hook, Flamsteed et Halley.

HOOK, né en 1635, m. en 1702.

Hook n'a pas été seulement un grand observateur dans toutes les parties de l'Astronomie : on lui doit encore la première idée un peu développée du système de la gravitation universelle. Il fait les trois suppositions suivantes : 1°. Tous les corps célestes ont non-seulement une attraction ou une gravitation sur leur propre centre, mais ils s'attirent mutuellement les uns les autres dans leur sphère d'activité. 2°. Tous les corps qui ont un mouvement simple et direct continueraient à se mouvoir en ligne droite, si quelque force ne les en détournait sans cesse, et ne les contraignait de décrire un cercle, une ellipse, ou quelqu'autre courbe plus composée. 3°. L'attraction est d'autant plus puissante, que le corps attirant est plus voisin. Toutes ces bases entrent dans le système de Newton; mais

ce qui caractérise la découverte de ce dernier, c'est la loi de l'attraction, qu'il a trouvée, et que Hook n'avait point connue.

Aussitôt que l'observatoire de Greenwich eut été établi, Flamsteed, à qui Charles II en donna la présidence, commença à y faire cette nombreuse suite d'observations, de tous les genres, rapportées dans son *Histoire céleste* et dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres. Il s'est principalement rendu utile à l'Astronomie par des prolégomènes sur l'histoire de cette science, et par un catalogue des étoiles fixes, visibles dans nos climats, plus complet qu'aucun de ceux que l'on connaissait.

FLAMSTEED, né en 1646, m. en 1720.

Halley, profond dans la Géométrie, mais entraîné par un goût dominant pour l'Astronomie, enrichit cette dernière science d'un très-grand nombre d'observations et de recherches d'autant plus précieuses et plus exactes qu'elles étaient toujours dirigées par la première. Presque à son entrée dans la carrière, il entreprit un long voyage pour faire le dénombrement des étoiles australes. Comme les anciens ne connaissaient guère que la partie boréale de la terre, et que ceux des modernes qui avaient pénétré dans la partie australe y avaient été attirés par d'autres intérêts que

HALLEY, né en 1656, m. en 1742.

ceux de l'Astronomie, les étoiles du sud, et surtout celles qui avoisinent le pôle demeuraient, ou tout à fait inconnues, ou mal placées sur les globes célestes. Pour remplir ce vide, cette partie nulle, ou incomplète dans les catalogues de Ptolomée et de Tycho, et pour faire des observations correspondantes à celles de Hevelius et de Flamsteed en Europe, Halley se rendit en 1676 à l'île Sainte-Hélène, la plus méridionale des possessions anglaises, située sous le seizième degré de latitude australe, et il y exécuta pleinement son projet. Le catalogue des étoiles australes, dressé d'après ses observations, comprend la description d'un continent considérable dans le vaste pays de l'Astronomie. Halley rapporta encore plusieurs autres observations de son voyage, et en particulier celle du passage de Mercure sur le disque du soleil, qui arriva le 3 novembre 1677. C'était le quatrième de ces phénomènes que l'on eût vu depuis l'invention des lunettes, car auparavant il n'en était pas question.

Halley était en connaissance, soit personnellement, soit par lettres, avec tous les astronomes de l'Europe. En 1679, il alla visiter Hevélius à Dantzick; l'année suivante il voulut voir la France et l'Italie. Etant à moitié

chemin de Calais à Paris, il aperçut pour la première fois la fameuse comète de 1680, si terrible aux yeux du vulgaire par son éclat et sa grandeur. Elle lui fit naître la pensée d'écrire un petit traité sur les comètes, dont je parlerai en son lieu.

J'ajouterai en passant que cette même comète produisit le fameux ouvrage de Bayle, intitulé : *Pensées sur la comète ;* ouvrage dans lequel ce grand philosophe combat avec toutes les forces de la dialectique et de la raison les erreurs superstitieuses qui existaient encore alors sur les causes et les effets de l'apparition des comètes.

Progrès de la Navigation et de la Gnomonique.

A chaque pas que fait une science, les arts accessoires, surtout ceux qui sont utiles à la société, prennent des accroissemens proportionnés. La Navigation et la Gnomonique ne pouvaient donc manquer d'éprouver l'heureuse influence du mouvement général qui se faisait dans l'Astronomie.

Navigation.

En bornant toujours l'usage des cartes plates à représenter de petites étendues de terrein, on pouvait éviter l'inconvénient qu'elles ont d'exprimer, par des lignes égales, les degrés des deux cercles parallèles qui terminent la carte nord et sud, et donner la proportion convenable aux expressions de ces degrés,

Gérard Mercator, géographe des Pays-Bas, en fit la remarque, qui est d'ailleurs fort simple et fort élémentaire. Edouard Wright, le même dont il reste des observations astronomiques parmi celles de Horoccius, développa l'idée de Mercator, ou plutôt envisagea la question sous un nouveau point de vue. Ayant remarqué que le rayon d'un parallèle en allant de l'équateur au pôle, diminue en même raison qu'augmente la sécante de la latitude, il proposa de construire des cartes d'après ce principe. On les appela *cartes réduites*. L'invention en est très-ingénieuse: elles s'introduisirent dans la marine vers l'année 1630. On a calculé depuis des tables pour en perfectionner la théorie et la pratique. La *Loxodromie* ou la route que suit le vaisseau sur la surface du globe par un même rumb de vent, est une courbe à double courbure: sur la carte réduite, elle est une courbe ordinaire dont la longueur est d'autant plus facile à calculer, que dans la pratique le problème se simplifie encore. Jamais le vaisseau ne suit une même loxodromie pendant une longue navigation: car toutes les mers sont interrompues par des îles, ou par des continens; et d'ailleurs on change souvent de direction, soit pour chercher des vents favorables, soit pour

éviter des écueils, etc. La route entière du vaisseau est donc composée de plusieurs parties de loxodromies différentes; et chacune de ces parties considérée séparément, peut se confondre dans la plupart des cas, sans erreur sensible, avec la simple ligne droite. La Navigation tira un nouveau secours de l'Astronomie, en s'appropriant l'usage de plusieurs instrumens pour diriger la route du vaisseau d'après l'inspection des astres; mais on sent qu'à cause de la mobilité continuelle du vaisseau, les observations en mer ont dû être pendant long-temps fort imparfaites.

Gnomonique.

Nous avons vu que les anciens s'étaient fort occupés de la construction des cadrans, et qu'ils en traçaient de toutes les espèces, sur toutes sortes de surfaces, planes, cylindriques, coniques, sphériques, etc. Vitruve, qui est entré dans de grands détails à ce sujet, n'a pas expliqué, du moins avec la méthode et la clarté nécessaires, la théorie de la Gnomonique. On ne commence à trouver cette théorie suffisamment développée que dans les auteurs du seizième siècle. On croit que Munster et Oronce Finé sont les premiers qui en aient publié des traités. Maurolic écrivit sur la même matière un ouvrage estimé, où la pratique est réunie à la théorie. On cite aussi, avec beaucoup

MUNSTER, né en 1489, m. en 1552.

ORONCE FINÉ, né en 1494, m. en 1555.

d'éloges, le traité de Gnomonique que le P. Clavius, Jésuite, publia en 1581. On a depuis tant écrit de semblables ouvrages, que l'énumération en serait aussi fastidieuse qu'inutile.

---

## CHAPITRE VI.

### *Progrès de l'Optique**.

Quelques écrivains qui n'ont jamais rien inventé, mais qui trouvent tout après coup dans les anciens, rapportent à cette source les principales découvertes des modernes dans l'Optique et la construction des instrumens qui en dépendent. On veut bien croire qu'en cela ils parlent de bonne foi, et non par un sentiment semblable à cette basse envie qui exalte toujours les morts aux dépens des vivans. Mais ici leurs efforts sont inutiles. On voit par le plus ancien livre, qui existe sur l'Optique, et que l'on attribue ordinairement à Euclide, que les anciens n'avaient dans cette partie des Mathématiques, que des notions

* Sous le nom général d'Optique, l'on comprend, comme on sait, l'Optique proprement dite, ou la science de la lumière directe; la Catoptrique ou la science de la lumière réfléchie; et la Dioptrique ou la science de la lumière brisée.

générales et vagues, dont quelques-unes même étaient fausses. Par exemple, ils savaient que la lumière se propage en ligne droite, lorsqu'elle ne rencontre aucun obstacle dans son chemin; et qu'en tombant sur une surface plane bien polie, elle se réfléchissait sous un angle égal à celui d'incidence: mais ils ignoraient la loi suivant laquelle un corps opaque est éclairé, selon qu'il est plus ou moins proche du corps lumineux; ils se trompaient en faisant dépendre la grandeur apparente des objets uniquement de l'angle sous lequel ils sont vus; ils se trompaient en disant que le lieu de l'image formée par des rayons réfléchis est placé à leur intersection avec la perpendiculaire menée de l'objet à la surface réfléchissante; enfin, au temps même de Ptolomée, ils ne connaissaient que les phénomènes généraux de la réfraction de la lumière: ils ne se doutaient pas que lorsqu'un rayon passe d'un milieu dans un autre, il existe une dépendance, soumise à une loi constante, entre les deux directions de ce rayon. Il est certain que l'Optique n'a commencé à prendre du mouvement et à former un véritable corps de science qu'aux environs de la fin du quinzième siècle.

Un des premiers qui ait préparé ou imprimé

ce mouvement, est le célèbre Jean-Baptiste Porta, gentilhomme napolitain, inventeur de la chambre obscure. Dans son ouvrage intitulé : *Magia naturalis*, il dit qu'en faisant un petit trou à la fenêtre d'une chambre fermée d'ailleurs exactement de tous côtés, on verrait que les objets extérieurs viennent se peindre sur la muraille, ou sur un carton, avec leurs couleurs naturelles; il ajouta qu'en plaçant à l'ouverture une petite lentille convexe, les objets paraîtraient distincts, au point d'être reconnaissables au premier coup d'œil. De ces assertions vérifiées par l'expérience, il n'y avait plus qu'un pas à faire pour arriver à l'explication du mécanisme de la vision : Porta ne le fit pas tout entier; il remarqua seulement qu'on pouvait regarder le fond de l'œil comme une chambre obscure, sans donner aucun développement, aucune suite à cette idée vraie et heureuse.

PORTA, né en 1445, m. en 1515.

Maurolic traita la théorie générale de l'Optique dans deux ouvrages, l'un intitulé : *Theoremata lucis et umbræ;* l'autre, *Diaphanorum partes seu libri tres*. Ces ouvrages contiennent plusieurs recherches curieuses sur la mesure et la comparaison des effets de la lumière, sur les différens degrés de clarté qu'un objet opaque reçoit du corps lumineux, selon qu'il en est

plus ou moins éloigné, etc. Si Maurolic n'a pas toujours rencontré la vérité, il a donné du moins des indications qui ont dirigé ses successeurs, et leur ont épargné des fausses tentatives. Il a très-bien expliqué un phénomène fort connu, sur lequel les anciens et en particulier Aristote n'avaient débité que des rêveries : c'est que les rayons du soleil passant par un petit trou de forme quelconque, par exemple de forme triangulaire, vont toujours former sur un carton parallèle au trou, et un peu éloigné, un cercle lumineux. Maurolic observa d'abord que lorsque le carton est placé tout près de l'ouverture, cette ouverture doit s'y peindre sous une figure semblable à elle-même ; mais qu'en éloignant le carton, la similitude disparaît peu à peu, et l'image finit par devenir circulaire. En effet, chaque point de l'ouverture pouvant être considéré comme le sommet commun de deux cônes opposés, dont l'un a pour base le soleil, l'autre un cercle lumineux jeté sur le carton, par le croisement des rayons au sommet ; il y a un nombre infini de ces cônes, puisque le nombre des points de l'ouverture est infini. Or les cercles qui forment sur le carton les bases des cônes de la seconde espèce, se couvrent en partie les uns les autres, laissant vers la circon-

férence des échancrures qui vont toujours en diminuant, à mesure qu'on éloigne le carton du trou; de sorte qu'enfin elles deviennent insensibles, et que le contour de l'image sur le carton paraît former une circonférence continue. Tout cela est conforme à l'expérience. On doit encore à Maurolic quelques remarques justes, quoique peu approfondies, sur la théorie de l'arc-en-ciel et sur celle de la vision.

Celui qui dans ce temps-là approcha le plus de la véritable explication de l'arc-en-ciel, est Antonio de Dominis, archevêque de Spalatro. Tout le monde sait que ce phéomène ne se manifeste que lorsqu'il pleut, pendant que le soleil brille, et que de plus le spectateur se trouve dans une certaine position à l'égard du soleil et de la pluie. On avait comparé les gouttes de pluie à de petites sphères de verre, et on avait cru que ces sphères renvoyaient par la réflexion les rayons solaires vers l'œil du spectateur; mais cela n'expliquait point les couleurs de l'arc-en-ciel, car les rayons de lumière ne se séparent les uns des autres que par la réfraction. Antonio de Dominis employa tout à la fois la réflexion et la réfraction, et parvint à rendre assez exactement raison de la partie supérieure de l'arc-

DE DOMINIS, né en 1561, m. en 1625.

en-ciel; il fut moins heureux par rapport à la partie inférieure. Il expose ses idées sur ce sujet dans un ouvrage intitulé : *De Radiis visus et lucis*, publié en 1611. En lisant cet ouvrage, on reconnaît que l'auteur avait un vrai talent pour les sciences, et on regrette qu'il n'en ait pas fait sa seule étude. Quelques opinions théologiques un peu trop hardies, qu'il eut l'imprudence de mettre au jour, lui suscitèrent une persécution à laquelle il ne put échapper qu'en se réfugiant en Angleterre, en l'année 1616. Sans adopter entièrement les principes de la réforme, il se rendit très-utile et très-agréable à Jacques Ier, roi d'Angleterre, en combattant plusieurs prétentions des papes. C'est à lui qu'on doit la première édition de l'histoire du Concile de Trente, par Fra Paolo, qu'il fit imprimer à Londres en 1617. Bientôt après, il publia son grand ouvrage *de la République ecclésiastique :* nouveau prétexte pour les ultra-montains de le calomnier avec fureur; avertissement pour lui de se tenir en garde. Cependant, selon quelques historiens, les remords de sa conscience, selon d'autres, les altercations d'intérêt qu'il eut avec les protestans, lui firent naître le dessein d'abandonner l'Angleterre, et de retourner en Italie, où le pape Grégoire XV, qui

estimait ses talens, lui promit qu'il trouverait toute sûreté et même toutes sortes d'agrémens. Dans cette vue, il commença par abjurer publiquement, dans une église de Londres, ses opinions qui avaient choqué la cour de Rome; ensuite il se rendit en Italie. Il resta tranquille à Rome pendant deux années environ. Malheureusement il fournit encore à la rage de ses ennemis, qui veillaient sur lui, une occasion de le perdre. Il fut enfermé, par ordre du pape Urbain VIII, dans les prisons du château Saint-Ange, où il mourut de poison au bout de quelques jours, selon l'opinion commune. L'inquisition fit déterrer et brûler son cadavre avec ses écrits. An 1623. An 1625.

La comparaison que Porta avait faite de l'œil avec la chambre obscure, était très-juste, et c'est en la suivant que Kepler expliqua, d'une manière précise, la nature de la vision. On s'en fait d'abord une idée générale en regardant la prunelle de l'œil, comme le trou de la chambre obscure, le cristallin comme la lentille convexe appliquée à ce trou; et la rétine comme le carton sur lequel les objets viennent se peindre; mais quand on passe au détail des moyens par lesquels ce mécanisme s'opère, il y a plusieurs élémens à combiner. Les rayons émanés du corps

lumineux tombent d'abord sur la cornée, en pénètrent l'humeur aqueuse où ils éprouvent une réfraction qui commence à les faire converger; de-là ils entrent par l'ouverture de la prunelle, et vont traverser le cristallin dont la forme lenticulaire augmente leur convergence; du cristallin ils passent dans l'humeur vitrée: nouvelle réfraction, nouvelle convergence. Enfin, après toutes ces réfractions, ils se réunissent en un même point de la rétine où ils frappent le nerf optique, et par-là excitent la sensation de la vision. Képler débrouilla et fit connaître la route des rayons. Une difficulté l'embarrassa long-temps: c'était de savoir pourquoi les objets se peignant au fond de l'œil dans une situation renversée, paraissent néanmoins dans leur position naturelle. Il en trouva des raisons plausibles. L'explication la plus naturelle qu'on en puisse donner, est que l'impression produite par le rayon émané d'un point de l'objet doit être rapportée directement dans le sens opposé, et que par conséquent on doit voir en haut les parties supérieures, et en bas les parties inférieures. Il en est du rayon comme d'un bâton qui, étant poussé suivant sa longueur, est répercuté dans le sens contraire.

An 1637. Descartes explique dans ses Météores et sa

Dioptrique l'arc-en-ciel, et la nature de la vision, suivant les principes d'Antonio de Dominis et de Képler, sans les citer ni l'un ni l'autre : omission d'autant plus condamnable, qu'il était d'ailleurs assez riche de son propre fonds. On l'a excusé envers Antonio de Dominis, parce qu'il a rectifié son explication quant à la partie inférieure de l'arc-en-ciel. Cela peut diminuer, mais non effacer entièrement son injustice.

Lois de la réfraction de la lumière.

La connaissance des lois de la réfraction de la lumière est postérieure de quelques années au livre d'Antonio de Dominis. Selon Huguens, on la doit à Snellius. En plongeant obliquement dans l'eau une partie d'un bâton droit, on voyait que le bâton paraît se briser à la surface de l'eau, et que la partie plongée paraît s'approcher de la ligne verticale menée par le point d'entrée. De-là Snellius conclut d'abord en général qu'un rayon de lumière passant d'un milieu dans un autre plus dense, devait s'approcher de la perpendiculaire à la surface de séparation; et qu'au contraire, en passant du milieu dense dans le milieu rare, il devait s'éloigner de cette perpendiculaire. L'expérience confirma ces remarques. Mais le point capital de la question était de découvrir la dépendance réciproque des angles que le

rayon incident et le rayon rompu forment avec la verticale. Snellius y parvint par une suite nombreuse d'expériences délicates. Il trouva qu'en prolongeant de part et d'autre du point d'entrée le rayon incident et le rayon rompu, et menant une ligne verticale quelconque, les parties des deux rayons, comprises entre le point d'entrée et cette ligne verticale, conservent toujours entr'elles un rapport constant, pour toutes sortes d'obliquités. Seulement ce rapport n'est pas le même pour deux autres milieux; il suit en général la raison réciproque des densités des deux milieux. Snellius ne s'aperçut pas que sa proposition revenait à dire en d'autres termes, que lorsqu'un rayon de lumière passe d'un milieu dans un autre, les sinus des angles qu'il forme dans les deux milieux avec la ligne verticale, demeurent toujours entr'eux dans un rapport constant. Telle est la loi fondamentale de la réfraction de la lumière. L'ouvrage de Snellius, qui la contenait, ne fut pas imprimé. En 1637, Descartes la publia dans sa *Dioptrique*, sous le second énoncé, sans citer Snellius; et quelques géomètres français l'en crurent l'inventeur. Mais Huguens assure que Descartes avait vu en Hollande les manuscrits de Snellius. Si cela est, voilà encore un

Hug. tom. IV, pag. 2.

procédé qui ne fait pas honneur à la mémoire du philosophe français.

Les lois de la réfraction de la lumière ne sont pas les mêmes que celles de la réfraction des corps solides.

Lorsqu'après avoir trouvé les lois de la réfraction de la lumière, on voulut les expliquer, on fut fort embarrassé, car elles sont entièrement contraires à celles des corps solides. Par exemple, une balle de mousquet, ou en général un corps solide quelconque, allant frapper obliquement la surface d'une eau tranquille, s'y enfonce en s'éloignant de la ligne verticale, tandis qu'au contraire, en pareille circonstance, le rayon de lumière s'en approche. Or le premier effet est très-naturel et facile à comprendre; car la balle, en passant de l'air dans l'eau qui a plus de densité, doit éprouver plus de résistance, et par conséquent elle doit être repoussée un peu vers la surface de l'eau, ou s'éloigner de la ligne verticale menée par le point d'entrée. Mais pourquoi n'en est-il pas de même du rayon de lumière ?

Pour rendre raison de cette différence, Descartes mit en avant cet étrange paradoxe, qu'un rayon de lumière trouve moins de difficulté à traverser un milieu dense qu'un milieu rare. Les corrections et les annotations de ses sectateurs, aboutissent toutes dans le fond au même résultat.

Fermat combattit la proposition de Descartes par des considérations qui, sans être absolument péremptoires, la rendaient au moins fort douteuse; il essaya de résoudre lui-même la question par une autre voie. Les anciens avaient supposé qu'un rayon de lumière, mu toujours dans un même lieu, étant obligé de frapper un plan poli et inébranlable, pour aller d'un point donné à un autre point donné, se réfléchissait sous un angle égal à celui d'incidence; ce qui rendait le chemin total un *minimum*. Fermat pensa que pour la réfraction, le rayon passant d'un milieu dans un autre, devait faire le chemin total dans un *minimum* de temps; et par-là il trouva qu'en effet d'un milieu rare à un milieu dense, le rayon devait s'approcher de la perpendiculaire : et réciproquement. Mais les physiciens peu contens de ce détour qu'ils regardaient comme un simple jeu de Géométrie, demandaient pourquoi Fermat faisait dépendre la réflexion et la réfraction de la lumière de principes différens ?

Cette uniformité d'explications qu'on désirait fut l'objet d'un écrit très-ingénieux que
An 1682. Leibnitz publia dans les actes de Leipsick sous ce titre : *Unicum Opticæ, Catoptricæ et Dioptricæ principium*. La supposition sur

laquelle est appuyé ce principe unique, est qu'un rayon de lumière allant d'un point donné à un autre point donné, ou directement, ou par réflexion, ou par réfraction, doit dans tous les cas suivre le chemin le plus facile. Reste à déterminer la facilité du chemin dans les trois cas proposés.

Lorsque le mouvement est direct, ou se fait dans le même milieu, il est évident que le chemin le plus facile est le chemin le plus court, ou la simple ligne droite menée d'un point à l'autre. Dans le mouvement réfléchi, le chemin le plus facile est encore le chemin le plus court, ou la somme des deux lignes menées du point de réflexion aux deux points donnés; d'où il résulte que l'angle de réflexion doit être égal à l'angle d'incidence. Enfin, dans le mouvement réfracté, où les deux parties du chemin ne sont pas uniformes, la facilité de chaque partie est d'autant plus grande, que le produit de l'espace parcouru, multiplié par la résistance du milieu, est plus petit; et par conséquent la facilité du chemin total est comme la somme des produits des résistances des deux milieux par les chemins parcourus. D'où, en égalant cette somme à un *minimum*, on trouve que les sinus de réflexion et de réfraction sont dans un rapport constant, qui est le rapport inverse des

résistances des deux milieux. On voit que ce troisième cas renferme les deux autres, en supposant pour cela que les densités des deux milieux deviennent égales. Toute cette théorie est assurément très-piquante et très-préférable à celles de Descartes et de Fermat. Cependant comme elle est fondée, ainsi que celle de Fermat, sur la métaphysique des causes finales, il faut avouer qu'une solution directe vaut encore mieux. Le système de l'attraction, ou plutôt la loi de la gravitation universelle, démontrée par tous les phénomènes, donne cette solution de la manière la plus précise, la plus satisfaisante, et absolument à l'abri de toute difficulté.

Diffraction de la lumière.

Les mouvemens de réflexion et de réfraction ne sont pas les seuls auxquels la lumière soit sujette : elle en éprouve encore un autre, celui de *diffraction*, ou *d'inflexion*, par lequel un rayon passant tout auprès d'un corps opaque change de direction. En effet, si vous introduisez un rayon de lumière par un petit trou, dans une chambre obscure, vous verrez qu'en exposant à la lumière, des corps minces, tels qu'un cheveu, une épingle, une paille, etc., les ombres de tous ces corps sont considérablement plus larges qu'elles ne devraient être, si les rayons qui passent par leurs extrémités

suivaient leurs premières directions rectilignes; vous verrez de plus que ces ombres sont bordées de trois bandes ou franges de lumière parallèles entr'elles, et qu'en agrandissant le trou, les franges se dilatent et se mêlent ensemble, de sorte qu'on ne saurait les distinguer. Grimaldi, dont nous avons déjà parlé, est le premier qui ait remarqué ce phénomène, ainsi que la dilatation du faisceau des rayons solaires par le prisme, comme on peut le voir dans son ouvrage intitulé : *Physicomathesis de lumine*, etc. Long-temps après, Newton traita cette matière à fond, dans son Optique, et la débarrassa de quelques mauvaises explications physiques que Grimaldi y avait introduites. An 1665.

On doit citer avec éloge, parmi ces premiers opticiens, le P. Kircher, Jésuite, homme d'un savoir très-étendu en divers genres : on lui attribue en particulier l'invention de la lanterne magique. KIRCHER, né en 1602. m. en 1680.

Jacques Grégori contribua au progrès de l'Optique par son ouvrage : *Optica promota*, qui contient diverses propositions curieuses sur la théorie de l'Optique, et des vues pour perfectionner la construction des instrumens qui dépendent de cette science. Il est principalement connu comme opticien, par son *télescope à réflexion* : il était d'ailleurs bon géomètre. GRÉGORI, né en .... m. en 1675.

Les *Leçons d'Optique* de Barrow, qui parurent en 1674, sont remarquables par une foule de belles propositions présentées et démontrées dans l'ordre le plus simple et le plus méthodique. Cet avantage caractérise surtout la détermination des foyers de diverses sortes de verres dioptriques, que l'auteur a réduite en formules générales très-élégantes.

Newton avait jeté les fondemens de son Optique dans quelques écrits imprimés parmi ceux des *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres, aux années 1671, 1672, etc. Une de ses principales découvertes qu'il fit dès ce temps-là, est la diverse réfrangibilité des rayons de lumière. Nous reviendrons à lui comme opticien, lorsque nous en serons à l'année 1706, où il publia son traité complet d'Optique.

En 1678, Huguens communiqua à l'académie des sciences de Paris, dont il était membre, un *Traité de la lumière* imprimé seulement en 1690. Il s'y est proposé pour objet principal, l'explication physique et mathématique des lois du mouvement de la lumière, soit en ligne droite, soit par réflexion, ou par réfraction. Entr'autres belles recherches que cet ouvrage contient, l'auteur démontre qu'un globule de lumière qui traverse un

milieu composé de couches de différentes densités, doit décrire une courbe dont il apprend à déterminer la propriété fondamentale, dans chaque hypothèse. Par exemple, lorsque le milieu est composé de couches horizontales, et que la vitesse du globule augmente ou diminue en même raison que la densité des couches diminue ou augmente, on trouve que la courbe doit être un arc de cycloïde.

V. JOH. BERN. Op. tom. I, pag. 190.

Huguens avait encore composé en divers temps plusieurs autres ouvrages relatifs à l'Optique, qui n'ont paru qu'après sa mort. De ce nombre est sa dissertation sur les couronnes, les parhélies et les parasélènes, dont je crois devoir dire un mot.

Couronnes, Parhélies, Parasélènes.

On sait que les couronnes sont des anneaux circulaires de lumière, que l'on voit quelquefois pendant le jour autour du soleil, et pendant la nuit autour de la lune; que les parhélies sont de faux soleils, ou des soleils apparens autour du véritable, et que de même les parasélènes sont de fausses lunes. Ces phénomènes ont été aperçus dans tous les temps; mais on a commencé, seulement il y a environ quatre-vingts ans, à les observer avec exactitude: car Aristote, et Cardan qui vivait dix-huit siècles plus tard, avancent qu'on ne voit jamais plus de deux parhélies ensemble, tandis que réelle-

ment, en y apportant l'attention nécessaire, on en remarque souvent un plus grand nombre. Par exemple, on vit cinq soleils à Rome le 29 mars 1629; sept à Dantzick le 20 février 1661; etc. Or, est-il possible, dit Huguens, qu'il ait paru, en un si petit nombre d'années, six ou sept parhélies composés chacun de plus de deux soleils, et que le même phénomène n'eût jamais paru dans les temps antérieurs? Sans doute, on ne regardait autrefois comme de vrais parhélies, que les deux parhélies latéraux qui sont en effet les plus considérables, et on ne faisait pas attention aux autres comme plus faibles et plus languissans. Descartes entreprit d'expliquer toutes ces apparences; mais son explication était un peu vague et même fausse à certains égards. Huguens la rectifia, et par une application exacte des principes de la Catoptrique et de la Dioptrique mieux connus, il rendit parfaitement raison de toutes les circonstances des parhélies. La théorie est la même pour les parasélènes.

Invention du télescope et du microscope.

J'ai parlé en général de l'utilité du télescope dans l'Astronomie : c'est ici le lieu de le faire un peu mieux connaître, et de dire aussi quelque chose du microscope, autre instrument de même espèce qui n'a pas rendu moins de services à la Physique et à

l'Histoire naturelle que le premier à l'Astronomie.

L'opinion commune est que la première invention du télescope est due à Jacques Métius, et on la place au commencement du siècle dernier. Tel est en particulier le sentiment de Descartes, qui écrivait en Hollande environ trente ans après cette découverte. Voici comment il s'exprime à ce sujet au commencement de sa Dioptrique : quoique le passage soit un peu long, je crois qu'on le verra ici avec plaisir. « Toute la conduite de notre » vie dépend de nos sens, entre lesquels celui » de la vue étant le plus universel et le plus » noble, il n'y a point de doute que les inven» tions qui servent à augmenter sa puissance, » ne soient des plus utiles qui puissent être. » Et il est mal aisé d'en trouver aucune qui » l'augmente davantage que celle de ces mer» veilleuses lunettes qui n'étant en usage que » depuis peu nous ont déjà découvert de » nouveaux astres dans le ciel, et d'autres » nouveaux objets dessus la terre en plus » grand nombre que ne sont ceux que nous y » avions vus auparavant ; en sorte que portant » notre vue beaucoup plus loin que n'avait » coutume d'aller l'imagination de nos pères, » elles semblent nous avoir ouvert le chemin

» pour parvenir à une connaissance de la na-
» ture beaucoup plus grande et plus parfaite
» qu'ils ne l'ont eue. Mais à la honte de nos
» sciences, cette invention si utile et si admi-
» rable n'a premièrement été trouvée que par
» l'expérience et la fortune. Il y a environ
» trente ans qu'un homme, Jacques Métius,
» de la ville d'Alcmar en Hollande, homme
» qui n'avait jamais étudié, bien qu'il eût un
» père et un frère qui ont fait profession des
» Mathématiques, mais qui prenait parti-
» culièrement plaisir à faire des miroirs et
» verres brûlans, en composant même l'hiver
» avec de la glace, ainsi que l'expérience a
» montré qu'on en peut faire, ayant à cette
» occasion des verres de diverses formes,
» s'avisa par bonheur de regarder au travers
» de deux, dont l'un était un peu plus épais
» au milieu qu'aux extrémités, et l'autre au
» contraire beaucoup plus épais aux extré-
» mités qu'au milieu, et il les appliqua si heu-
» reusement aux deux bouts d'un tuyau, que
» la première des lunettes dont nous parlons
» en fut composée; et c'est seulement sur ce
» patron que toutes les autres qu'on a vues
» depuis ont été faites, etc. »

D'autres racontent que les enfans d'un lune-tier de Middelbourg en Zélande, dont on

ignore le nom, en se jouant dans la boutique de leur père, remarquèrent que lorsqu'ils mettaient l'un devant l'autre deux verres de lunettes, et qu'ils regardaient au travers le coq d'un clocher voisin, ils le voyaient plus gros que de coutume; que le père, frappé de cette singularité, s'avisa d'ajuster deux verres sur une planche, en les y fixant d'abord à l'aide de deux cercles de laiton, qu'on pouvait approcher ou éloigner à volonté; et qu'avec ce secours on voyait mieux et plus loin: qu'ensuite on vint par degrés à placer les verres dans un tuyau, et à former le télescope, etc. Il y a encore d'autres opinions sur l'origine du télescope; je ne les rapporterai point; je me contenterai d'observer que le témoignage d'un homme tel que Descartes en faveur de Jacques Métius, doit être du plus grand poids. La prétention des Italiens qui ont cherché à attribuer la première invention du télescope à Galilée, n'est pas soutenable: car Galilée raconte lui-même qu'étant à Venise lorsque le premier bruit de cette découverte s'y répandit, il attendait des lettres de Paris, pour s'assurer des merveilles que la renommée en débitait, et qu'après en avoir reçu la confirmation, il chercha par les lois de la réfraction, la composition de cet instrument, et qu'il la trouva. En possession

25.

du principe, il parvint par degrés à former un télescope qui grossissait les objets environ trente fois en diamètre, et avec lequel il découvrit les satellites de Jupiter, les taches du soleil, etc. Il a donc simplement deviné le mécanisme du télescope, sur la description qu'on lui envoya de ses effets : cette part à la découverte est assez brillante, pour qu'on ne doive pas chercher à l'exagérer.

Lunette de Hollande.

La lunette de Galilée, autrement appelée *lunette de Hollande*, est composée d'un objectif convexe, et d'un oculaire concave, ou plan concave placé entre l'objectif et son foyer; de sorte que les axes des deux verres tombent sur une même ligne, et que leurs foyers concourent en un même point. Les rayons que l'objectif tend à réunir deviennent parallèles au sortir de l'oculaire, et forment au foyer commun une image sensible qui représente l'objet dans sa position naturelle. Le champ de ces sortes de télescopes est fort petit, et d'autant plus petit, que le tuyau est plus long: inconvénient qui en a fait abolir l'usage dans l'Astronomie, où l'on a besoin de longs tuyaux, qui aient néanmoins un certain champ. On ne les emploie plus que pour les petites distances.

Quelques années après l'invention de ce télescope, Képler en proposa un autre qui fut

insensiblement adopté de tous les astronomes, et qu'on appelle la *lunette astronomique*. Cette lunette a un objectif convexe, et pour oculaire une lentille convexe d'un ou des deux côtés, placée de telle manière que son foyer concourt avec celui de l'objectif, et que ce foyer commun tombe entre les deux verres : elle fait voir les objets dans une situation renversée; mais elle a l'avantage de procurer un champ étendu et de longs tuyaux. Lunette astronomique.

Il y a une troisième sorte de télescope dont on se sert ordinairement pour observer les objets terrestres : ce n'est autre chose que le précédent, auquel on a ajouté deux autres verres pour redresser les objets. Télescope terrestre, ou lunette ordinaire.

Tous ces télescopes sont purement dioptriques, parce qu'on n'y emploie que la simple réfraction de la lumière. Il y en a d'autres plus composés, où l'on combine tout à la fois la réflexion et la réfraction de la lumière, et que par cette raison on appelle télescopes *catadioptriques*. Tels sont le télescope *grégorien*, et le télescope *newtonien*, dont on peut voir la description détaillée dans les livres d'Optique. Télescopes catadioptriques.

Le microscope est un instrument fondé sur les mêmes principes que les télescopes. On ignore le temps précis de son invention, et le nom de l'inventeur. On croit ordinairement Invention du microscope.

que Corneille Drebbel en est l'auteur, et que les premiers microscopes ont paru vers l'an 1618 ou 1620. Longues discussions à ce sujet, sur lesquelles je ne reviendrai pas. Quelques écrivains ont fort ravalé Drebbel : la vérité est qu'il avait reçu une excellente éducation à Alcmar sa patrie, et qu'il était très-versé dans toutes les connaissances physiques de son temps. . . . . . .

Il y a plusieurs espèces de microscopes. La plus simple de toutes, est une lentille convexe d'un ou de deux côtés, et qu'on appelle en général une *loupe*. En la plaçant de manière que son foyer tombe sur le point qu'on veut considérer, les rayons qui sortent parallèles de la lentille, forment une image vive de l'objet. Quelquefois au lieu d'une loupe, on emploie une petite sphère de verre qu'on forme facilement en faisant fondre un petit morceau de verre à la flamme d'une mèche imbibée d'esprit de vin, pour éviter la fumée qui se mêlant avec le verre en fusion, rend les globules opaques. On peut encore faire un microscope simple avec une boule de verre pleine d'eau. La seconde espèce de microscope est fort semblable au télescope astronomique. Elle est composée de deux lentilles convexes; celle qui forme l'objectif est d'un foyer fort court; on

place l'objet un peu au-delà de ce foyer ; afin d'éloigner son image et de la grossir à proportion; ensuite on place le foyer d'un oculaire dans l'endroit où est cette image, afin de la voir distinctement. Quelquefois dans cette même espèce de microscope, on met un oculaire à peu près au milieu entre l'objectif et l'image, pour que cette image se forme beaucoup plus proche de l'objectif, et que par conséquent le tuyau du microscope devienne plus court : on agrandit même par ce moyen le champ du microscope. Enfin, on construit aussi des microscopes catadioptriques. Voyez sur toute cette matière les leçons d'Optique de la Caille, l'Optique de Smith, la Dioptrique d'Euler, etc.

Perspective aérienne.

Avant de quitter l'Optique, il nous reste encore à parler un peu de la Perspective, qui s'y rapporte, du moins en partie On ne peut pas douter, comme je l'ai remarqué, que les anciens n'aient connu la Perspective linéaire, et même la Perspective aérienne. Mais il paraît qu'on n'a commencé à réduire en corps de doctrine les préceptes de la Perspective et l'ensemble de ses parties, que dans le seizième siècle. On cite un très-grand nombre d'auteurs qui ont publié des ouvrages sur ce sujet. Tels sont entr'autres en Italie *Lucas de Borgo*,

*Jean-Baptiste Alberti;* en Allemagne, *Albert Durer;* en France, *Jean Cousin*, etc. La plupart de leurs ouvrages sont médiocres. On doit distinguer de la foule Guido Ubaldi, qui donna, en 1600, un très-bon traité de Perspective, conformément aux principes généraux et certains de la Géométrie et de l'Optique.

UBALDI, né en 1553, m. en 1617.

FIN DE LA TROISIÈME PÉRIODE ET DU PREMIER VOLUME.

# TABLE.

TROISIÈME PÉRIODE.



Fin de la Table du premier volume.

## ERRATA.

Page 81, lig. 7, *insistentibus* lisez *insidentibus*
Page 235, lig. 3, *quinzième* lisez *troizième*

# ESSAI

SUR

# L'HISTOIRE GENERALE

DES

# MATHÉMATIQUES.

II.

# ESSAI SUR L'HISTOIRE GÉNÉRALE DES MATHÉMATIQUES.

## QUATRIÈME PÉRIODE.

### PROGRÈS DES MATHÉMATIQUES,

depuis la découverte de l'Analise infinitésimale jusqu'à nos jours.

Les progrès que les Mathématiques ont faits dans cette quatrième Période, étant dus, en très-grande partie, à l'*Analise infinitésimale*, autrement appelée *la méthode des fluxions*, je commencerai par l'histoire de cette nouvelle Analise, et je la conduirai sans interruption jusqu'à nos jours. Ensuite je reprendrai successivement, et suivant le même plan, les autres parties des Mathématiques.

Comme l'Analise infinitésimale s'est développée par degrés, et par la solution de divers problèmes, dont les uns sont relatifs à la Géométrie pure, d'autres à la Mécanique, d'autres à l'Astronomie, etc., je serai forcé d'entremêler ces problèmes; mais il ne résultera de-là aucun désordre, aucune confusion, tous ayant le même objet, le progrès de l'art par lequel ils ont été résolus. Je réserverai pour chaque partie des Mathématiques les problèmes qui s'y rapportent, lorsqu'ils n'ont pas concouru immédiatement au but que je viens d'indiquer.

Tous les faits que je vais rapporter, ont été puisés dans les sources, c'est-à-dire, dans les journaux du temps, les mémoires des académies, les traités publiés séparément, les recueils des œuvres de Leibnitz, de Newton, des frères Bernoulli, etc. Il aurait été trop long de citer en détail les titres de tous les écrits sur lesquels je m'appuie, et que j'ai lus avec attention; je l'ai fait seulement lorsque la chose m'a paru nécessaire. Mais j'ai indiqué exactement les dates des découvertes, ou dans mon texte même, ou dans des notes marginales.

---

## CHAPITRE PREMIER.

*Découverte de l'Analise infinitésimale : Leibnitz en publie le premier les élémens ; Newton emploie une méthode semblable dans son livre* des Principes Mathématiques.

De toutes les grandes conceptions qui honorent l'esprit humain, l'Analise infinitésimale est peut-être la plus remarquable, soit par le caractère de l'invention, soit par la variété et l'importance de ses usages. Presque à sa naissance, elle imprime à la Géométrie, et, de proche en proche, aux autres parties des Mathématiques, un mouvement qui s'accélère avec rapidité, à mesure que l'art se perfectionne. Des problèmes rebelles ou étrangers aux anciennes méthodes, se soumettent sans résistance à la nouvelle Analise. La généralité et l'uniformité des moyens rapprochent sous un même point de vue des théories qui paraissaient isolées et indépendantes les unes des autres. Un édifice régulier et magnifique s'élève

sur une base solide, qui en maintient toutes les parties dans une juste proportion et un parfait équilibre. Si les deux plus grands géomètres de l'antiquité, Archimède et Apollonius, pouvaient revivre, ils seraient eux-mêmes frappés d'étonnement et d'admiration, en contemplant les progrès que les sciences exactes ont faits depuis leur temps jusqu'au nôtre, à travers des siècles barbares qui ont tant de fois interrompu la marche du génie.

Que l'esprit humain ne prenne pas néanmoins de-là une opinion trop orgueilleuse de ses forces : elle n'aurait aucun fondement raisonnable. Si dans cette masse de connaissances, accumulées par le temps, on pouvait séparer le produit de la mémoire, et fixer la part uniquement due à la sagacité primitive de chaque inventeur, on trouverait un bien grand nombre de petits lots. Tout est soumis à la loi de continuité, dans le monde intellectuel comme dans la succession des êtres physiques. Nous nous traînons, pour ainsi dire, d'une vérité à la vérité voisine. Le génie peut raccourcir la chaîne des principes et des conséquences; mais il ne la détruit point, et jamais il ne marche par sauts. Quelquefois une idée renfermée en apparence dans un espace fixe et déterminé, s'agrandit peu à peu par la réflexion, et forme

le noyau d'un corps de science, qui n'a plus de bornes. Il s'en présente ici un grand exemple. La méthode de mener les tangentes aux lignes courbes par la nouvelle Analise, est la pierre fondamentale du vaste édifice des sciences dans son état actuel, comme un ruisseau, faible à sa naissance, accru successivement par les eaux qu'il reçoit, devient enfin un fleuve majestueux.

Les anciens menaient les tangentes aux sections coniques et aux autres courbes géométriques de leur invention, par des moyens particuliers, dérivés dans chaque cas des propriétés individuelles de la courbe dont il était question. Archimède détermina, d'une manière semblable, les tangentes de la spirale, courbe mécanique. Parmi les modernes, Descartes, Fermat, Roberval, Barrow, Sluze, etc. avaient trouvé des méthodes uniformes, plus ou moins simples, pour mener les tangentes des courbes géométriques; ce qui était un grand pas: mais il fallait préalablement que les équations des courbes fussent délivrées des quantités radicales, si elles en contenaient; et cette opération exigeait quelquefois des calculs immenses, et même absolument impraticables. La tangente de la cycloïde, courbe mécanique moderne, n'avait été déterminée que par quelques

artifices fondés sur sa nature, et dont on ne pouvait tirer aucune lumière pour d'autres exemples. Il restait à trouver une méthode générale qui s'appliquât indistinctement à toutes sortes de courbes, géométriques ou mécaniques, sans qu'il fût nécessaire en aucun cas de faire disparaître les quantités radicales.

LEIBNITZ, né en 1646, m. en 1716.

Leibnitz publia cette sublime découverte (et c'est le premier pas du calcul différentiel), dans les actes de Leipsick pour le mois d'octobre 1684. L'écrit à jamais mémorable qui la contient, est intitulé : *Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quæ nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus.* On y trouve la méthode pour différencier toutes sortes de quantités, rationnelles, fractionnaires, radicales, et l'application de ces calculs à un exemple fort compliqué, qui indique la voie pour tous les cas. L'auteur résout ensuite un problème *de maximis et minimis*, dont l'objet est de trouver la route que doit suivre un corpuscule de lumière qui traverse deux milieux différens, afin d'arriver d'un point à un autre par le chemin le plus facile. Le résultat de sa solution est que les sinus des angles d'incidence et de réfraction doivent être entr'eux en raison réciproque des résistances

des deux milieux. Enfin, il applique son nouveau calcul à un problème que Beaune avait autrefois proposé à Descartes, et dont celui-ci n'avait donné qu'une solution incomplète. Il s'agissait de trouver une courbe dont la soustangente fût partout la même : Leibnitz fait voir, en deux traits de plume, que la courbe cherchée est telle, que si les abscisses forment une progression arithmétique, les ordonnées forment une progression géométrique : propriété où l'on reconnaît la logarithmique ordinaire.

Quelque temps après, il jeta dans deux petits écrits sur les quadratures des courbes, les premières notions du calcul *sommatoire* ou *intégral*. Ces idées sont plus développées dans un autre écrit intitulé : *De Geometria recondita et Analisi indivisibilium atque infinitorum*. Leibnitz y donne la règle fondamentale du calcul intégral : il explique en quoi consistent les problèmes de la méthode inverse des tangentes, que l'on a dans la suite variés de tant de manières. Barrow avait démontré laborieusement que dans toute courbe, la somme des produits des intervalles infiniment petits des ordonnées par les sous perpendiculaires de la courbe, est égale à la moitié du quarré de l'ordonnée extrême :

An 1685.

An 1686.

l'invention de cette méthode : attendons, pour en parler, les circonstances où cette espèce de procès s'engagea, et continuons ici le précis historique des progrès de la science.

---

## CHAPITRE II.

*Leibnits continue d'étendre sa nouvelle Analise : il est secondé par les frères Bernoulli. Divers problèmes proposés et résolus. Analise des infiniment petits du marquis de l'Hopital.*

DANS le temps que Leibnitz était le plus occupé à perfectionner la nouvelle Analise, il en fut d'abord un peu détourné par une dispute qu'il eut avec les Cartésiens sur la mesure des forces vives ; mais il trouva enfin le secret de faire tourner la dispute au succès de son dessein. Il avait avancé que Descartes et ses disciples s'étaient trompés en mesurant la force des corps en mouvement par le simple produit de la masse et de la vitesse, et qu'il la fallait mesurer par le produit de la masse et du quarré de la vitesse ; sa preuve se réduisait à ce raisonnement très-simple : De l'aveu de tout le monde, il faut la même force pour élever un poids d'une livre à quatre pieds de hauteur, que pour élever un poids de quatre livres à un pied de hauteur ;

Act. Lips. 1686.

or un corps tombant de quatre pieds, et un corps tombant d'un pied, acquièrent des vitesses qui sont comme deux et un : donc, selon les Cartésiens, les forces seraient ici comme deux et quatre, au lieu d'être égales. Les Cartésiens répondirent qu'il fallait avoir égard à la différence des temps des chutes dans les deux cas : Leibnitz répliqua que la considération du temps devait être écartée ; que la force existait en elle-même, et qu'il importait peu de savoir comment elle avait été acquise. Bientôt on se perdit dans des subtilités métaphysiques qui faisaient briller l'esprit et n'éclaircissaient point la question. Enfin, l'égalité des temps, que les Cartésiens exigeaient absolument pour la mesure et la comparaison des forces motrices, fit naître à Leibnitz l'idée d'un problème curieux, qu'il leur proposa comme un moyen de rendre au moins la discussion utile à la Géométrie : c'était de trouver la courbe *isochrone ;* c'est-à-dire, *la courbe qu'un corps pesant doit suivre pour s'éloigner ou s'approcher également, en temps égaux, d'un plan horizontal.* Mais les Cartésiens, jusque-là fort prodigues d'*explications*, de *remarques*, de *répliques*, gardèrent ici un profond silence, et l'Analise de leur maître, tant exaltée par eux, ne leur fournit

aucun moyen de répondre au défi qui leur était adressé.

Huguens, qui n'avait pris aucune part à la question sur la mesure des forces vives, jugea le problème digne de son application; il publia les propriétés et la construction de la courbe, sans en ajouter les démonstrations. Cette courbe est la seconde parabole cubique. An 1687.

Leibnitz, après avoir attendu en vain pendant trois ans la solution des Cartésiens, nomma la même courbe qu'Huguens, et démontra qu'elle satisfait au problème. Et pour *offrir*, disait-il, la *revanche* à ses adversaires, il leur proposa de trouver la courbe *isochrone paracentrique*, où le corps doit maintenant s'éloigner ou s'approcher également, en temps égaux, d'un point fixe; mais ce second problème était plus embarrassant que l'autre, et la prétendue politesse de Leibnitz pouvait être regardée comme un persiflage. An 1689.

Cette petite guerre, et d'autres travaux absolument étrangers aux Mathématiques, enlevaient à Leibnitz un temps qu'il eût voulu consacrer tout entier au progrès de la nouvelle Géométrie. Malgré tant de distractions, il répandait sans cesse dans les journaux des vues qui tendaient à ce but. Bientôt il fut

secondé par deux hommes illustres, qui saisirent sa méthode avec ardeur, qui se l'approprièrent tellement, et qui en firent tant de belles applications, que Leibnitz a publié plusieurs fois dans les journaux, avec un abandon bien digne d'un si grand homme, qu'elle leur était aussi redevable qu'à lui-même. On voit que je veux parler des deux frères, Jacques Bernoulli et Jean Bernoulli.

JACQUES BERNOULLI, né en 1654, m. en 1705. JEAN BERNOULLI, né en 1667, m. en 1748.

L'aîné (Jacques Bernoulli), déjà célèbre par différens ouvrages de Géométrie, de Mécanique et de Physique, avait initié son frère aux Mathématiques. Les progrès qu'ils firent conjointement ou séparément dans la nouvelle Analise, furent rapides. Une noble émulation, resserrée par les liens du sang, de l'amitié et de la reconnaissance, dirigea leurs études pendant deux ou trois ans. Avides seulement de s'instruire, ils n'avaient alors devant les yeux que la sublime ambition de pénétrer dans le labyrinthe scientifique ouvert à leur curiosité; et cette malheureuse rivalité qui tient à l'envie, ne troublait point encore de si douces jouissances.

A son entrée dans la carrière, Jacques Bernoulli donna la solution et l'analise du problème de la courbe isochrone ordinaire : il

An 1690.

trouva, comme Leibnitz et Huguens, que

cette courbe est la seconde parabole cubique. Il prit de-là occasion de proposer aux géomètres un problème que Galilée avait autrefois inutilement attaqué : c'était de *trouver la courbe que forme la chaînette*, ou *un fil pesant flexible et inextensible, attaché par ses extrémités à deux points fixes.*

Cet usage de proposer publiquement des problèmes, déjà introduit depuis long-temps parmi les géomètres, et auquel Leibnitz et les frères Bernoulli ont principalement donné une grande vogue, était alors un puissant moyen d'aiguiser les esprits, et de faire concourir toutes leurs facultés au progrès d'une Géométrie naissante : tel fut l'effet que produisit le problème de la chaînette.

Pendant qu'on en cherchait la solution, Jacques Bernoulli publia deux mémoires, où il détermine, par la nouvelle Analise, les tangentes, les quadratures des espaces, et les rectifications de trois fameuses courbes : la spirale parabolique, la spirale logarithmique, et la loxodromie; à quoi il joignit par supplément la mesure de l'aire des triangles sphériques. Ces deux écrits contiennent les premiers essais un peu développés qu'on ait donnés du calcul intégral, au progrès duquel ils ont en effet sensiblement contribué. L'auteur An 1691.

ne se borna pas à la simple théorie : il indiqua quelques propriétés utiles de la loxodromie.

De son côté, Leibnitz fit paraître sur la quadrature arithmétique des sections coniques qui ont un centre, un écrit dans lequel il établit des formules analitiques très-simples et facilement convertibles en nombres ; il appliqua sa méthode à quelques problèmes concernant la loxodromie.

An 1691. Le problème de la chaînette fut résolu par Huguens, Leibnitz et Jean Bernoulli. Comme les deux frères Bernoulli travaillaient alors ordinairement en commun, on présume que la solution de Jean Bernoulli est l'ouvrage de l'un et de l'autre. Ce problème est la véritable époque où l'Analise des équations différentielles commence à prendre un caractère fixe et certain. On ne considéra d'abord que des chaînettes uniformément pesantes : Jacques Bernoulli étendit la solution au cas où le poids de la chaînette varierait d'un point à l'autre suivant une loi donnée. De proche en proche, et par l'analogie des matières, le même géomètre détermina la courbe que forme un arc tendu, celle d'une lame élastique arrêtée solidement par un bout, et chargée à l'autre d'un poids donné ; il fixa plus particulièrement son attention sur la courbure que prend une voile

flexible enflée par le vent, espérant que cette recherche pourrait être utile à la navigation; il trouva que dans la supposition où le vent, An 1692.
après avoir frappé la voile, aurait toute liberté de s'échapper, la courbe de la voile est une chaînette ordinaire, mais que si la voile, toujours supposée parfaitement flexible, était enflée par un fluide qui pesât sur elle verticalement, comme l'eau pèse sur les parois d'un vase qui la contient, elle formerait une courbe connue sous le nom de *lintéaire*, et dont la nature est exprimée par la même équation que la courbe élastique ordinaire, où les extensions sont supposées proportionnelles aux forces appliquées à chaque point. L'identité des deux courbes n'était pas facile à reconnaître: Jacques Bernoulli montra dans cette question, et quelques autres du même genre, une profonde sagacité.

Dans le temps qu'il était occupé de ses premières méditations sur la courbure de la voile, il en communiquait successivement les progrès par lettres à son frère, alors absent de Bâle. On voit clairement que ces ouvertures conduisirent Jean Bernoulli à la solution qu'il publia du même problème, dans le journal des Savans, et An 1692.
d'où il résulte également que la courbe de la voile est une chaînette. Lui-même, par la

manière dont il expose les faits, nous fournit la preuve du secours qu'il avait emprunté. N'a-t-on pas droit après cela d'être un peu surpris de trouver ici les premiers traits de cette jalousie qu'il montra dans la suite trop ouvertement contre son ancien maître ?

An 1692. La théorie des courbes qui, roulant sur elles-mêmes, en produisent d'autres, fut pour Jacques Bernoulli un champ de découvertes remarquables. Il suppose qu'une courbe quelconque étant donnée et considérée comme immobile, on fasse rouler sur elle une courbe égale et semblable ; il détermine la développée et la caustique de l'espèce de roulette que décrit un point de la courbe roulante ; il en tire deux autres courbes analogues, qu'il appelle l'*antidéveloppée* et la *péricaustique*. Toutes ces courbes offraient une foule de propriétés bien dignes de piquer la curiosité des géomètres, surtout dans un temps où ils étaient encore peu exercés à manier la nouvelle Analise. En appliquant ses méthodes à la spirale logarithmique, Jacques Bernoulli trouva que cette courbe est elle-même sa développée, sa caustique, son antidéveloppée et sa péricaustique: caractère singulier, dont il fût tellement émerveillé, qu'il ne put s'empêcher de témoigner avec chaleur que si l'usage était encore,

comme au temps d'Archimède, de placer des figures et des inscriptions sur le tombeau des géomètres, il eût désiré que l'on gravât sur le sien une spirale logarithmique, avec ces mots : *Eadem mutata resurgo.*

La cycloïde a des propriétés analogues à celles que je viens de rapporter de la spirale : Jacques Bernoulli les fit connaître dans une addition à son premier mémoire ; il avertit en même temps que son frère était parvenu de son côté à des résultats semblables.

Je ne dois pas omettre un écrit de Leibnitz sur les courbes qui se forment d'une infinité de lignes droites ou courbes, qui vont concourir en une suite de points soumis à une loi donnée. Cet écrit peu développé contient des vues générales pour la solution de plusieurs problèmes, tels que ceux des caustiques, des courbes qui en coupent une suite d'autres sous un angle donné, etc. Leibnitz se livrait rarement aux ouvrages de détail : aussitôt qu'il se voyait en possession d'une méthode, il l'abandonnait, laissant à d'autres le plaisir de l'étendre et de la perfectionner.

Dans cette multitude de problèmes, il en parut un fort curieux, proposé par Viviani, célèbre géomètre italien, sous ce titre : *Ænigma geometricum de miro opificio testitudinis* An 1692.

*quadrabilis hemisphæricæ.* L'auteur feignait que, parmi les monumens de l'ancienne Grèce savante, il existait encore un temple de forme hémisphérique, percé de quatre fenêtres égales, avec un tel art, que le reste de la voûte était absolument quarrable ; et il espérait que *les illustres analistes du siècle* (il désignait ainsi les géomètres en possession des nouveaux calculs), devineraient facilement cette énigme. Il ne fut point trompé dans son espérance : le jour même où Leibnitz et Jacques Bernoulli reçurent le programme de Viviani, ils résolurent le problème ; et les autres géomètres *infinitaires* l'eussent sans doute aussi résolu, s'il était parvenu assez tôt à leur connaissance. Viviani était profond dans l'ancienne Géométrie : il s'était principalement distingué par la *divination* ou la *restitution* des cinq livres des coniques de l'ancien Aristée, qui sont perdus ; mais lorsque la Géométrie des infiniment petits parut, il était trop âgé pour l'étudier et l'approfondir ; c'était d'ailleurs un homme véritablement modeste, et qui n'avait point eu l'intention d'embarrasser les *illustres analistes.* Néanmoins il faut reconnaître que sa propre solution, fondée sur la méthode synthétique des anciens, est très-recommandable par sa simplicité et son élégance : il démontra

qu'on satisfait à la question en élevant perpendiculairement à la base de la voûte hémisphérique, deux cylindres droits, dont les axes passent par les milieux de deux rayons qui forment un même diamètre du cercle de la base.

Un problème qui se rapporte à la méthode *de maximis et minimis*, occupa long-temps sans succès les frères Bernoulli ; c'était de *trouver le jour du plus petit crépuscule pour un lieu dont la latitude est donnée*. Cette question, traitée par la méthode analitique, mène à une équation du quatrième degré dont il est embarrassant de séparer les racines utiles d'avec celles qui doivent être rejetées ; mais, en employant la méthode synthétique, ils parvinrent, chacun de leur côté, à une analogie très-simple et très-commode pour le calcul astronomique. An 1692.

La place de professeur de Mathématiques en l'université de Bâle, qu'occupait Jacques Bernoulli, valut à ses élèves et au public un excellent traité sur la sommation des suites ; la première partie avait paru en 1689, la seconde fut publiée en 1692.

Toutes les parties de la nouvelle Géométrie marchaient rapidement. Les problèmes volaient de tous côtés; et les journaux étaient

devenus une espèce d'arène savante, où l'on voyait combattre les plus grands géomètres du temps, Huguens, Leibnitz, les frères Bernoulli, Newton, et le marquis de l'Hopital qui y soutint dignement, pendant plusieurs années, l'honneur de la France.

L'Hopital, né en 1661, m. en 1704.

Le problème suivant, proposé par Jean Bernoulli, contribua beaucoup au progrès des méthodes pour intégrer les équations différentielles : *trouver une courbe telle que les tangentes terminées à l'axe fussent en raison donnée avec les parties de l'axe, comprises entre la courbe et ces tangentes*. Il fut résolu par Huguens, Leibnitz, Jacques Bernoulli et le marquis de l'Hopital.

An 1693.

A cette occasion, Huguens rendit un témoignage d'autant plus honorable aux nouveaux calculs, que ce grand homme ayant fait plusieurs sublimes découvertes sans ces calculs, pouvait être dispensé d'en célébrer les avantages : il avoue qu'il voyait *avec surprise et admiration l'étendue et la fécondité de cet art ; que de quelque côté qu'il tournât la vue, il en découvrait de nouveaux usages, et qu'enfin il y concevait un progrès et une spéculation infinie*. Quel malheur qu'il ait été enlevé aux sciences dans un âge où, avec le secours de ce nouvel instrument, il pouvait

encore leur rendre tant d'importans services!

Tschirnhaus avait fait connaître, depuis plusieurs années, les fameuses courbes appelées *caustiques* : elles sont formées, comme on sait, par le concours des rayons de lumière qu'une autre courbe quelconque a réfléchis ou rompus. Tschirnhaus, avec le seul secours de la Géométrie ordinaire, en avait découvert plusieurs belles propriétés, comme, par exemple, qu'elles sont égales à des lignes droites, quand les courbes qui les produisent sont géométriques. La Géométrie des infiniment petits facilita extrêmement toutes ces recherches, et Jacques Bernoulli les poussa très-loin, principalement la théorie des caustiques par réfraction.

TSCHIRNHAUS né en 1651, m. en 1708.

An 1693.

L'abondance des matières et les bornes de cet Essai me forcent de passer sous silence plusieurs autres mémoires du même Jacques Bernoulli, sur divers sujets de Géométrie, de Mécanique, d'Hydraulique, etc. J'omets également les réflexions de Leibnitz sur la manière de résoudre les problèmes des quadratures, par la construction de certaines courbes qu'il décrit par des mouvemens assujétis à des lois données. La description de la *tractoire* est un exemple de ces mouvemens, et c'est en effet à

An 1693.

l'occasion de cette courbe dont Claude Perrault lui avait demandé la nature, que Leibnitz proposa ces remarques où l'on reconnaît sa subtilité ordinaire. Je dis la même chose d'une nouvelle application que Leibnitz fit de son calcul différentiel pour construire les courbes d'après une condition des tangentes. D'autres géomètres donnèrent, vers le même temps, des ouvrages, ou des solutions de problèmes, qu'il serait trop long de rapporter.

Les géomètres semblaient avoir oublié le problème de la courbe isochrone paracentrique, que Leibnitz avait proposé en 1689, et dont il tenait toujours la solution cachée. La cause de cet oubli apparent était sans doute la difficulté de séparer les indéterminées de l'équation que l'on trouve, lorsqu'on rapporte la courbe à des coordonnées perpendiculaires.
An 1694. Jacques Bernoulli surmonta la difficulté, en prenant pour ordonnées des droites parallèles, et pour abscisses les cordes d'une infinité de cercles qui ont tous pour centre le point fixe: il obtint de la sorte une équation séparée, qu'il construisit d'abord par la rectification de la courbe élastique, et ensuite par celle d'une courbe algébrique. Peu de temps après, Jean Bernoulli résolut aussi ce problème : il en donna une analise détaillée et complète, que

je louerais beaucoup, s'il n'eût lui-même pris ce soin, et s'il se fût abstenu de critiquer injustement les constructions de son frère, auxquelles même cette analise se rapporte quant au fond. Leibnitz publia dans le même temps sa solution, qui ne diffère pas essentiellement de celle des deux Bernoulli, mais qui est accompagnée de réflexions utiles au progrès de la Géométrie.

On apprend, dans le *Commercium epistolicum* de Leibnitz et Jean Bernoulli, publié seulement en 1745, que dès l'année 1694, ils avaient trouvé l'un et l'autre, chacun de leur côté, cette branche de la nouvelle Analise, qu'on appelle le *calcul exponentiel*. Leibnitz a la priorité de date; mais Jean Bernoulli a fait la découverte de lui-même: il publia, en 1697, les règles et l'usage de ce calcul, et on croit ordinairement qu'il en est le premier et même le seul inventeur. Tom. I, p. 10.

Ce même *Commerce* offre, sous l'année 1695, une remarque importante de Leibnitz sur l'analogie qui règne entre les puissances d'un polynome composé de termes variables, et les différentielles (du même ordre) du produit de ces termes. De-là Jean Bernoulli déduisit une méthode pour intégrer, en certain cas, des formules différentielles de tous les ordres. An 1695.

On doit compter au nombre des plus cu-
An 1695. rieux problèmes de ce temps-là, celui de la courbe d'équilibration dans les ponts-levis, résolu par le marquis de l'Hopital : il mérita principalement l'attention des géomètres, par l'utilité qu'on en espérait pour la pratique. Jean Bernoulli observa que la courbe demandée, dont le marquis de l'Hopital avait donné l'équation générale, était une *épycicloïde*, ou qu'elle pouvait être engendrée par un style fixé à un cercle qui roule sur un autre cercle. Leibnitz et Jacques Bernoulli donnèrent aussi des solutions de ce problème.

On remarque vers le même temps un excellent écrit de Jacques Bernoulli, concernant la courbe élastique, les courbes isochrones, le chemin de moyenne direction dans la course des navires, la méthode inverse des tangentes, etc. Il avait déjà traité la plupart de ces sujets : ici il les étend, les rectifie et les perfectionne. Aux discussions de science, il entremêle quelques détails historiques qu'on lit avec plaisir : il repousse pour la première fois les attaques injustes et réitérées de son frère; il l'avertit de modérer ses prétentions, d'attacher moins d'importance à des découvertes que l'instrument dont ils étaient munis l'un et l'autre, rendait faciles, et de reconnaître

que *comme les quantités en Géométrie croissent par degrés, semblablement tout homme pourvu du même instrument aurait trouvé par degrés les mêmes résultats*: paroles modestes et bien remarquables dans la bouche de l'un des plus grands géomètres que la terre ait portés.

Ce mémoire était terminé par l'invitation que Jacques Bernoulli faisait aux géomètres d'intégrer une équation différentielle très-générale et du plus grand usage dans l'Analise. La solution qu'il avait trouvée de ce problème, et celles qu'en donnèrent Leibnitz et Jean Bernoulli, furent publiées dans les actes de Leipsick.

Il parut, dans l'année 1696, un grand nombre d'ouvrages qui donnèrent une nouvelle extension à l'Analise infinitésimale : tels furent le mémoire de Jacques Bernoulli sur les quadratures des surfaces sphéroïdales, où l'on trouve des problèmes analogues à celui de Viviani, mais plus généraux et plus compliqués; plusieurs beaux théorèmes de Jean Bernoulli sur ces mêmes quadratures; la troisième partie du traité *des suites* de Jacques Bernoulli, et principalement le célèbre livre du marquis de l'Hopital, intitulé : *Analise des infiniment petits, pour l'intel-*

*ligence des lignes courbes*, sur lequel je m'arrêterai un moment.

Il y avait long-temps qu'on désirait un pareil ouvrage. « Jusque-là, dit Fontenelle
» dans l'éloge du marquis de l'Hôpital, la
» nouvelle Géométrie n'avoit été qu'une es-
» pèce de mystère, et, pour ainsi dire, une
» science cabalistique renfermée entre cinq
» ou six personnes. Souvent on donnoit dans
» les journaux les solutions, sans laisser pa-
» roître la méthode qui les avoit produites;
» et lors même qu'on la découvroit, ce n'é-
» toient que quelques foibles rayons de cette
» science qui s'échappoient, et les nuages se re-
» fermoient aussitôt. Le public, ou pour mieux
» dire, le petit nombre de ceux qui aspiroient
» à la haute Géométrie, étoient frappés d'une
» admiration inutile qui ne les éclairoit point;
» et l'on trouvoit le moyen de s'attirer leurs
» applaudissemens, en retenant l'instruction
» dont on auroit dû les payer. » L'ouvrage du marquis de l'Hopital dévoila toute la science du calcul différentiel; il fut reçu avec un applaudissement universel, compté dès lors, et même encore aujourd'hui, au nombre des livres classiques. Mais le temps n'était pas arrivé de traiter de même le calcul intégral, qui est immense dans les détails, et qui, malgré

les progrès considérables qu'il a faits, n'est pas encore, à beaucoup près, entièrement inventé. Leibnitz promettait un ouvrage qui, sous le titre de *Scientia infiniti*, devait comprendre le calcul différentiel et le calcul intégral; mais cet ouvrage, qui aurait été alors fort utile, n'a jamais vu le jour.

---

## CHAPITRE III.

*Insigne mouvement dans la théorie des* Maxima *et des* Minima. *Dispute des frères Bernoulli sur le problème des* Isopérimètres.

An 1696. Tous les problèmes *de Maximis et Minimis* qu'on avait résolus jusqu'au temps où nous sommes, n'avaient eu pour objet que de trouver, dans le nombre des fonctions explicites qui ne renferment qu'une seule variable, ou réductibles à une seule variable, celles qui, parmi leurs semblables, peuvent devenir des *maxima* ou des *minima*. Descartes, Fermat, Sluze, Hudde, etc. s'étaient fait des méthodes particulières pour ces problèmes : celle du calcul différentiel les avait toutes fait disparaître, par sa simplicité et sa généralité. Il restait une autre classe de problèmes du même genre, mais beaucoup plus profonde et plus compliquée, où le calcul différentiel et le calcul intégral étaient nécessaires l'un et l'autre : elle consistait à trouver parmi les fonctions

*implicites* ou affectées de signes *sommatoires*, celles qui donnent des *maxima* ou des *minima;* comme, par exemple, la courbe qui renferme le plus grand espace suivant des conditions données, ou qui produit par sa révolution le plus grand solide entre des limites pareillement données, etc. Newton, après avoir déterminé, parmi tous les cônes droits tronqués, de même base et de même hauteur, celui qui, étant mu dans un fluide par la plus petite base (inconnue) suivant la direction de son axe, éprouve la moindre résistance possible (ce qui était un problème de l'ancien genre), avait énoncé sans démonstration une proportion, d'où l'on tire l'équation différentielle de la courbe, qui, en tournant autour de son axe, produit *le solide de la moindre résistance :* problème relatif au second genre. Le principe de cette solution, dont Newton avait fait mystère suivant son usage, est que, lorsqu'une propriété de *maximum* ou de *minimum* convient à une courbe, ou à une portion finie de courbe, elle convient aussi à une portion infiniment petite : il a de l'analogie avec des moyens qu'on a employés souvent dans la Géométrie; comme, par exemple, lorsqu'on démontre l'égalité d'une zône sphérique avec la

Prin. Math., Lib. II, prop. 34.

surface correspondante du cylindre circonscrit, par l'égalité réciproque de leurs élémens. Mais quand même Newton aurait indiqué formellement ce principe, le problème général avait encore, dans chaque cas particulier, sa difficulté particulière, soit pour trouver l'équation differentielle de la courbe, soit pour parvenir à l'intégration. Les sciences ont donc une obligation de la plus haute importance à Jean Bernoulli, d'avoir attiré l'attention des géomètres sur cette théorie générale, en leur
An 1697. proposant le fameux problème de la *Brachystochrone*, ou *de la courbe telle qu'un corps pesant descendant le long de sa concavité, arrive dans le moindre temps possible d'un point à un autre, les deux points n'étant pas situés dans la même ligne verticale*. Il est certain qu'à l'époque dont il s'agit, ce problème était plus difficile que celui du solide de la moindre résistance, dont Newton avait même laissé la solution incomplète, puisqu'il n'avait pas intégré l'équation différentielle de la courbe génératrice.

Au premier coup d'œil, on est porté à croire que la ligne droite, comme le plus court chemin d'un point à l'autre, doit être aussi le chemin de la plus vite descente; mais le géomètre attentif s'abstient de prononcer,

lorsqu'il considère que dans une courbe concave décrite d'un point à l'autre, le mobile descend d'abord plus verticalement, et acquiert par conséquent une plus grande vitesse, que sur le simple plan incliné; ce qui produit une compensation, et peut faire arriver le corps plus promptement suivant la ligne courbe que suivant la ligne droite. La métaphysique seule ne peut donc pas résoudre la question, et il fallait absolument recourir à un calcul précis. Or le résultat de ce calcul fit connaître qu'en effet le chemin cherché est une courbe, et un arc de cycloïde renversée : nouvelle propriété très-remarquable de la cycloïde, que les recherches de Huguens et de Pascal avaient déjà rendue si célèbre.

Leibnitz résolut le problème le jour même qu'il reçut le programme de Jean Bernoulli, à qui il en donna aussitôt avis : tous deux convinrent de tenir leurs solutions cachées, et d'accorder un an aux autres géomètres pour s'exercer sur une si belle question. Ce délai fut annoncé dans les journaux, et dans une feuille volante que Jean Bernoulli envoya de tous côtés. (Leib. et Joh. Bern., com. Epist., tom. I, page 172.)

Il n'était pas encore expiré, lorsqu'outre les solutions de Jean Bernoulli et de Leibnitz, il en parut encore trois autres, dont les auteurs

étaient Newton, le marquis de l'Hopital et Jacques Bernoulli. Celle de Newton parut anonyme, dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres; mais Jean Bernoulli devina l'auteur, *tanquam*, dit-il, *ex ungue leonem*.

Le marquis de l'Hopital eut beaucoup de peine à trouver la sienne : elle peut néanmoins se tirer assez facilement d'un principe qu'il emploie lui-même, lorsqu'il cherche la route que doit suivre un voyageur pour arriver, dans le moindre temps possible, d'un lieu à un autre, en traversant deux campagnes où il éprouve à marcher des résistances qui font varier la vitesse dans un rapport donné; car si l'on regarde les deux campagnes comme les deux élémens d'une courbe située dans un plan vertical, et si l'on suppose, conformément à la théorie de la chute des graves, que les vitesses d'un corps pesant le long d'une courbe quelconque, sont comme les racines quarrées des hauteurs d'où le corps est descendu, on parvient en un instant à l'équation différentielle de la cycloïde. Mais personne ne fit alors cette remarque, et ne rapprocha des idées qui nous paraissent aujourd'hui si voisines.

An. des infiniment petits, art. 59.

Enfin, Jacques Bernoulli donna, avant

l'expiration du terme prescrit par son frère, une solution où il démontre que la courbe demandée est un arc de cycloïde. En la cherchant, il s'était élevé à des problèmes *sur les isopérimètres*, d'une spéculation encore plus profonde; et après les avoir résolus, il les proposa publiquement, à la suite de sa méthode pour la courbe de la plus vîte descente.

Toutes ces solutions parurent dans le même temps, et sans que les auteurs eussent pu tirer aucune lumière les uns des autres.

La rivalité de gloire qui divisait depuis long-temps les frères Bernoulli, se déploya toute entière dans cette occasion : elle avait été d'abord un peu tempérée par l'habitude de se voir, au moins de temps en temps, et par l'entremise de quelques amis communs; mais le cadet ayant été nommé professeur de Mathématiques à Groningue, en 1695, ils ne conservèrent bientôt plus de relations particulières : ils ne se parlaient plus que dans les journaux, et c'était pour se proposer les problèmes les plus difficiles. Jean Bernoulli était l'aggresseur; mais peut-être son frère avait-il montré un peu trop de hauteur dans la première réponse qu'il lui fit, et dont j'ai rapporté le précis. Les esprits s'étaient aigris;

Jean Bernoulli revenait souvent à la charge ; et son ancien maître n'était pas homme à souffrir plus long-temps des attaques injustes par elles-mêmes, et indépendamment des motifs de reconnaissance qui auraient dû les empêcher. Dans ces dispositions, Jacques Bernoulli voulant enfin se venger d'une manière éclatante, mais en même temps utile à la Géométrie, provoqua nominativement son frère à résoudre le problème suivant : *Trouver parmi toutes les courbes isopérimètres entre des limites données, une courbe telle que, construisant une seconde courbe dont les ordonnées soient des fonctions quelconques des ordonnées, ou des arcs de celle-là, l'aire de la seconde courbe forme un* maximum *ou un* minimum. A ce problème principal, il en joignit un autre plus analogue à celui de la Brachystochrone : c'était de *trouver parmi toutes les cycloïdes qu'un corps grave peut décrire pour arriver d'un point à une ligne donnée de position, la cycloïde qui est décrite dans le moindre temps possible.* Il termina son défi à peu près en ces termes : « Une personne dont je réponds ( *Prodit* NON » NEMO *pro quo caveo* ) s'engage à donner, » indépendamment des louanges méritées, un » prix de cinquante florins à mon frère, sous

Histoire du problème des Isopérimètres.

» la condition que dans trois mois il promette
» de résoudre ces problèmes, et que dans un
» an il en publie des solutions légitimes : si
» au bout de ce temps personne n'a résolu
» les problèmes, je publierai mes propres
» solutions. »

Aussitôt que Jean Bernoulli eut reçu les différens écrits qui contenaient les solutions de son problème de la *Brachystochrone*, il se crut en droit, et il ne manqua pas d'en dire son avis : il loua beaucoup Leibnitz, le marquis de l'Hopital et Newton. Il reconnut aussi que son frère avait bien résolu le problème; mais il l'accusa d'y avoir mis trop de temps : il oubliait sans doute que dans ce même espace de quatre ou cinq mois, Jacques Bernoulli avait de plus conçu la théorie générale, et exécuté les calculs du grand problème des isopérimètres qu'il proposait, et dont il tenait la solution toute prête à paraître. Ensuite passant aux nouveaux problèmes qu'on lui proposait à lui-même, et croyant que sa théorie de la Brachystochrone suffisait seule pour les résoudre, Jean Bernoulli laissa échapper ces expressions d'une vanité bien naïve : « Quel-
» ques difficiles que ces problèmes paraissent,
» je n'ai pas manqué de m'y attacher à l'ins-
» tant même que je les ai reçus; mais voyez

» avec quel succès! au lieu de trois mois que
» l'on me donne pour sonder le gué, et au
» lieu de tout le reste de cette année pour
» trouver la solution, je n'ai employé en tout
» que trois minutes de temps pour tenter,
» commencer et achever d'approfondir tout
» le mystère. » Ces belles promesses étaient accompagnées des constructions qu'il donnait des problèmes, et de la demande qu'il faisait en conséquence, qu'on lui délivrât l'argent du prix, voulant, disait-il, le donner aux pauvres, puisque d'ailleurs il lui avait trop peu coûté à gagner. Mais l'affaire n'était pas à beaucoup près aussi avancée qu'il le croyait; et sans doute il se fût épargné toute cette jactance, s'il eût prévu qu'elle allait lui attirer des chagrins d'autant plus amers, qu'à un talent supérieur pour la Géométrie, il joignait la franchise ou la maladresse de montrer un peu trop ouvertement l'opinion avantageuse qu'il en avait lui-même.

Sa construction du problème de la cycloïde de la plus vîte descente était exacte. On voit aussi qu'il avait rencontré fortuitement la vraie solution, ou plutôt le vrai résultat d'un cas des isopérimètres; mais sa méthode ne s'étendait pas au problème général; et Jacques Bernoulli, bien sûr de la sienne propre,

trouvant que les deux méthodes ne donnaient pas la même équation, lorsque les ordonnées de la seconde courbe sont des fonctions des ARCS de la première, fit imprimer un *Avis* où il affirmait que la méthode de son frère était défectueuse : il accordait encore quelque temps aux géomètres pour chercher la solution, et si personne ne la donnait, il s'engageait à trois choses : 1°. à deviner au juste l'Analise de son frère ; 2°. quelle qu'elle fût, à y faire voir des paralogismes ; 3°. à donner la véritable solution du problème dans toutes ses parties. A quoi il ajouta ce pari d'une espèce piquante, que si quelqu'un s'intéressait assez au progrès des sciences pour hasarder un prix pour chacun de ces articles, il s'engageait à perdre autant, s'il ne s'acquittait pas du premier, à perdre le double, s'il ne réussissait pas au second, et le triple, s'il manquait au troisième. An 1698.

La singularité de cet avertissement et l'autorité de l'auteur en Géométrie, ébranlèrent un peu la confiance que Jean Bernoulli avait en sa méthode : il revit sa solution ; il reconnut qu'il s'était trompé en quelque chose ; ce qu'il attribuait *à une trop grande précipitation*. Il envoya un nouveau résultat, mais sans prendre un ton plus modeste, et demandant toujours le prix proposé par le NON NEMO.

A ces prétentions, Jacques Bernoulli répondit laconiquement : « Je prie mon frère » de repasser tout de nouveau sur sa dernière » solution, d'en examiner attentive» ment tous les points, et de nous dire en» suite si tout va bien, lui déclarant qu'après » que j'aurai donné la mienne, les prétextes » de précipitation ne seront plus écoutés. »

Jean Bernoulli, alors très-éloigné de soupçonner le vice radical de sa méthode, répliqua qu'il n'avait pas besoin de revoir sa seconde solution, qu'elle était bonne, et que *son temps serait mieux employé à faire de nouvelles découvertes.*

Dans le temps même où Jacques Bernoulli publia son premier *Avis*, il écrivit sur ce sujet une lettre à Varignon, laquelle devait être aussitôt insérée dans le journal des Savans. J'ignore pourquoi on différa de la faire paraître : elle ne vit le jour que quatre mois après la seconde solution de Jean Bernoulli; seulement les journalistes eurent le soin d'avertir que cette seconde solution n'avait pas fait changer d'opinion à l'auteur de la lettre. Elle avait pour objet de satisfaire aux deux premières conditions que Jacques Bernoulli s'était imposées, c'est-à-dire, de deviner la méthode de son frère, et de montrer en quoi elle

péchait ; il y exposait une analise défectueuse en elle-même, où néanmoins des faussetés redressées par d'autres faussetés, conduisaient en certains cas à un résultat vrai ; et au moyen de cette Analise, il trouvait les équations de son frère, d'où il conjecturait que selon toutes les apparences, elles en étaient émanées.

A cette lettre, Jacques Bernoulli joignit un *Avis* récemment composé à l'occasion de la seconde solution de son frère, et dans lequel l'air triomphant dont Jean Bernoulli avait annoncé ses solutions, le refus qu'il faisait de revoir la dernière, et le prétexte de ce refus, sont tournés en ridicule avec un sel et une sorte de légèreté qu'on n'attend guère des géomètres, et qu'on est d'autant plus surpris de trouver ici, que Jacques Bernoulli, Suisse de nation et d'habitation, emploie la langue française : « Je n'ai jamais cru, dit-il, que mon » frère possédât la véritable solution pour le » problème des isopérimètres. . . . J'en doute » plus que jamais, vu la difficulté qu'il fait » de repasser sur ses solutions. S'il n'a em- » ployé *que trois minutes*, comme il dit, » *pour tenter, commencer et achever d'ap-* » *profondir tout le mystère*, il y a apparence » que la revue ne lui en coûtera pas davan- » tage : d'ailleurs quand il en mettroit le

» double, est-ce que *six minutes* employées
» à cet examen diminueroient tant le nombre
» de ses nouvelles découvertes? »

Lorsque Jean Bernoulli reçut le journal où ces pièces étaient insérées, il entra dans une fureur qu'on ne peut se représenter : elle s'exhala en un torrent d'injures grossières et dépourvues de sel contre son frère. Les journalistes eurent la trop facile complaisance de les imprimer. Oublions-les en faveur du génie de l'auteur pour les sciences.

Il n'y avait plus d'autre moyen de terminer la dispute, que de publier de part et d'autre les méthodes, et de les soumettre au jugement des plus habiles géomètres de l'Europe. Jean Bernoulli demandait Leibnitz pour arbitre; il lui avait envoyé ses solutions, et Leibnitz qui sans doute ne les avait pas examinées avec assez d'attention, les avait approuvées. De son côté, Jacques Bernoulli consentit que non-seulement Leibnitz fût pris pour juge, mais qu'on lui adjoignît encore Newton, le marquis de l'Hopital, et tous les autres excellens géomètres du temps, pourvu qu'on lui laissât toute liberté de parler, et de mettre la vérité dans tout son jour.

Les choses demeurèrent en cet état pendant environ deux années. En 1700, Jacques

Bernoulli fit imprimer à Bâle une lettre adressée à son frère, dans laquelle il l'invite avec une grande modération, où l'on sent néanmoins un peu le ton de la supériorité, à publier sa méthode : il finit par donner, sans démonstrations, les formules du problème. Ces formules furent aussi insérées dans les actes de Leipsick *. Alors Jean Bernoulli vit en quoi il différait de son frère quant aux résultats : mais n'y découvrant point le principe de la véritable solution, et toujours persuadé que sa méthode était exacte, il la développa dans un mémoire qui fut envoyé sous cachet à l'académie des sciences de Paris, dans le courant de février 1701, avec la condition qu'il ne serait ouvert, et de son consentement, qu'après que Jacques Bernoulli aurait donné son Analise.

Instruit de cet envoi, Jacques Bernoulli n'avait plus de raison de tenir sa méthode cachée : il l'exposa donc, et la fit soutenir en forme de thèse à Bâle, au mois de mars 1701;

* Les journalistes supprimèrent la première partie de la lettre. Elle a été également exclue, par l'influence de Jean Bernoulli, de l'édition des œuvres de Jacques Bernoulli, donnée en 1744 ; je l'ai fait réimprimer en 1792 dans le journal de Physique (Septembre.)

avec une dédicace aux quatre illustres géomètres, l'Hopital, Leibnitz, Newton et Fatio de Duillier. Il la fit de plus imprimer séparément à Bâle et dans les actes de Leipsick, pour le mois de mai 1701, sous ce titre : *Analisis magni problematis isoperimetrici.* Elle fut regardée comme un prodige d'invention et de sagacité : on peut assurer en effet qu'eu égard au temps, on n'a jamais résolu de problème plus difficile. Le marquis de l'Hopital écrivit à Leibnitz qu'il l'avait lue avec avidité, et qu'il l'avait trouvée très-directe et très-exacte : témoignage que Leibnitz transmit à Jean Bernoulli lui-même, quoiqu'il fût d'ailleurs très-prévenu en sa faveur.

Leib. et John. Bern., com. Epist., T. II, page 48.

On avait lieu d'attendre qu'après tant d'éclats, Jean Bernoulli combattrait les solutions de son frère, ou qu'il en reconnaîtrait publiquement la justesse : mais dès ce moment il garde un profond silence ; point d'observations, point de critiques de sa part ; au lieu de mettre sa méthode en opposition avec celle de son rival, il la laisse dormir paisiblement pendant cinq ans au dépôt de l'académie ; enfin, Jacques Bernoulli meurt en 1705, et bientôt après, cette méthode paraît parmi les mémoires de l'académie pour l'année 1706. Que faut-il penser de cette étrange

conduite de Jean Bernoulli ? Supposera-t-on, contre toute apparence, que cet homme si ardent, si impétueux, ait voulu laisser tomber une dispute dont il était fatigué ? N'est-il pas beaucoup plus vraisemblable que soupçonnant quelque vice dans sa méthode, il craignit de la soumettre au jugement de son frère, mais que ce frère mort, la honte de paraître vaincu aux yeux de toute l'Europe, le détermina à publier le mémoire envoyé en 1701, dans l'espérance que personne n'approfondirait assez la question pour prononcer entre les deux méthodes, et qu'au moins il passerait dans l'opinion de quelques savans pour avoir aussi résolu le problème ? Cette conjecture acquerra une nouvelle force, si l'on se rappelle qu'en effet Fontenelle, dans l'éloge de Jacques Bernoulli, et quarante-trois ans après, Fouchi, dans celui de Jean Bernoulli, ont parlé de leurs solutions, comme si elles étaient également exactes, également générales.

Les profonds géomètres portèrent un jugement très-différent : les palmes de la victoire furent décernées aux méthodes de Jacques Bernoulli. Malgré tous les détours de Jean Bernoulli, malgré tous les moyens spécieux qu'il employait pour donner l'apparence de la vérité à sa méthode, elle était réellement

défectueuse, comme son frère l'avait toujours soutenu : l'erreur radicale venait de ce que Jean Bernoulli ne considérait que deux élémens de la courbe, au lieu qu'il en fallait considérer trois, ou employer une condition équivalente. Dans les problèmes du même genre que celui de la plus vîte descente, où il s'agit simplement de remplir la condition du *maximum* ou du *minimum*, il suffit d'appliquer cette condition à deux élémens, pour trouver l'équation différentielle de la courbe : mais lorsqu'outre le *maximum* ou le *minimum* il faut que la courbe ait encore une propriété, comme d'être isopérimètre à une autre, cette nouvelle condition exige qu'un troisième élément de la courbe ait une certaine inclinaison par rapport aux deux autres ; et toute détermination fondée uniquement sur la première considération, donnera des résultats faux, excepté dans les cas où une courbe ne peut satisfaire à l'une des deux conditions, sans satisfaire en même temps à l'autre. Vainement Jean Bernoulli croyait remplir la condition de l'isopérimétisme, sans déroger au *maximum* ou au *minimum*, en considérant deux élémens de la courbe comme deux petites lignes droites menées d'un point intermédiaire, aux deux foyers d'une ellipse infiniment

petite : cette supposition n'introduisait pas une nouvelle condition dans le calcul ; elle n'avait d'autre effet que de rendre constante ou variable la différentielle de l'abscisse. Jacques Bernoulli avait employé explicitement trois élémens de la courbe ; et par-là il était parvenu à des solutions exactes, générales et complètes.

Cette considération des trois élémens était alors tellement essentielle, qu'enfin Jean Bernoulli, plus de treize ans après la mort de son frère, en fit la base d'une nouvelle solution, avouant qu'il s'était trompé dans la première : Mém. de l'Ac. 1718. aveu tardif, mais qui du moins eût honoré l'auteur, s'il eût de plus reconnu que sa nouvelle solution n'était autre chose dans le fond que celle de son frère, présentée sous une forme qui abrège beaucoup le calcul, et s'il n'eût pas cherché à relever avec une sorte d'affectation quelques inutilités qui se trouvent dans celle-ci, mais qui n'en altèrent point l'exactitude et la généralité.

J'ai cru devoir raconter de suite la dispute des frères Bernoulli sur les isopérimètres. Avant de la quitter, je ne puis m'empêcher encore de marquer mon étonnement de ce qu'aucun autre géomètre du temps n'entreprît, au moins publiquement, de résoudre

ces problèmes : car quoique Jacques Bernoulli eût provoqué son frère en particulier, tout le monde avait la liberté de concourir ; et les questions proposées réunissaient tous les avantages capables d'exciter l'émulation : nouveauté du sujet, grandes difficultés à vaincre, enrichissement de la Géométrie.

---

## CHAPITRE IV.

*Solutions de divers problèmes. Leibnitz invente la méthode pour différentier* de curvâ in curvam. *Justification du marquis de l'Hopital. Ouvrages de Newton. Notions sur quelques autres géomètres.*

La dispute dont je viens de rendre compte m'a fait un peu anticiper sur l'ordre des temps, et m'a forcé de laisser en arrière plusieurs problèmes intéressans et remarquables sur lesquels je reviens.

En proposant le problème des isopérimètres, Jacques Bernoulli y avait joint celui de la cycloïde de la plus vîte descente à une ligne donnée de position, pour compléter en quelque sorte la théorie de la Brachistochrone. Il démontra que la cycloïde cherchée est celle qui coupe à angles droits la ligne donnée de position; et il apprit en général à trouver parmi les courbes semblables qui se terminent à une ligne donnée de position, celle qui jouit de quelque propriété de *maximum* ou de An 1697.

*minimum*. De son côté, Jean Bernoulli était parvenu à de semblables résultats, par une méthode un peu détournée, mais très-ingénieuse, et qui donna lieu à une insigne extension de l'Analise infinitésimale. Il employa dans cette recherche la considération de la courbe *synchrone*, ou d'une courbe qui coupe une suite de courbes semblables et semblablement posées, de telle manière que les arcs de ces dernières courbes, compris entre un point donné et la synchrone, sont parcourus en temps égaux par un corps pesant : il démontra que parmi toutes les cycloïdes ainsi coupées, celle qui l'est perpendiculairement, est parcourue en moins de temps qu'aucune autre pareillement terminée à la synchrone. La question n'était donc plus que de savoir mener, sous une direction donnée, une tangente à la synchrone des cycloïdes ; et pour résoudre le problème en général, il ne fallait pas qu'ici la solution fût dépendante uniquement des propriétés de la cycloïde, mais de principes applicables à toute autre suite de courbes semblables et semblablement posées. Jean Bernoulli détermina par une construction géométrique la synchrone correspondante à la cycloïde du temps le plus court ; mais il ne put parvenir à trouver

l'expression analitique de la soustangente des synchrones pour toutes sortes de courbes semblables. Ayant long-temps cherché en vain la solution de ce problème, il le proposa à Leibnitz, qui le résolut très-promptement, et qui inventa à ce sujet la célèbre méthode de différencier *de curvâ in curvam.*

A la réception de la lettre qui contenait cette méthode, Jean Bernoulli fut transporté de joie et d'admiration : il se plaignit amicalement de ce que *le Dieu de la Géométrie avait admis Leibnitz plus avant que lui dans son sanctuaire.* Ce premier mouvement fut celui de la justice : on voit avec peine que dans la suite, et après la mort de Leibnitz, Jean Bernoulli ait cherché à se faire regarder comme le co-inventeur de cette méthode, quoiqu'il n'ait réellement que le mérite d'en avoir fait de très-belles applications, comme on peut le voir dans le tome II de ses œuvres. Leibnitz ne l'a jamais publiée lui-même; elle n'a paru pour la première fois sous son nom qu'en 1745, dans le recueil de sa correspondance avec Jean Bernoulli.

Leib. et Joh., Ber., Com. Epist. tom. I, p. 19.

On voit, par les œuvres posthumes de Jacques Bernoulli, qu'il avait aussi trouvé de son côté une méthode semblable, et qu'il l'avait employée pour résoudre les problèmes

que son frère lui proposait pendant le cours de la dispute sur les isopérimètres : il s'était borné à indiquer ses solutions sous des anagrammes, voulant éviter toute diversion avant que l'affaire des isopérimètres fût terminée. Ces problèmes incidens étaient relatifs à la méthode *de maximis et minimis*. Je n'en citerai qu'un seul qui suffira pour donner une idée générale de tous : Jean Bernoulli demandait *quelle était, parmi toutes les demi-ellipses qu'on pouvait décrire dans un même plan vertical et sur un même axe horizontal donné, celle qui était parcourue dans le moindre temps possible, par un corps grave dont le mouvement commençait à l'une des extrémités de l'axe donné.*

Années 1699, 1700, 1701, etc. Une foule innombrable d'autres recherches curieuses et difficiles occupait alors les géomètres : c'étaient la quadrature de certains espaces cycloïdaux, la section indéfinie des arcs circulaires, la courbe d'égale pression, la transformation de courbes en d'autres de même longueur, de nouvelles méthodes d'approximation pour les quadratures et les rectifications des courbes, la manière de trouver certaines courbes par les relations données de leurs branches, etc. On voyait continuellement paraître sur la scène Leibnitz, les frères

Bernoulli, le marquis de l'Hopital, etc. Toutes ces recherches n'avaient pas le même degré d'utilité, mais toutes ont contribué plus ou moins au progrès de la Géométrie. Je ne finirais point, si je cherchais à les faire connaître avec quelque détail : je m'arrêterai seulement un peu sur un écrit de Jean Bernoulli, parce qu'il attaque la mémoire d'un illustre Français, que je dois défendre autant qu'il est en mon pouvoir.

Le marquis de l'Hopital avait exposé dans le livre *des infiniment petits* une règle très-ingénieuse pour trouver la valeur d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur s'évanouissent en même temps, lorsqu'on donne à la variable qui y entre une certaine valeur déterminée. Personne ne s'était avisé de lui en disputer la propriété tant qu'il vécut. Un mois environ après sa mort, Jean Bernoulli ayant remarqué que cette règle était incomplète, y fit une addition nécessaire, et prit de-là occasion de s'en déclarer l'auteur. Plusieurs amis du marquis de l'Hopital se plaignirent hautement et avec chaleur d'une réclamation qui aurait dû être faite plutôt, si elle avait quelque fondement. Mais au lieu de rétracter son assertion, Jean Bernoulli alla bien plus loin : il en vint par degrés jusqu'à

revendiquer tout ce qu'il y a de plus important dans l'analise des infiniment petits. Qu'on me permette d'examiner un peu sa prétention.

En 1692, Jean Bernoulli était venu à Paris: il y fut accueilli avec distinction par le marquis de l'Hopital, qui l'emmena peu de temps après dans sa terre d'Ourques en Touraine, où ils passèrent quatre mois entiers à étudier ensemble la nouvelle Géométrie. Toutes les attentions, toutes les marques solides de reconnaissance furent prodiguées au savant étranger. Bientôt le marquis de l'Hopital, par un travail opiniâtre et forcé qui altéra pour jamais sa santé, se trouva en état de résoudre les grands problèmes que les géomètres se proposaient. Dès l'année 1693, il paraît dans cette savante lice, et s'y distingue jusqu'à sa mort. On le comptait en ce temps-là au premier rang des géomètres de l'Europe, et on observe en particulier que Jean Bernoulli était l'un de ses plus ardens panégyristes. Peut-être l'éleva-t-on trop haut, pendant qu'il vivait; mais l'accusation que Jean Bernoulli intente contre lui quand il est mort, forme un contre-poids trop pesant, et la justice doit rétablir l'équilibre. Or, je le demande avec assurance, est-il vraisemblable qu'un géomètre qui avant la publication du livre des infiniment petits, avait

donné tant de preuves d'un profond savoir, qui avait, par exemple, résolu le problème de la courbe d'équilibration dans les ponts-levis, n'ait été qu'un simple rédacteur dans toutes les parties difficiles de cet ouvrage? Peut-on présumer qu'il ait eu assez peu de délicatesse pour demander ou accepter tant de secours humilians? Ne sait-on pas d'ailleurs qu'il avait l'âme très-élevée? Les fragmens de lettres, produits par Jean Bernoulli, ne prouvent pas à beaucoup près ce qu'il avance : on y trouve bien à la vérité que Jean Bernoulli avait composé des leçons de Géométrie pour le marquis de l'Hopital, mais non pas que ces leçons soient le livre des infiniment petits; l'élève, homme de génie, était devenu maître, et volait de ses propres ailes. On voit encore dans ces fragmens que le marquis de l'Hopital, pendant qu'il travaillait à son livre, demandait, avec la confiance de l'amitié, des éclaircissemens à Jean Bernoulli sur certaines questions qui y sont traitées; mais nous n'avons pas les réponses de Jean Bernoulli; nous ne savons pas s'il a donné ces éclaircissemens, ou si le marquis de l'Hopital, en y réfléchissant davantage, ne les a pas enfin trouvés. Dans toutes ces incertitudes, le parti le plus sage et le plus juste est de nous en tenir à la

Ac. Lips. 1721.

déclaration générale que fait le marquis de l'Hopital dans sa préface, de *devoir beaucoup aux lumières* de Jean Bernoulli, et de penser que s'il lui avait eu des obligations d'une nature particulière, il n'aurait pas osé les envelopper dans les expressions d'une reconnaissance vague et générale. Si, malgré toutes ces raisons, on veut croire Jean Bernoulli sur sa parole, quand il se donne pour l'auteur du livre des infiniment petits, la morale au moins ne l'absoudra jamais d'avoir troublé la cendre d'un bienfaiteur généreux, pour un misérable intérêt d'amour-propre, d'autant plus déplacé que Jean Bernoulli était fort riche par lui-même. Du reste, cet exemple doit être une grande leçon pour les hommes ambitieux qui veulent courir trop vite à la réputation : il les avertit de repousser les services empressés offerts souvent plutôt par la vanité que par la bienveillance, et de se bien persuader qu'on n'arrive jamais à la véritable et solide gloire que par ses propres travaux.

Travaux des Anglais dans la Géométrie.

Depuis le livre *des Principes*, les Anglais n'avaient fait paraître aucune découverte un peu importante dans la nouvelle Géométrie, si ce n'est la solution du problème de la Brachistochrone. Sur la fin de l'année 1704, Newton publia, dans un même volume, ses

leçons *d'Optique* en anglais, une énumération *des lignes du troisième ordre* en latin, et le traité des *Quadratures* des courbes, pareillement en latin. Les leçons d'Optique sont étrangères ici. L'énumération des lignes du troisième ordre est un ouvrage original et profond, quoique simplement fondé sur l'Analise ordinaire et sur la théorie des suites que Newton avait poussée très-loin ; il ne contient, pour ainsi dire, que des énoncés et des résultats; il a été commenté dans la suite par plusieurs savans géomètres, à qui il a fourni une ample moisson de recherches très-curieuses. Le traité des quadratures appartient à la nouvelle Géométrie.

Ce traité a pour objet spécial l'intégration des formules différentielles du premier ordre à une seule variable : d'où dépend la quadrature des courbes, ou exacte, ou du moins approchée. Newton forme avec beaucoup d'adresse des séries, au moyen desquelles il rappelle l'intégration de certaines formules compliquées à celles d'autres formules plus simples ; et ces séries venant à s'interrompre en certains cas, donnent alors les intégrales en termes finis. Le développement de cette théorie offre une longue chaîne de très-belles propositions, où l'on remarque entr'autres

problèmes curieux, la méthode pour intégrer les fractions rationnelles; ce qui était alors difficile, surtout lorsque les racines sont égales. Un commencement si heureux, si important, fait regretter que l'auteur n'ait donné que les premiers principes de l'Analise des équations différentielles. Il enseigne bien à la vérité à prendre les fluxions d'un ordre quelconque d'une équation à un nombre quelconque de variables; ce qui appartient au calcul différentiel: mais il n'apprend point à résoudre le problème inverse, c'est-à-dire, qu'il n'a indiqué aucun moyen d'intégrer les équations différentielles, soit immédiatement, soit par la séparation des indéterminées, soit par la réduction en séries, etc. Cependant cette théorie avait déjà fait alors des progrès très-considérables en Allemagne, en Hollande et en France, comme on en peut juger par les problèmes de la chaînette, des courbes isochrones, de la courbe élastique, et principalement par la solution que Jacques Bernoulli avait donnée du problème des isopérimètres. Les adversaires de Newton ont pris acte de ce traité des quadratures, pour affirmer qu'à l'époque où cet ouvrage parut, l'auteur ne connaissait parfaitement du calcul intégral que la partie des quadra-

tures, et non celle de l'intégration des équations différentielles.

Newton a fondu presqu'entièrement le traité *des Quadratures* dans un autre intitulé: *Méthode des fluxions et des suites infinies.* Celui-ci ne contient que les simples élémens de la Géométrie infinitésimale, c'est-à-dire, les méthodes pour déterminer les tangentes des lignes courbes, les *maxima* et les *minima* ordinaires, les longueurs des courbes, les espaces qu'elles renferment, quelques problèmes faciles sur l'intégration des équations différentielles, etc. L'intention de l'auteur avait été plusieurs fois de le faire imprimer; mais il en fut toujours détourné par diverses raisons, dont la principale sans doute fut que cet ouvrage ne pouvait rien ajouter à sa gloire, ni même contribuer à l'avancement de la profonde Géométrie. Le docteur Pemberton le fit paraître en anglais en 1736, neuf ans après la mort de Newton. En 1740, on le traduisit en français, et on mit à la tête une préface où Leibnitz est rabaissé avec un excès, un ton décisif qui pourrait en imposer à quelques lecteurs, si l'auteur de cette préface n'offrait lui-même la réfutation de sa critique, par la médiocre intelligence qu'il montre de la matière. Malgré des efforts publics, souvent

réitérés, il n'a jamais pu pénétrer un peu avant dans la haute Géométrie : on se rappelle encore l'anecdote sur le sens étrange qu'il avait donné à ces mots latins *de testitudine quadrabili* de Viviani, et d'où il avait formé une petite dissertation qu'un de ses amis lui fit heureusement retrancher de cette même préface. La postérité ne le connaît plus que par son *Histoire naturelle*, où les philosophes, en condamnant quelques écarts de l'imagination, ne peuvent s'empêcher d'admirer plusieurs idées grandes et vraies, ainsi que la pompe et l'élégance du style.

Il parut en 1711, un autre ouvrage de Newton, sa *Méthode différentielle*, dont il avait déjà jeté les fondemens, sous une forme un peu différente, dans son livre des *Principes*. L'objet de cette méthode est de faire trouver les coefficiens linéaires d'une équation qui satisfait à autant de conditions qu'il y a de coefficiens, ou de construire une courbe du genre parabolique, qui passe par un nombre quelconque de points donnés. Il en résulte un moyen facile et commode de quarrer par approximation les courbes dont on peut déterminer un certain nombre d'ordonnées. Au surplus, Newton n'a employé dans cet ouvrage que la simple Algèbre ordinaire, et c'est à tort

que quelques-uns de ses admirateurs, un peu trop zélés, ont cru y trouver les premiers élémens du calcul intégral aux différences finies, si célèbre de nos jours.

L'Italie fit des progrès considérables dans la nouvelle Géométrie au commencement du siècle passé : elle en fut principalement redevable à l'ouvrage que Gabriel Manfredi publia en 1707, sous ce titre : *De constructione Æquationum differentialium primi gradus ;* ouvrage où l'auteur fait remarquer beaucoup d'adresse pour assujétir certaines équations différentielles aux conditions qui les rendent intégrales. Il s'est rencontré par la conformité du génie et de la doctrine avec Jean Bernoulli, sur la méthode de séparer les indéterminées dans les équations différentielles homogènes du premier ordre.

MANFREDI, né en 1681, m. en 1761.

La perte que l'Allemagne avait faite en Géométrie par la mort de Jacques Bernoulli fut réparée en quelque sorte par les disciples de cet homme célèbre, tels que Jacques Herman, son compatriote, Nicolas Bernoulli, son neveu, et d'autres que je ne pourrais citer en détail sans être trop long.

Herman se fit connaître d'abord par une méthode de trouver les rayons osculateurs dans les courbes polaires ; il publia peu de

HERMAN, né en 1678, m. en 1733.

temps après une belle solution du problème *de la section indéfinie des arcs circulaires*, agité alors entre les frères Bernoulli. Il se distingua encore plus dans la suite par divers ouvrages dont j'aurai occasion de parler.

NICOLAS BERNOULLI, né en 1683, m. en 1759.

Nicolas Bernoulli se rendit célèbre de très-bonne heure dans *l'art de conjecturer*, en marchant sur les traces de son oncle Jacques Bernoulli, dont on connaît l'excellent ouvrage intitulé : *Ars conjectandi*. En 1709, Nicolas Bernoulli fit une importante application des principes de cet ouvrage aux probabilités de la durée de la vie humaine. On lui doit plusieurs autres recherches d'une profonde Géométrie, que nous remarquerons expressément quand il sera question des sujets auxquels elles se rapportent.

En France, le marquis de l'Hopital n'eut point de contemporains, ni de successeurs immédiats de sa force en Géométrie. Nous possédions cependant alors plusieurs savans géomètres qui sans avoir reculé, au moins d'une manière marquée, les bornes de la science, ont surmonté des difficultés attachées alors aux méthodes d'application : les principaux sont Parent, Varignon et Saurin.

PARENT, né en 1666, m. en 1716.

On doit à Parent la solution d'un très-beau et très-utile problème *de maximis et minimis*.

Ayant remarqué en général que si dans une machine la disposition des parties est telle que la vitesse du poids *moteur* devienne plus grande ou plus petite, selon qu'au contraire celle du poids *mu* devient plus petite ou plus grande, il existe un rapport entre les deux vitesses, pour que l'effet de la machine soit un *maximum* ou un *minimum;* il démontra que le *maximum* d'effet a lieu dans les roues hydrauliques, mues par le choc de l'eau, lorsque la vitesse de la roue est le tiers de la vitesse du courant. On trouve plusieurs autres idées très-ingénieuses dans ses nombreux écrits; mais en général il avait le défaut d'être obscur, ce qui a beaucoup nui à sa réputation. Il convenait lui-même de ce défaut. Le célèbre Fontenelle, que j'ai eu l'honneur de connaître dans les dernières années de sa vie, et dont je me rappelle les bontés avec attendrissement, me racontait un jour qu'ayant fait, en sa qualité de secrétaire de l'académie des sciences, l'extrait d'un mémoire de Parent, celui-ci fut étonné de s'y trouver si clair, et l'en remercia par ces paroles: *Domine, illuminasti tenebras meas.* Le P. Malebranche peignait l'obscurité de ce même géomètre d'une manière fort ingénieuse: *Monsieur Parent*, disait-il, *a beaucoup d'esprit, mais il n'en a pas la clef.*

Mém. de l'Ac. 1704.

VARIGNON, né en 1654, m. en 1722. Varignon a joui d'une fort grande célébrité : il la devait à sa place de professeur de Mathématiques au collége Mazarin, et au mérite qu'il avait d'exposer clairement ses idées, quoique son style fût d'ailleurs incorrect, lâche et diffus. Il était foncièrement dépourvu de génie ; on ne lui voit résoudre aucun grand problème du temps ; mais il était doué d'une excellente mémoire, lisait beaucoup, tournait et retournait les écrits des inventeurs, généralisait leurs méthodes, s'appropriait leurs idées ; et quelques élèves prenaient des réminiscences déguisées ou amplifiées, pour des découvertes. Il a publié à part un traité de *Mécanique générale*, où il applique avec clarté et exactitude le principe du parallélogramme des forces aux lois de l'équilibre. Les mémoires de l'académie des sciences de Paris sont remplis de ses calculs dans toutes sortes de genres. On lui a principalement l'obligation d'avoir éclairci plusieurs endroits du livre des *Principes mathématiques* : de notre temps, il aurait commenté Euler et d'Alembert.

SAURIN, né en 1659, m. en 1737. Saurin n'a pas, à beaucoup près, autant écrit que Varignon, mais il avait une trempe d'esprit bien plus forte et plus approchante du véritable génie de l'invention. On juge même par le peu d'ouvrages mathématiques qui nous

restent de lui, que s'il eût commencé à étudier la Géométrie de meilleure heure, et s'il se fût appliqué à un genre particulier, il se serait élevé au premier rang. Il a donné une très-belle solution générale du problème, où parmi une infinité de courbes semblables, décrites dans un même plan vertical, et ayant un même axe et un même point d'origine, il s'agit de déterminer celle dont l'arc compris entre le point d'origine et une ligne, droite ou courbe donnée de position, est parcouru dans le plus court temps possible. Il est le premier qui ait pleinement éclairci la théorie des tangentes aux points multiples des courbes. Ses connaissances dans toutes les parties théoriques et pratiques de l'Horlogerie étaient très-profondes : la preuve en est dans deux mémoires qu'il a donnés sur ce sujet à l'académie des sciences.

Mém. de l'Ac. 1709.

Mém. de l'Ac. 1716, 1723, 1727.

Mém. de l'Ac. 1720, 1721.

Tous ces savans, et plusieurs autres d'un ordre inférieur, concouraient au progrès de la méthode des infiniment petits. Une guerre sourde, qui fermentait depuis plusieurs années, et qui éclata enfin avec violence en 1711, au sujet du droit à la première invention de cette méthode, fit craindre d'abord qu'on ne perdît en discussions polémiques un temps qui devait être employé à la perfectionner; mais ces

discussions même finirent par tourner au profit de la science. Cette querelle a fait trop de bruit, elle est encore aujourd'ui un trop grand objet d'intérêt et de curiosité, pour que je puisse me dispenser de la rapporter : je tâcherai de traiter et d'éclaircir la question avec plus de soin qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

---

## CHAPITRE V.

*Examen des droits de Leibnitz et de Newton à l'invention de l'Analise infinitésimale.*

Les productions du génie étant des biens d'un ordre infiniment supérieur à tous les autres objets de l'ambition humaine, on ne doit pas être surpris de la chaleur avec laquelle Leibnitz et Newton se sont disputé la découverte de la nouvelle Géométrie. Ces deux illustres rivaux, ou plutôt l'Allemagne et l'Angleterre, combattaient en quelque sorte pour l'empire des Sciences.

La première étincelle de la guerre fut excitée par Nicolas Fatio de Duillier, Génevois, retiré en Angleterre, le même qui dans la suite donna un étrange spectacle de démence, en voulant ressusciter publiquement un mort dans l'église de Saint-Paul de Londres, mais qui avait alors la tête saine, et même de la réputation parmi les géomètres. Poussé d'un côté par les Anglais, de l'autre par un ressentiment personnel contre Leibnitz, dont il

prétendait n'avoir pas reçu les marques d'estime qui lui étaient dues, il s'avisa de dire dans un petit écrit sur *la courbe de la plus vîte descente*, et sur *le solide de la moindre résistance*, qui parut en 1699, que Newton était le *premier inventeur* des nouveaux calculs; qu'il parlait ainsi pour l'honneur de la vérité et l'acquit de sa conscience, et qu'il laissait à d'autres le soin de décider ce que Leibnitz, *second inventeur*, avait emprunté du géomètre anglais. Leibnitz, justement blessé de cette antériorité d'invention, qu'on attribuait à Newton, et de la maligne conséquence qu'on insinuait, répondit avec beaucoup de modération que Fatio parlait sans doute de son chef; qu'il ne pouvait penser que Newton l'approuvât; qu'il ne voulait point entrer en procès avec cet homme célèbre, pour qui il avait et montrait dans toutes les occasions une vénération profonde; que lorsqu'ils s'étaient rencontrés dans quelques inventions géométriques, Newton lui-même avait déclaré dans son livre *des Principes*, qu'ils ne tenaient rien l'un de l'autre; que lorsqu'il publia son calcul différentiel en 1684, il en était en possession depuis environ huit ans; que vers le même temps Newton lui avait bien annoncé, sans aucune explication, qu'il savait mener les

tangentes par une méthode générale qui n'était point arrêtée par les quantités irrationnelles, mais qu'il ne pouvait pas juger si cette méthode était le calcul différentiel, puisque Huguens, qui ne connaissait pas alors ce calcul, affirmait également qu'il en avait une, douée des mêmes avantages; que le premier ouvrage des Anglais, où le calcul différentiel fût expliqué d'une manière positive, était la préface de l'Algèbre de Wallis, publiée seulement en 1693; que sur toutes ces choses, il s'en rapportait entièrement au témoignage et à la candeur de Newton, etc. L'assertion de Fatio, absolument dénuée de preuves, fut oubliée pendant plusieurs années.

En 1708, Keil, excité peut-être par Newton, ou du moins certain de n'en être pas désavoué, renouvela la même accusation. Leibnitz observa que Keil, qu'il appelait d'ailleurs un homme *savant*, était trop *nouveau* pour porter un jugement assuré de choses arrivées depuis un grand nombre d'années; et il répéta ce qu'il avait déjà dit, qu'il s'en rapportait à la candeur et à la bonne foi de Newton même. Keil revint à la charge; et dans une lettre adressée à Hansloane, secrétaire de la société royale de Londres, il ne se contenta plus de dire que Newton était le An 1711.

premier inventeur, il fit entendre clairement que Leibnitz, après avoir puisé la méthode dans les écrits de Newton, se l'était appropriée, en y appliquant seulement une notation particulière : ce qui était, en d'autres termes, le taxer de plagiat. Leibnitz, indigné d'une pareille inculpation, en porta de vives plaintes à la société royale, et demanda hautement que l'on réprimât les *clameurs* d'un homme inconsidéré qui attaquait sans raison et sans pudeur sa réputation et sa bonne foi. La société royale nomma des commissaires pour examiner tous les écrits qui regardaient cette question; et elle les publia en 1712, avec le rapport des commissaires sous ce titre : *Commercium epistolicum de Analisi promota.* Sans être absolument affirmative, la conclusion du rapport est que Keil n'a pas calomnié Leibnitz. L'ouvrage fut répandu avec profusion dans toute l'Europe.

Newton était alors président de la société royale, où il jouissait de la plus haute considération, du pouvoir le plus étendu : peut-être devait-il par délicatesse faire instruire le procès à un autre tribunal. Il est vrai que Fontenelle a dit, dans l'éloge de Leibnitz, que *Newton n'avait point paru, et qu'il s'était reposé de sa gloire sur des compa-*

*triotes assez vifs.* Mais il parlait ainsi après la mort de Leibnitz, et Newton était vivant. Sans doute il avait été trompé par de faux mémoires : car dans le cours de la dispute, Newton écrivit deux lettres très-amères contre Leibnitz, et dans lesquelles on remarque même avec quelque surprise un art un peu trop ingénieux, pour révoquer ou infirmer les témoignages de haute estime qu'il lui avait donnés autrefois en diverses occasions, et notamment dans le fameux *Scholie* qui accompagnait la proposition VII du second livre *des Principes.*

Il paraît que la société royale, en se hâtant de publier les pièces qui pouvaient être à la charge de Leibnitz, sans attendre celles qu'il promettait pour sa défense, sentit elle-même qu'on ne manquerait pas de l'accuser de partialité ou de précipitation; car elle eut soin de déclarer bientôt après qu'elle n'avait point eu l'intention de juger le fond du procès, et qu'elle laissait à tout le monde la liberté de le discuter et d'en dire son avis. Je demande donc la permission de me livrer à cet examen : j'y apporterai toute l'attention dont je suis capable. Leibnitz et Newton me sont indifférens; je n'ai reçu d'eux, si je puis employer une expression de Tacite, *ni bienfait, ni injure.* La

sublimité de leur génie exige un profond hommage; mais on doit encore plus de respect à la vérité.

Mihi Galba, Otho, Vitellius, nec beneficio, nec injuriâ cogniti. Tac. Hist. Lib. I.

Newton tenant de la nature une intelligence supérieure, et né dans un temps où Hariot, Wren, Wallis, Barrow, etc., avoient déjà rendu les Mathématiques florissantes en Angleterre, eut de plus l'avantage de recevoir dans sa première jeunesse, les leçons de Barrow à l'université de Cambridge. Toutes les forces de son génie se portèrent vers ce genre d'études; les succès qu'il y obtint furent prodigieux. Fontenelle lui a appliqué ce que Lucain avait dit du Nil, *qu'il n'a pas eté donné aux hommes de le voir faible et naissant.* On assure que dès l'âge de vingt-cinq ans, il avait jeté les fondemens des grandes théories qui l'ont rendu depuis si fameux. Leibnitz, plus jeune de quatre ans, ne trouva en Allemagne que de médiocres secours pour son instruction; il se forma, pour ainsi dire, tout seul. Son génie vaste et dévorant, secondé par une mémoire extraordinaire, embrassait toutes les branches des connaissances humaines: littérature, histoire, poésie, droit des gens, sciences exactes, physique, etc. Cette multiplicité de goûts nuisit nécessairement à la rapidité de ses progrès dans chaque genre: il ne

s'annonça donc comme un grand mathématicien que sept ou huit ans après Newton.

Ces deux grands hommes possédaient l'un et l'autre la nouvelle Analise long-temps avant de la mettre au jour. Si la priorité de la publication emportait la priorité de la découverte, Leibnitz aurait pleinement gain de cause; mais ce moyen n'est pas suffisant pour prononcer ici avec une entière assurance. L'inventeur peut s'être réservé long-temps à lui-même son secret; il peut en avoir laissé échapper quelques rayons qu'un autre aura saisis. Remontons donc à la source, s'il est possible, et tâchons de reconnaître l'être bienfaisant qui, comme le Prométhée de la fable, déroba le feu aux dieux pour en faire part aux hommes, suivant la belle comparaison de Fontenelle.

Le *Commercium epistolicum* contient d'abord, à dater de l'année 1669, plusieurs découvertes analitiques de Newton. Dans la pièce intitulée : *De Analisi per æquationes numero terminorum infinitas*, outre la méthode pour résoudre les équations par approximation dont il ne s'agit pas ici, Newton enseigne à quarrer les courbes dont les ordonnées sont exprimées par des monomes, ou par des sommes de monomes; et lorsque les ordonnées renferment des radicaux complexes, il rappelle la question

au premier cas, en développant l'ordonnée en une suite infinie de termes simples, au moyen de la formule du binome; ce que personne n'avait fait encore. Sluze et Grégori avaient trouvé, chacun de leur côté, une méthode pour les tangentes. Newton, dans une lettre à Collins, en date du 10 décembre 1672, prouve qu'il en avait aussi trouvé une : il l'applique à un exemple, sans y ajouter la démonstration; il dit ensuite qu'elle n'est qu'un corollaire d'une autre méthode générale, *qu'il a* pour mener les tangentes, quarrer les courbes, trouver leurs longueurs et leurs centres de gravité, etc. sans être arrêté par les quantités radicales, comme Hudde l'est dans sa méthode pour les *maxima* et les *minima*. Les Anglais ont vu clairement la méthode des fluxions dans ces deux écrits de Newton, après qu'elle a été connue d'ailleurs dans toute l'Europe par les écrits de Leibnitz et des frères Bernoulli; mais les géomètres des autres nations n'ont pas eu tout-à-fait les mêmes yeux. En convenant que le développement des radicaux en séries est un pas considérable que Newton a fait, ils voient immédiatement, et sans le secours d'aucune lumière postérieure et conjecturale, que les méthodes de Fermat, de Wallis et de Barrow, pouvaient servir à trouver les résultats

concernant les quadratures, que Newton se contente d'énoncer, puisqu'après le développement des radicaux, s'il y en a, il n'est plus question que de sommer des quantités monomes. Ils avouent que les deux pièces dont il s'agit contiennent, si l'on veut, une indication vague de la méthode des fluxions : indication peut-être suffisante pour montrer que Newton possédait alors les premiers principes de cette méthode, mais trop obscure pour en donner l'intelligence au lecteur. Et ce qui rend cette conjecture très-vraisemblable, c'est qu'Oldembourg, secrétaire de la société royale, envoyant (le 10 juillet 1673) à Sluze un exemplaire de la méthode de celui-ci pour les tangentes, que l'on avait imprimée à Londres, rapporte un fragment de lettre de Newton, où, après avoir dit que cette méthode appartient bien véritablement à Sluze, Newton poursuit ainsi : *Quant aux méthodes*, (il entend celle de Sluze et la sienne propre) *elles sont les mêmes, quoique je les croye tirées de principes différens. Je ne sais cependant si les principes de M. Sluze sont aussi féconds que les miens, qui s'étendent aux équations affectées de termes irrationnels, sans qu'il soit nécessaire d'en changer la forme.* Aurait-il parlé avec tant de réserve,

et n'aurait-il pas dit nettement que la méthode de Sluze et celle des fluxions étoient différentes, s'il avait possédé alors la dernière dans un degré aussi avancé qu'on l'a prétendu depuis ? Supposera-t-on qu'il a parlé ainsi par modestie ? Mais on peut dire la vérité, même lorsqu'elle nous est avantageuse, sans sortir des bornes de la modestie. Toutes ces considérations prouvent, ce me semble, que si les deux écrits *de Analisi per æquationes, etc.*, et la lettre de 1672, contiennent la méthode des fluxions, elle y était au moins couverte d'épaisses ténèbres. Mais qu'elle y fût ou non, on va démontrer qu'avant d'avoir trouvé son calcul différentiel, ou Leibnitz n'a point eu communication de ces deux écrits, ou il n'en a tiré aucune lumière. C'est un point capital que ses défenseurs n'ont pas suffisamment établi, et sur lequel j'espère ne laisser aucun doute.

Leibnitz vint en France en 1672, au sortir des universités d'Allemagne, où il s'était principalement occupé du droit public et de l'histoire : il était néanmoins déjà initié aux Mathématiques, puisqu'en 1666, il avait publié un petit livre sur quelques propriétés des nombres. Il passa à Londres au commencement de 1673 ; il y vit Oldembourg, et ils

lièrent ensemble un commerce de lettres. Dans une de ces lettres, écrite de Londres même à Oldembourg, Leibnitz expose qu'ayant trouvé une manière de sommer certaines suites par le moyen de leurs différences, on lui avait montré cette méthode déjà imprimée dans un livre de Mouton, chanoine de Saint-Paul de Lyon, sur *les diamètres du soleil et de la lune;* qu'alors il imagina une autre manière qu'il explique, de former les différences, et d'en conclure les sommes des suites; qu'il est en état de sommer une suite de fractions dont les numérateurs sont l'unité, et les dénominateurs sont, ou les termes de la suite des nombres naturels, ou ceux de la suite des nombres triangulaires, ou ceux de la suite des nombres piramidaux, etc. Toutes ces recherches sont ingénieuses, et semblent avoir un rapport du moins éloigné au calcul des différences. Jamais les Anglais n'ont dit, et d'ailleurs il n'en existe pas la moindre preuve, qu'à ce premier voyage Leibnitz ait vu les deux écrits cités de Newton.

Après quelques mois de séjour à Londres, Leibnitz revint à Paris, où il se lia d'amitié avec Huguens, qui lui ouvrit le sanctuaire de la plus profonde Géométrie. Il trouva bientôt la quadrature approchée du cercle, par une

série analogue à celle que Mercator avait donnée pour la quadrature approchée de l'hyperbole : il communiqua sa série à Huguens, qui en fit de grands éloges, et à Oldembourg, qui lui répondit que Newton avait déjà trouvé des choses semblables, non-seulement pour le cercle, mais encore pour d'autres courbes, et qui en envoya des essais. En effet, la théorie des suites était déjà très-avancée dès ce temps-là en Angleterre; et quoique Leibnitz y eût pénétré fort avant de son côté, il a toujours néanmoins reconnu que les Anglais, et surtout Newton, l'avaient précédé et surpassé dans cette branche de l'Analise; mais elle n'est point le calcul différentiel, et les Anglais ont montré une partialité trop évidente, en cherchant à lier ensemble ces deux objets.

Ecoutons, et pesons l'histoire que Leibnitz fait de sa découverte du calcul différentiel. Il raconte que joignant ses anciennes remarques sur les différences des nombres à ses nouvelles méditations de Géométrie, il trouva ce calcul vers l'année 1676; qu'il en fit de merveilleuses applications à la Géométrie; qu'étant obligé, vers le même temps, de retourner à Hanovre, il ne put suivre entièrement le fil de ses méditations; que cherchant néanmoins *à faire valoir* sa nouvelle découverte, il passa par

l'Angleterre et par la Hollande; qu'il resta quelques jours à Londres, où il fit connaissance avec Collins, qui lui montra plusieurs lettres de Grégori, de Newton et d'autres mathématiciens, lesquelles roulaient principalement sur les séries. D'après cet exposé, il semblerait que Leibnitz, voulant répandre *sa nouvelle découverte*, aurait alors fait connaître le calcul différentiel en Angleterre. Ajoutons que dans une lettre de Collins à Newton, du 5 mars $167\frac{6}{7}$, il est dit que Leibnitz ayant passé une semaine à Londres, au mois d'octobre 1676, *avait remis à Collins quelques écrits* * dont Newton recevrait incessamment des extraits, ou des copies. Collins ne désigne point la nature de ces *écrits*, et on n'en trouve aucun vestige dans le *Commercium epistolicum*. Mais si le récit de Leibnitz est fidèle, ou si sa mémoire ne l'a point trompé quand il a dit qu'il possédait le calcul différentiel avant le second voyage en Angleterre, il lui survint sans doute alors quelque raison

---

* Ce passage et plusieurs autres grands morceaux de cette lettre, ont été supprimés dans le *Commercium epistolicum*. Voyez-la en entier dans les œuvres de Wallis, tom. III, pag. 646.

particulière de tenir encore sa découverte cachée, contre le projet qu'il avait formé d'abord de la *faire valoir* : car dans cette même lettre, Collins en rapporte une autre de Leibnitz à Oldembourg, écrite d'Amsterdam, le $\frac{18}{28}$ novembre 1676, où Leibnitz propose de construire des tables de formules tendant à perfectionner la méthode de Sluze, au lieu d'expliquer, ou au moins d'indiquer le calcul différentiel comme beaucoup plus expéditif et plus commode. Les Anglais ont donc eu raison de dire qu'à son passage à Londres en 1676, Leibnitz ne leur a point appris le calcul différentiel ; mais ils devaient reconnaître que la même lettre prouve avec la dernière évidence, qu'il n'a non plus rien appris d'eux sur ce sujet. En effet, si, comme ils l'ont avancé depuis, on lui eût donné alors connaissance de la méthode des fluxions, ne faudrait-il pas qu'il fût tombé en démence, pour oser proposer un mois après, au secrétaire de la société royale de Londres, homme fort savant dans ces matières, les moyens de perfectionner la méthode de Sluze en elle-même, sans parler le moins du monde d'une autre méthode beaucoup plus simple qu'on venait de lui enseigner en Angleterre ? Je crois donc pouvoir conclure affirmativement, ou

que Leibnitz ne vit point au mois d'octobre l'ouvrage *de Analisi per æquationes, etc.;* et la lettre de Newton, du 10 décembre 1672, ou que s'il vit ces deux pièces, il n'en tira aucun secours, non plus que les savans géomètres anglais qui avaient eu tout le temps de les méditer, et qui étaient d'ailleurs à portée de demander à l'auteur les éclaircissemens nécessaires. Les Anglais n'ont jamais dit en termes formels qu'il eût vu l'ouvrage *de Analisi per æquationes, etc.:* ils se sont contentés d'avancer positivement qu'il avait vu la lettre du 10 décembre 1672; mais quand même cela serait vrai, on n'en peut rien inférer contre Leibnitz; car outre que cette lettre ne contient que des résultats sans démonstration, il n'est pas bien certain qu'elle indique une méthode essentiellement différente de celle de Sluze, comme on l'a pu remarquer d'après les paroles que j'ai rapportées de Newton.

Il n'y a dans toute cette affaire que trois pièces véritablement décisives: savoir, 1°. une lettre de Newton à Oldembourg, du 24 octobre 1676, lettre communiquée l'année suivante à Leibnitz; 2°. la réponse que Leibnitz fit à Oldembourg, le 21 juin 1677, relativement à cette même lettre; 3°. *le Scholie*, déjà cité, du livre *des Principes de Newton:*

ouvrage publié sur la fin de 1686. Analisons brièvement ces trois pièces.

La lettre de Newton contient, indépendamment de différentes recherches sur les suites qu'il faut ici mettre de côté, plusieurs théorèmes qui ont la méthode des fluxions pour base; mais l'auteur en cache les démonstrations. Il se contente de dire qu'il les a tirés de la solution d'un problème général qu'il énonce énigmatiquement sous des lettres transposées, et dont le sens expliqué après coup, est tel: *Étant donnée une équation qui contienne des quantités fluentes, trouver les fluxions: et réciproquement.* Quelle lumière Leibnitz pouvait-il tirer d'un pareil logogryphe? Tout ce qu'on peut conclure de cette lettre, c'est qu'au temps où elle a été écrite, Newton possédait la méthode des fluxions, par où néanmoins il faut entendre seulement la méthode des tangentes et des quadratures; car il n'était pas alors question de la méthode pour l'intégration des équations différentielles, qui n'est venue que beaucoup plus tard, comme on l'a vu ci-dessus.

Leibnitz, dans sa lettre à Oldembourg, commence par dire qu'il avait reconnu, comme Newton, que la méthode de Sluze pour les tangentes était imparfaite. Ensuite il explique

ouvertement et sans mystère celle du calcul différentiel, assurant que depuis long-temps il s'en servait pour mener les tangentes des lignes courbes. Voilà donc la solution claire et positive du problème dont Newton cherchait avec tant de soin à se réserver la possession.

Le Scholie du livre *des Principes* porte : *Dans un commerce de lettres que j'entretenais, il y a dix ans* *, *avec le très-savant géomètre M. Leibnitz, ayant mandé que je possédais une méthode pour déterminer les* maxima *et les* minima, *mener les tangentes et faire autres choses semblables, laquelle réussissait également dans les équations rationnelles et dans les quantités radicales, et ayant caché cette méthode sous des lettres transposées qui signifiaient :* Étant donnée une équation qui contienne un nombre quelconque de quantités fluentes, trouver les fluxions : et réciproquement ; *cet homme célèbre répondit qu'il avait trouvé une méthode semblable, et me communiqua sa méthode, qui ne différait de la mienne que dans l'énoncé et la notation.* L'édition

* Par l'entremise d'Oldembourg.

de 1714 ajoute : *Et dans l'idée de la génération des quantités.* Peut-on dire d'une manière plus formelle que Leibnitz avait trouvé de son côté la méthode des fluxions, et qu'il l'avait communiquée franchement, sans se cacher dans les ténèbres comme Newton ?

Il est donc constant par ces trois pièces, que si Newton a trouvé le premier la méthode des fluxions, comme on prétend l'établir par sa lettre du 10 décembre 1672, Leibnitz l'a trouvée également de son côté, sans rien emprunter de son rival. Ces deux grands hommes sont arrivés, par la force de leur génie, à la même découverte, par des chemins différens : l'un, en regardant les fluxions comme de simples rapports de quantités qui naissent ou s'évanouissent au même instant ; l'autre, en considérant que dans une suite de quantités *qui croissent ou décroissent*, la différence entre deux termes consécutifs peut devenir infiniment petite, c'est-à-dire, plus petite que toute grandeur finie déterminable.

Cette opinion, aujourd'hui reçue universellement, excepté en Angleterre, était celle de Newton même, lorsqu'il publia pour la première fois son livre *des Principes*, comme on le voit par le Scholie que j'ai cité. La vérité était alors proche de sa source, et les passions

ne l'avaient pas encore altérée. En vain Newton, entraîné dans la suite par la flatterie de ses disciples et de ses compatriotes, a-t-il changé de langage; en vain a-t-il prétendu que la gloire d'une découverte appartenait toute entière au premier inventeur, et que les seconds inventeurs ne devaient point être admis au partage. D'abord, sans discuter sa prétendue antériorité, on lui a répondu que deux hommes qui font séparément une même découverte importante, ont un droit égal à l'admiration, et que celui qui la publie le premier a le premier droit à la reconnaissance publique. Ensuite on lui a prouvé que son principe n'avait pas même ici une juste application.

Le projet de dépouiller Leibnitz et de le faire regarder comme plagiaire, fut porté si loin en Angleterre, que pendant le feu de la dispute, on osa dire (et Newton lui-même n'eut pas honte d'appuyer l'objection) que le calcul différentiel de Leibnitz n'était autre chose que la méthode de Barrow. A quoi pensez-vous, répondit Leibnitz, de me faire une pareille imputation? Vous voulez tout à la fois, que le calcul différentiel soit la méthode de Barrow, quand je me l'attribue, et que M. Newton en soit l'inventeur, quand

il s'agit de me le ravir ! Faut-il que la passion vous aveugle au point de ne pas sentir cette contradiction manifeste ? Si le calcul différentiel était réellement la méthode de Barrow, (et vous savez très-bien qu'il ne l'est pas) qui mériterait le plus d'être appelé *plagiaire*, ou de M. Newton, qui a été le disciple, l'ami de Barrow, qui a été à portée de puiser dans la conversation des vues que Barrow n'a pas mises dans ses livres, ou de moi, qui n'ai pu connaître que les livres, et qui n'ai jamais eu de relations avec l'auteur ?

Jean Bernoulli, qui avait appris, conjointement avec son frère, l'Analise infinitésimale dans les écrits de Leibnitz, opposa au *Commercium epistolicum* une lettre où il mit en avant, que non-seulement la méthode des fluxions n'avait pas précédé le calcul différentiel, mais qu'elle pouvait en être née, et que Newton ne l'avait réduite à des opérations analitiques générales en forme d'algorithme, qu'après que le calcul différentiel était déjà répandu dans tous les journaux de Hollande et d'Allemagne. Les raisons de Jean Bernoulli sont en substance, 1°. que le *Commercium epistolicum* n'offre aucun vestige que Newton eût employé, dans les écrits allégués, les lettres ponctuées pour désigner

les fluxions; 2°. que dans le livre *des Principes*, où l'auteur avait si souvent occasion d'employer ce calcul et d'en donner l'algorithme, il ne l'a point fait; qu'il procède partout par les lignes et les figures, sans aucune analise déterminée, et seulement à la manière de Huguens, de Roberval, de Cavalleri, etc.; 3°. que les lettres pointées n'ont commencé à paraître que dans le troisième volume des œuvres de Wallis, plusieurs années après que le calcul différentiel était connu partout; 4°. que la vraie méthode de différencier les différences, ou de prendre les fluxions des fluxions, était ignorée de Newton, puisque même dans son traité des *Quadratures*, publié seulement en 1704, la règle qu'il donne à la fin pour déterminer les fluxions de tous les ordres, en regardant ces fluxions comme les termes de la puissance d'un binôme formé d'une quantité variable et de sa fluxion première, et traitant cette fluxion première comme constante, est fausse, excepté seulement pour le terme qui répond à la fluxion première; 5°. qu'à la même époque de 1704, Newton n'était pas versé dans le calcul intégral des équations différentielles, que Leibnitz et les frères Bernoulli avaient déjà poussé si loin: autrement il n'aurait pas manqué de

traiter cette partie, la plus difficile de l'Analise infinitésimale, et au moins aussi digne d'être promulguée et perfectionnée, que les quadratures sur lesquelles il s'était fort étendu.

A cette lettre, les Anglais répondirent que la notation ne faisait pas la méthode ; que les principes du calcul des fluxions étaient contenus dans les lettres et dans le grand ouvrage de Newton ; que la règle du traité des *quadratures* pour trouver les fluxions de tous les ordres était vraie, en supprimant les dénominateurs des termes de la série, et donnait par conséquent des quantités *proportionnelles* aux véritables fluxions. Je ne vois pas qu'ils aient répondu à la dernière objection.

Les partisans de Leibnitz répliquèrent que les avantages d'une méthode analitique tiennent en grande partie à la simplicité de l'algorithme ; que la Caractéristique de Leibnitz avait déjà fait faire des progrès immenses à la nouvelle Analise dans un temps où presque personne n'entendait le livre de Newton ; qu'on tentait vainement de nier ou de pallier l'erreur de la règle de Newton pour trouver les fluxions de tous les ordres, et qu'on ne pouvait pas dire que les termes d'une suite de fractions fussent *proportionnels* aux termes

d'une autre suite de fractions, lorsque les termes correspondans avaient des dénominateurs différens, comme il arrivait ici.

Telles furent à peu près les raisons alléguées et débattues entre les deux partis, pendant plus de quatre années. La mort de Leibnitz, arrivée en 1716, semblait devoir mettre fin à la contestation; mais les Anglais poursuivant l'ombre de ce grand homme, publièrent en 1726 une édition du livre *des Principes*, où l'on supprima le *Scholie* qui concernait Leibnitz. C'était avouer sa découverte d'une manière bien authentique et bien maladroite. Ne devaient-ils pas sentir que l'on attribuerait à une prévention nationale, ou peut-être à un sentiment encore plus injuste, le dessein chimérique d'anéantir le témoignage qu'une noble émulation avait autrefois rendu à la vérité?

Il s'est trouvé dans les temps postérieurs des géomètres qui, sans prendre un parti décisif entre Newton et Leibnitz, ont objecté au dernier que la métaphysique de sa méthode était obscure ou même défectueuse; qu'il n'y a point de quantités infiniment petites, et qu'il reste des doutes sur l'exactitude d'une méthode où ces quantités sont introduites. Mais Leibnitz peut répondre : Je n'ai proposé

que subsidiairement l'existence des quantités infiniment petites, ou comme une simple hypothèse qui sert à abréger le calcul et les raisonnemens sur lesquels il est fondé ; je n'ai pas besoin qu'il y ait des quantités infiniment petites; il suffit, comme je l'ai imprimé dans plusieurs ouvrages, que mes *différences* soient moindres que toute quantité *finie* que vous voudrez assigner, et que par conséquent l'erreur qui peut résulter de ma supposition, soit au-dessous de toute erreur déterminable, c'est-à-dire, absolument nulle. La manière dont Archimède démontre la proportion de la sphère au cylindre, a pour base un principe semblable. M. de Fontenelle, qui était d'ailleurs bien intentionné pour moi, a eu tort de se contenter de dire à la tête de sa *Géométrie de l'infini*, qu'après avoir admis d'abord les infiniment petits, je m'étais relâché dans la suite jusqu'au point de réduire les infiniment petits de différens ordres, à n'être que des *incomparables*, dans le sens qu'un grain de sable serait incomparable au globe de la terre : il devait ajouter que cette similitude ne me sert qu'à présenter une idée générale et sensible de mes différences à l'imagination de certains lecteurs, et que dans le mémoire auquel il fait allusion, je finis par

remarquer expressément qu'au lieu de l'infini, ou de l'infiniment petit, il faut prendre des quantités aussi grandes, ou aussi petites qu'il est nécessaire, pour que l'erreur soit moindre que toute erreur donnée. La métaphysique de mon calcul est donc entièrement conforme à celle de la méthode d'*exhaustion* des anciens, dont jamais personne n'a révoqué la certitude en doute; et quoi qu'on ait voulu dire, mon rival n'a réellement à cet égard aucun avantage sur moi. Leib. op. t. II. pag. 370.

Enfin, on a dit que malgré l'affectation de Newton à n'employer que la synthèse dans son livre *des Principes*, on ne peut pas douter aujourd'hui qu'il n'en eût trouvé un grand nombre de propositions par la méthode analitique des fluxions; que cette application à une foule de si grands objets suppose une longue suite de méditations; et qu'au moins, selon toutes les apparences, il possédait la méthode des fluxions avant Leibnitz : car il a dû employer bien des années à composer son livre. Examinons les conséquences qu'on veut tirer de cette induction.

Il n'a peut-être pas existé d'homme plus doué que Newton, de cette intelligence et de cette vigueur de tête capables de concevoir, de suivre et d'exécuter un vaste plan. Leibnitz Parallèle de Newton et de Leibnitz.

n'a point donné d'ouvrage particulier, qui pour l'importance et l'enchaînement des matières, soit comparable au livre *des Principes* : trop emporté par la vivacité de son génie, par la multitude et la variété de ses occupations, de ses voyages, de ses correspondances littéraires avec la plupart des savans de tous les pays du monde, il ne pouvait pas s'astreindre à creuser long-temps un même sujet, ni à poursuivre en détail toutes les connaissances d'un grand principe; mais le recueil de ses ouvrages et son *Commerce épistolaire* avec Jean Bernoulli portent partout le plus haut caractère de l'invention. Il sème partout des idées neuves, et des germes de théories dont le développement produirait quelquefois des traités entiers. Il a sur Newton l'avantage d'avoir inventé et fort avancé le calcul intégral des équations différentielles. S'il n'a pas égalé le géomètre anglais du côté de la profondeur, il paraît le surpasser par cette pénétration rapide et cette pointe d'esprit qui vont saisir dans une matière les questions les plus subtiles et les plus piquantes. L'un a laissé une plus grande masse de vérités géométriques ; l'autre a plus accéléré en son temps les progrès de la science, par la notation simple et commode de son calcul, les applications

qu'il en fit lui-même, ou qu'il mit les savans à portée d'en faire, les encouragemens qu'il leur donnait, et les routes nouvelles qu'il ouvrait continuellement à leurs méditations. Enfin, quelque long travail qu'ait pu demander le livre *des Principes*, on ne doit pas oublier que cet ouvrage n'a paru que deux ou trois ans après que Leibnitz avait publié son calcul différentiel, et quelques essais du calcul intégral.

## CHAPITRE VI.

*Suite de la même querelle. Guerre de problèmes entre Jean Bernoulli et les Anglais ; variétés.*

Dans cette longue dispute, on oublia trop souvent les égards mutuels que les bienséances sociales imposent à tous les hommes ; mais au moins elle eut l'avantage d'exciter la plus vive émulation parmi les plus grands géomètres du temps. On en vint à des défis de problèmes très-difficiles, dont les solutions donnèrent lieu à de nouvelles théories, et accrurent considérablement le domaine de la Géométrie.

Quelque temps avant sa mort, Leibnitz voulant *tâter le pouls aux Anglais*, comme il disait, leur fit proposer le fameux problème des trajectoires octogonales, lequel consistait à trouver la courbe qui coupe une suite de courbes données, sous un angle constant, ou sous un angle variable suivant une loi donnée. On rapporte que Newton

rentrant chez lui, bien fatigué, reçut le problème à quatre heures, et ne se coucha point qu'il ne l'eût résolu. Sa méthode se réduit à ce peu de paroles: *La nature des courbes à couper donne leurs tangentes aux points d'intersection ; les angles d'intersection donnent les perpendiculaires des courbes coupantes ; deux perpendiculaires voisines donnent par leurs points de concours le centre de courbure de la courbe coupante. Placez commodément l'axe des abscisses, et prenez la fluxion première de l'abscisse pour l'unité : la position de la perpendiculaire donnera la fluxion première de l'ordonnée à la courbe cherchée, et la courbure de cette même courbe donnera la fluxion seconde de l'ordonnée : ainsi le problème sera toujours réduit en équation. Quant à l'intégration de l'équation*, ajoutait l'auteur, *elle appartient à une autre méthode.* Les Anglais triomphaient déjà; mais Jean Bernoulli, chargé de la cause de Leibnitz qui venait de mourir, se moqua hautement de ce projet de solution; il soutint que rien n'était plus facile que de parvenir à l'équation de la trajectoire; qu'on avait même déjà traité depuis long-temps avec succès plusieurs questions particulières de cette espèce; que l'affaire

Font. Eloge de Newton.

Transac. phil. 1716.

essentielle était d'intégrer l'équation différentielle de la trajectoire, lorsqu'elle pouvait l'être, soit exactement, soit par les quadratures des courbes; que cette intégration, loin d'être étrangère au problème, en était le complément nécessaire : d'où il concluait que Newton n'ayant donné pour cela aucun moyen, n'avait fait qu'éluder et n'avait point du tout vaincu les difficultés de la question.

N. BERNOULLI né en 1695, m. en 1726. Nicolas Bernoulli (fils de Jean) résolut d'une manière très-élégante le cas particulier où les courbes coupées sont des hyperboles d'un même centre et d'un même sommet. Son Act. Lips. 1716. cousin Nicolas Bernoulli et Herman traitèrent la question plus généralement par des méthodes qui revenaient à la même, sans qu'ils Act. Lips. 1717 se fussent rien communiqué. Ces méthodes s'appliquaient facilement à tous les cas où les courbes coupées sont géométriques, et même à quelques courbes transcendantes. Herman ayant voulu donner aux formules plus d'extension qu'elles n'en comportaient, tomba dans quelques méprises qui furent relevées par les Bernoulli. Du reste, ils s'accordaient tous à regarder la solution de Newton comme insuffisante et de nul usage.

Il paraît que dès lors Newton abandonna entièrement le champ de bataille. Quelques-

uns de ses amis ou de ses disciples continuèrent la guerre avec chaleur. Taylor fut celui qui s'y distingua le plus. Sans s'arrêter à développer la solution de Newton, il en donna une de son propre fonds, laquelle satisfaisait à toute l'étendue de la question telle que Leibnitz l'avait proposée. S'il s'en fût tenu là, il n'aurait mérité que des louanges; mais emporté par son ressentiment contre Jean Bernoulli, qui avait parlé de lui un peu légèrement dans une autre occasion, il plaça à la tête de sa solution quelques réflexions injurieuses contre les partisans de Leibnitz, ayant principalement en vue Jean Bernoulli leur chef : il y disait, entr'autres choses, que s'ils ne voyaient pas comment la solution de Newton conduisait aux équations du problème, il fallait s'en prendre à leur ignorance : *illorum imperitiæ tribuendum*. L'homme à qui s'adressait cette étrange incartade n'était pas endurant, et il en tira la vengeance la plus humiliante pour la vanité de Taylor.

TAYLOR, né en 1685, m en 1731.

Trans. philos. 1717.

Dans une dissertation sur *les trajectoires orthogonales*, composée en commun par Jean Bernoulli et son fils Nicolas, on commença par avouer que la solution de Taylor était exacte, et même qu'elle supposait en lui de la sagacité; mais ensuite on fit voir qu'elle

Act. Lips. 1718.

n'était pas à beaucoup près assez générale, et qu'il existait un grand nombre de cas résolubles auxquels elle ne pouvait s'appliquer. En même temps, Jean Bernoulli donna une autre méthode qui, à l'avantage d'être incomparablement plus simple, joignait celui d'embrasser toutes les courbes géométriques, toutes les courbes mécaniques *complétement* semblables, et enfin un grand nombre de courbes mécaniques *incomplétement* semblables. Ces découvertes étaient le produit d'une Analise profonde, nouvelle et délicate. L'auteur avait entre les mains un instrument qu'il maniait avec dextérité, la méthode de différencier *de curvâ in curvam.* Sa victoire ne fut pas équivoque; et Taylor, malgré le ton de suffisance qu'il avait d'abord pris, fut forcé de reconnaître ici un supérieur.

Je remarquerai en passant que les auteurs de cette dissertation rapportent à ce même sujet un petit écrit de Nicolas Bernoulli, neveu, où l'on trouve, pour la première fois, le fameux théorème de condition, d'où dépend la réalité des équations différentielles du premier ordre à trois variables : théorème que des géomètres modernes ont cherché à s'attribuer.

Pendant qu'on traitait la question des trajectoires, Taylor proposa divers problèmes, alors nouveaux et fort difficiles, sur l'intégration des fractions rationnelles. Jean Bernoulli, qui avait déjà donné quelques essais en ce genre, résolut facilement tous ces problèmes : et des résultats auxquels il parvint, il forma une suite de théorèmes curieux dont le développement et les démonstrations exercèrent utilement son fils et son neveu.

Mém. de l'Ac. 1702.

Act. Lips. 1719.

Nous ne devons pas oublier d'ajouter ici, à l'honneur de l'Angleterre, que Roger Cotes, professeur de Mathématiques à Cambridge, avait traité la même matière et réduit l'intégration des fractions rationnelles en formules générales et très-commodes, dans son célèbre ouvrage intitulé : *Harmonia mensurarum*; mais cet ouvrage ne vit le jour que six ans après la mort de l'auteur : sans doute Taylor, et les Bernoulli n'en connaissaient pas la teneur. Il y a dans le même volume de Cotes, plusieurs autres découvertes très-utiles, telles que sa méthode pour estimer les erreurs dans les Mathématiques mixtes, ses remarques sur la méthode différentielle de Newton, son fameux théorème pour la résolution des équations quadratiques, etc. Cotes mourut à la fleur de son âge. Newton l'estimait infiniment;

Roger Cotes, né en 1682, m. en 1716.

il disait souvent de lui : *Si M. Cotes eut vécu, il nous aurait appris quelque chose.*

L'animosité qui régnait entre Taylor et Jean Bernoulli augmentait tous les jours. Dès l'année 1715, Taylor avait publié son livre intitulé : *Methodus incrementorum directa et inversa ;* ouvrage profond et un peu obscur, dans lequel l'auteur, sans citer personne, avait traité plusieurs problèmes déjà résolus.

Act. Lips. 1716. En 1716, il parut, à la louange de Jean Bernoulli, une lettre dans laquelle Taylor était traité ouvertement de *plagiaire.* Il s'en plaignit avec amertume : il retorqua l'accusation, en faisant voir que Jean Bernoulli, dans sa dernière solution du problème des isopérimètres, n'avait fait que travestir la solution de son frère, et que toutes les simplifications qu'il y avait apportées, n'en changeaient pas la nature. Alors Jean Bernoulli ne garda plus de ménagement ; il fit paraître sous le nom d'un certain *Burcard,* maître d'école à Bâle, une réponse à Taylor, remplie d'injures et de plaisanteries, parmi lesquelles néanmoins on rencontre quelques vérités utiles.

Trajectoires réciproques.

Le problème des trajectoires orthogonales donna la naissance à celui des trajectoires *réciproques*, proposé à la fin de la dissertation des Bernoulli père et fils. On demandait les courbes

qui étant construites en deux sens contraires sur un même axe donné de position, puis venant à se mouvoir parallèlement à elles-mêmes, avec des vîtesses inégales, se coupaient constamment sous un même angle donné. Ce fut un nouveau sujet de difficultés analitiques à vaincre, et d'extension pour la science. Il fut long-temps agité entre Jean Bernoulli et un Anglais anonyme qu'on sut depuis être le docteur Pemberton, ami particulier de Newton. Nous sommes encore obligés de dire qu'ici Jean Bernoulli conserva sa supériorité, par la simplicité et l'élégance de ses solutions.

Les géomètres anglais avaient formé une ligue contre Jean Bernoulli, et ils l'attaquaient sur toutes sortes de sujets. Seul, dit Fontenelle, comme le fameux Horatius Coclès, il soutenait sur le pont tout l'effort de leur armée. Keil, soldat plus hardi que vaillant, crut avoir trouvé l'occasion de l'embarrasser. La théorie de la résistance des milieux au mouvement des corps qui les traversent, formait une partie considérable du livre *des Principes*. Newton avait déterminé la courbe que décrit une projectile dans un milieu résistant comme la simple vîtesse; mais il n'avait pas touché au cas, alors plus difficile, où le milieu

résiste comme le quarré de la vitesse. Keil proposa ce cas à Jean Bernoulli, qui non-seulement le résolut en très-peu de temps, mais qui étendit la solution à l'hypothèse générale où la résistance du milieu serait comme une puissance quelconque de la vitesse du mobile. Lorsque cette théorie fut trouvée, l'auteur offrit, à diverses reprises, de l'envoyer à un homme de confiance à Londres, sous la condition que Keil remettrait aussi sa solution; mais Keil, quoique vivement interpellé, garda un profond silence. La raison en était facile à deviner; il n'avait pas résolu son problème : en le proposant, il s'était attendu que personne ne trouverait ce qui avait échappé à la sagacité de Newton. Il fut cruellement trompé dans sa conjecture; et son défi, plus qu'indiscret, lui attira, de la part du géomètre de Bâle, une réprimande d'autant plus piquante, que le seul moyen d'y répondre solidement était de résoudre le problème, et que Keil ne put trouver ce moyen, ni dans ses propres forces, ni dans le secours de ses amis. Le triomphe de Jean Bernoulli fut complet. Dans la première ivresse de sa victoire, il s'abandonna contre ses rivaux à des sarcasmes et à des plaisanteries qui n'étaient pas de bon goût, mais pardonnables sans doute au

caractère franc et loyal d'un homme attaqué insidieusement, ayant à venger les outrages faits à lui-même, et à un illustre ami dont il pleurait encore la perte.

Ces savans combats attiraient l'attention de tous les géomètres ; et malgré l'aigreur qu'y mêlaient les passions humaines, ils échauffaient les esprits, et faisaient naître de tous côtés de nouveaux prosélytes aux Mathématiques.

Je reviens un peu sur mes pas, et je reprends quelques autres sujets que j'ai été obligé de laisser en arrière.

En 1711 parut l'*Analise des jeux de hasard*, de Remond de Montmort : ouvrage rempli de vues fines et profondes, dont l'objet est de soumettre des probabilités au calcul, d'estimer des hasards, de régler des paris, etc. Il n'appartient pas proprement à la nouvelle Géométrie; néanmoins il contribua à ses progrès, soit en aiguisant en général l'esprit des combinaisons, soit par des extensions que l'auteur donna à la théorie des suites, heureux supplément à l'imperfection des méthodes rigoureuses, dans toutes les parties des Mathématiques.

MONTMORT, né en 1678, m. en 1718.

Trois ans après, Moivre fit paraître sur le même sujet un petit traité intitulé : *Mensura sortis*, principalement remarquable en ce

MOIVRE, né en 1667, m. en 1754.

qu'il contient les élémens et quelques applications très-ingénieuses de la théorie des suites récurrentes. Cet Essai, accru successivement par les réflexions de l'auteur, est devenu un ouvrage considérable, admiré de tous les géomètres. La meilleure édition qui s'en soit faite est celle de 1738, en anglais, sous le titre : *Doctrine of Chances.* On sait que Moivre était un géomètre français que la révocation de l'édit de Nantes avait forcé de s'expatrier ; il s'était retiré à Londres. Né avec un talent supérieur pour la Géométrie, le mauvais état de sa fortune l'obligeait de donner des leçons de Mathématiques pour vivre. Newton avait pour lui la plus haute estime. On rapporte que lorsque dans les dix à douze dernières années de la vie du géomètre anglais, on venait lui demander quelques explications sur ses ouvrages, il renvoyait les consultans à Moivre, disant : *Voyez M. de Moivre ; il sait toutes ces choses-là mieux que moi.*

Nicolas Bernoulli, neveu, vint à Paris en 1711. Une grande réputation, des mœurs douces et faciles lui acquirent plusieurs illustres amis. De ce nombre fut Montmort, avec qui il forma une étroite liaison, par conformité de caractère, et de goût pour l'Analise des

probabilités. Ils passèrent trois mois entiers à la campagne, uniquement occupés à résoudre les plus difficiles problèmes sur cette matière. Toutes ces nouvelles recherches et les éclaircissemens auxquels elles donnèrent lieu, produisirent une seconde édition du livre de Montmort, fort supérieure à la première. An 1714.

J'ai dit par occasion quelques mots du livre de Taylor, *Methodus incrementorum, etc.* Cet ouvrage, célèbre encore aujourd'hui, mérite une mention plus expresse.

L'auteur appelle *incrementa* ou *decrementa* des quantités variables, les différences, finies ou infiniment petites, de deux termes consécutifs dans une même suite formée suivant une loi donnée. Lorsque ces différences sont infiniment petites, leur calcul, direct ou inverse, appartient à l'Analise Leibnitienne, ou à la méthode des fluxions : Taylor résout un grand nombre de problèmes de ce genre. Mais lorsque les différences sont finies, la méthode de trouver les rapports qu'elles ont avec les quantités qui les produisent, forme une nouvelle branche de calcul, dont Taylor a donné les premiers principes, et à cet égard son livre est original. Il a sommé de cette manière quelques suites très-curieuses.

L'extrême concision, ou plutôt l'obscurité

avec laquelle cet ouvrage est écrit, arrêta longtemps le succès qu'il devait avoir. Cependant Nicole, géomètre français, très-distingué, parvint à l'entendre; il développa très-clairement la méthode pour l'intégration des différences finies, et il y ajouta plusieurs nouvelles suites de son invention. On peut regarder les deux excellens mémoires qu'il publia sur ce sujet, dans le recueil de l'académie des sciences de Paris, comme le premier traité élémentaire, méthodique et lumineux, qui ait paru du calcul intégral aux différences finies.

NICOLE, né en 1683, m. en 1758

An 1717 et 1728.

Je pourrais citer encore plusieurs autres ouvrages du temps; mais il faut abréger. J'invite mes lecteurs à consulter les journaux d'Allemagne, de France, d'Angleterre, d'Italie, etc., et les collections académiques: ils y trouveront une foule de précieux mémoires sur toutes les parties des Mathématiques.

Etablissement et utilité des académies.

On a déjà vu que la société royale de Londres et l'académie des sciences de Paris prirent naissance presqu'en même temps, vers l'année 1660. L'académie de Berlin, dont l'établissement avait été projeté dès l'année 1700, reçut, en 1710, une forme régulière et légale, sous les auspices de Frédéric I, électeur de Brandebourg, premier roi de Prusse; et Leibnitz en fut nommé le président perpétuel.

L'institut de Bologne fut fondé en 1713 par les soins du célèbre comte de Marsigli, à qui l'histoire naturelle a tant d'obligations. En 1726, Catherine I, veuve de Pierre le Grand, créa l'académie de Pétersbourg. Il s'est encore formé dans la suite plusieurs autres sociétés savantes qu'il serait trop long d'indiquer en détail. Tous ces établissemens ont été infiniment utiles au progrès des sciences.

## CHAPITRE VII.

### *Continuation des progrès de la Géométrie. Solutions de divers problèmes.*

Act. Lips. 1719. DEUX problèmes très-curieux, proposés par Herman, occupèrent pendant quelque temps les géomètres avec beaucoup d'utilité : le premier consistait à trouver une courbe dont l'aire fût égale à une certaine fonction proposée des coordonnées ; le second, beaucoup plus difficile, était de déterminer une courbe algébrique, telle que l'expression indéfinie de sa longueur renfermât la quadrature d'une courbe algébrique donnée, plus ou moins un nombre *donné* de quantités algébriques. Nicolas Bernoulli, fils, résolut le premier. Quant
Ibid. 1720. au second, il avoua (quoiqu'il écrivît sous les yeux de son père) qu'il ne pouvait le résoudre que dans certaines suppositions qui en restreignaient la généralité. Herman
Ib. 1723. donna la solution générale, par une méthode très-ingénieuse, fondée sur la théorie des développées ; et dans cette occasion il eut de l'avantage sur les Bernoulli.

Un an après, Jean Bernoulli revint sur la même question, et la traita d'une manière plus directe et plus analitique, en lui donnant une nouvelle extension. *D. 1724.*

Il y a une observation générale à faire sur tous les problèmes ainsi dépendans de l'Analise infinitésimale. On parvient pour l'ordinaire assez facilement à les mettre en équations : la principale difficulté est d'intégrer ces équations; elle est souvent telle qu'elle échappe à toutes les forces de l'Analise. Aussi, les plus grands géomètres se sont-ils occupés à perfectionner le calcul intégral, ou l'intégration des équations différentielles de tous les ordres.

Véritable difficulté de résoudre les problèmes dépendans de l'Analise infinitésimale.

Dans cette vue, le comte Jacques Riccati étant tombé sur une équation différentielle du premier ordre, à deux variables, fort simple en apparence, et n'ayant pu néanmoins parvenir à l'intégrer dans sa généralité, proposa la question aux géomètres. Aucun ne put atteindre complétement le but; mais on assigna un grand nombre de cas où les indéterminées sont séparables, et où par conséquent l'équation s'intègre par les quadratures des courbes. Les auteurs de ces belles découvertes sont Riccati lui-même, Nicolas Bernoulli, neveu, Nicolas Bernoulli, fils, Daniel Bernoulli, son frère, Goldebach. Tous arrivèrent

RICCATI, né en 1690, m. en 1735. Act. Lips. 1725.

D. BERNOULLI né en 1700, m. en 1782.

par des méthodes différentes aux mêmes résultats. On appelle ordinairement l'équation dont il s'agit, *l'équation de Riccati*, quoiqu'elle eût déjà été considérée par Jacques Bernoulli, qui en avait intégré des cas particuliers : elle est dans l'Analise infinitésimale à peu près ce qu'est la quadrature du cercle dans la Géométrie élémentaire. Lorsqu'une équation y est rappelée, le problème est censé résolu. Si l'équation ne tombe pas dans les cas séparables, on n'a plus d'autre ressource que de l'intégrer par les méthodes d'approximation.

EULER, né en 1707, m. en 1783.

Le célèbre Euler, cet homme destiné à faire une révolution dans la science analitique, s'annonça dès ce temps-là par diverses recherches, et entr'autres par une très-belle solution du problème des trajectoires réciproques, qu'il a étendue et perfectionnée dans la suite. Il avait pris les premières connaissances des Mathématiques sous Jean Bernoulli, qui à la fin de sa propre solution du problème dont je viens de parler, prédit ce qu'un pareil élève deviendrait un jour.

Act. Lips. 1727.

Premiers succès de l'académie de Pétersbourg.

A la fondation de l'académie de Pétersbourg, on vit se renouveler l'exemple que Ptolomée Philadelphe avait donné par rapport au musée d'Alexandrie : une colonie de géomètres, d'astronomes, de physiciens, de

naturalistes, etc., fut appelée de tous les pays de l'Europe à Pétersbourg. On compte dans ce nombre, Nicolas Bernoulli, fils, Daniel Bernoulli, Euler, Leutmann, Bulfinger, etc. Outre ces membres résidans, l'académie avait plusieurs illustres associés étrangers, tels que Jean Bernoulli, Wolf, Poleni, Michelotti, etc. Tous ces hommes, pleins de génie, ardens et laborieux, s'empressaient d'enrichir les collections de cette société.

On remarque dans le premier volume deux ou trois excellens mémoires de Nicolas Bernoulli, fils : malheureusement il fut enlevé par la mort presque à son entrée dans la carrière. Les deux hommes qui ont le plus contribué à la gloire de la Géométrie dans cet établissement, à sa naissance, et dans la suite, sont Daniel Bernoulli et Euler. An 1726.

La plupart des problèmes dont on s'était occupé dans la première effervescence de la nouvelle Géométrie, avaient pour objet des théories particulières, auxquelles on n'avait pas donné toute l'extension dont elles étaient susceptibles. Daniel Bernoulli et Euler généralisèrent plusieurs de ces anciens problèmes, tels que ceux des chaînettes, des isopérimètres; ils en traitèrent d'autres absolument nouveaux et très-difficiles, comme, par exemple, la

détermination des mouvemens oscillatoires d'une chaîne pesante, suspendue verticalement, la recherche des sons que rend une lame élastique frappée, les mouvemens qui résultent de la percussion excentrique des corps, etc. Toutes ces questions demandaient une grande sagacité primitive et une profonde science du calcul. Nos deux géomètres les résolvaient chacun de leur côté; et on ne doit pas oublier de remarquer le rare exemple de modération et d'honnêteté qu'ils donnèrent alors, et duquel ils ne se sont jamais écartés dans la suite. On les voyait se proposer réciproquement des problèmes, travailler sur les mêmes sujets, sans que jamais la rivalité de talens, ou la diversité des opinions sur certains points qui tenaient à la Physique, ait altéré l'étroite amitié qu'ils avaient contractée ensemble dans la jeunesse. Tous deux se rendaient franchement et sans restriction une justice mutuelle : dans la science analitique, Daniel Bernoulli baissait pavillon devant Euler, qu'il appelait son *amiral;* mais dans les questions qui exigeaient plus de finesse d'esprit que de profonde Géométrie, Daniel Bernoulli prenait à son tour le dessus : en effet, il avait un talent tout particulier d'appliquer la Géométrie à la Physique, et de soumettre à un calcul précis des

phénomènes que l'on ne connaissait que d'une manière générale et vague.

On a attribué à Pascal le projet de faire plier tous les hommes sous le joug de la religion, par la force du raisonnement et de l'éloquence : il semble de même qu'Euler a voulu faire dominer l'Analise sur toutes les parties des Mathématiques. On le voit continuellement occupé à perfectionner ce grand instrument, et à montrer l'art de le bien manier. A peine était-il âgé de vingt-un ans, lorsqu'il donna une méthode nouvelle et générale pour intégrer des classes entières d'équations différentielles du second ordre, assujéties à certaines conditions. On n'arrivait auparavant au but que dans quelques cas particuliers, et même plutôt par la sagacité de l'analiste, que par des méthodes uniformes et déterminées.

Acad. de Pétersbourg. 1728.

En Italie, Gabriel Manfredi publiait de temps en temps d'ingénieux mémoires de Géométrie et d'Analise dans les journaux et dans les *Commentaires* de l'institut de Bologne.

Un autre géomètre de la même nation, le comte de *Fagnani*, s'ouvrit un champ de problèmes nouveaux et d'une espèce très-piquante. Il apprit à déterminer des arcs

FAGNANI, né en 1682, m. en 1766.

Journ. d'Italie. 1718. d'ellipse, ou d'hyperbole, dont la différence est une quantité algébrique. Leibnitz et Jean Bernoulli, qui avaient tenté cette recherche, jugèrent qu'elle ne devait pas donner prise aux nouveaux calculs : ils avaient seulement résolu la question pour la parabole, mais en y employant le calcul algébrique ordinaire ; elle est aussi résolue, par le même moyen, dans le traité des *sections coniques* du marquis de l'Hopital. Fagnani appliqua très-adroitement le calcul intégral aux arcs d'ellipse et d'hyperbole ; ce qui comprend la parabole, comme un cas particulier. Sa méthode consiste à transformer le polynome différentiel qui représente l'arc élémentaire, elliptique, ou hyperbolique, en un autre polynome négativement semblable ; d'où, par la soustraction, et l'intégration subséquente, résulte une quantité algébrique. La gloire d'avoir fouillé ce coin de la Géométrie, si je puis parler ainsi, a placé Fagnani au rang des analistes les plus subtils.

Ac. de Péters. 1756. Long-temps après, Euler ayant considéré la même matière, parvint non-seulement à résoudre les problèmes de Fagnani d'une manière nouvelle, mais il s'éleva à une méthode pour intégrer une classe fort étendue d'équations différentielles séparées, dont les deux membres n'étant pas intégrables chacun

en particulier, forment néanmoins un tout absolument intégrable. On savait intégrer des équations de cette espèce, lorsque les deux membres dépendent tout à la fois des arcs de cercle, ou des logarithmes. Les nouvelles intégrations d'Euler sont beaucoup plus étendues; elles forment une nouvelle branche très-utile et très-piquante du calcul intégral : l'auteur y déploya toutes les ressources du génie et de la plus profonde science analitique.

Le problème de Viviani sur la quadrature de la voûte hémisphérique, en fit naître longtemps après un autre de pareille nature, proposé par un géomètre, d'ailleurs assez peu connu, nommé *Ernest d'Offemburg* : c'était de percer une voûte hémisphérique d'un nombre quelconque de fenêtres de forme ovale, avec cette condition que leurs contours fussent exprimés par des quantités algébriques; ou bien, en d'autres termes, il fallait déterminer sur la surface d'une sphère des courbes algébriquement rectifiables. On voit d'abord que les courbes demandées ne peuvent pas être formées par l'intersection d'un plan avec la sphère, puisque toutes ces intersections, en quelque sens qu'on les fasse, ne sont jamais que des cercles : elles appartiennent à la classe des courbes à double courbure. Ce

Act. Lips. 1718.

problème, quoique curieux et difficile, demeura intact pendant long-temps, et on ignore même si l'auteur l'avait résolu.

Ac. de Péters. 1726. Herman, dans un mémoire sur la rectification des épycycloïdes sphériques, crut que ces courbes satisfaisaient en général à la question d'Offemburg, ou qu'elles étaient algébriquement rectifiables : mais cela n'a lieu que dans certains cas particuliers; la rectification des épycycloïdes sphériques dépend en général de la quadrature de l'hyperbole. Jean Bernoulli releva l'erreur de Herman; et non content d'avoir assigné la véritable épycycloïde algébrique et rectifiable, il résolut directement et *a priori* le problème d'Offemburg, c'est-à-dire, qu'il donna la méthode générale pour déterminer les courbes rectifiables qu'on peut tracer sur la surface d'une sphère. Ensuite il proposa la même recherche à Maupertuis, comme au chef des géomètres français de ce temps-là, offrant d'ailleurs d'envoyer sa solution si on la désirait L'offre fut acceptée. Pendant que la solution de Bernoulli était en route, Maupertuis résolut aussi le problème; du moins il l'assure, ajoutant qu'il eut grand soin de bien faire constater sa découverte : précaution qui devint en effet d'autant plus nécessaire, que les deux

Ac. de Paris, 1732.

MAUPERTUIS, né en 1698, m. en 1759.

solutions sont entièrement les mêmes quant au fond.

Nicole donna dans le même temps la méthode pour trouver l'expression générale de la rectification des épycycloïdes sphériques, et pour déterminer ensuite les cas où ces courbes deviennent algébriques et rectifiables.

Clairaut, alors très-jeune et déjà connu avantageusement par ses *recherches sur les courbes à double courbure*, traita la question dans le même sens que Nicole; mais sa méthode porte un caractère particulier d'élégance qui a toujours distingué ses différens ouvrages.

CLAIRAUT, né en 1713, m. en 1765.

Ac. de Paris, 1734.

La Géométrie fit peu de temps après une autre acquisition très-importante. Clairaut considéra une classe de problèmes déjà ébauchée par Newton et les Bernoulli : il s'agissait de trouver des courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches, exprimée par une équation donnée. Il n'y aurait point de difficulté, si pour satisfaire à l'équation donnée, il était permis d'employer les branches de deux courbes; mais il faut ici que les branches appartiennent à une seule et même courbe, et alors le calcul est d'un genre nouveau et délicat. Dans cette recherche, Clairaut fit une observation qui est principalement digne d'attention : il y a des

questions de ce genre, qui admettent deux solutions, l'une immédiate et indépendante du calcul intégral, l'autre fondée sur ce calcul. La seconde, où l'on suppose qu'on ait eu soin d'introduire une constante arbitraire, devrait, ce semble, renfermer la première, en donnant à la constante toutes les valeurs dont elle est susceptible. Cependant il n'en est pas ainsi: quelque valeur qu'on donne à la constante, on ne tombe jamais dans la première solution. Cette espèce de paradoxe dans le calcul intégral, remarqué par Clairaut, le fut en même temps par Euler, comme on le voit dans sa *Mécanique*, qui parut en 1736, ainsi que les mémoires de l'académie des sciences de Paris, pour l'année 1734. Tel a été le germe de la fameuse théorie *des intégrales particulières* qu'Euler et plusieurs autres savans géomètres ont expliquée complétement. Il ne paraît pas que Clairaut ait donné de la suite à ses premières idées sur ce sujet.

---

## CHAPITRE VIII.

*Problème des tautochrones dans les milieux résistans. Réflexions générales sur les problèmes de pure théorie. Algèbre des sinus et des cosinus. Utilité des méthodes d'approximation, et en particulier des suites infinies.*

Le problème des tautochrones est remarquable dans l'histoire de la Géométrie, tant par sa nature singulière, que par les difficultés qu'il a fallu vaincre pour le résoudre. Il consiste, comme on sait, à trouver une courbe telle qu'un corps pesant descendant le long de sa concavité, arrive toujours dans le même temps au point le plus bas, de quelque point de la courbe qu'il commence à descendre. Huguens examinant les propriétés de la cycloïde, trouva qu'elle avait celle d'être la courbe tautochrone dans le vide; Newton reconnut, dans son livre *des Principes*, que la même courbe était aussi tautochrone, lorsque le corps, toujours soumis à l'action d'une pesanteur constante, éprouve de plus à chaque

Problème des tautochrones.

instant, de la part de l'air, ou du milieu dans lequel il se meut, une résistance proportionnelle à sa vîtesse : Euler et Jean Bernoulli déterminèrent, chacun de leur côté, la courbe tautochrone dans un milieu résistant comme le quarré de la vîtesse. Ces trois cas forment trois problèmes différens, pour chacun desquels on employa des méthodes différentes. Lorsque dans les deux premiers, le corps, après être descendu, remonte par la seconde branche de la cycloïde, il parcourt l'arc montant dans le même temps qu'il a parcouru l'arc descendant ; de sorte que toutes les oscillations, qui sont composées chacune d'une descente et d'une montée, se font dans le même temps. Mais, dans l'hypothèse de la résistance comme le quarré de la vîtesse, l'arc descendant tautochrone n'est pas le même que l'arc ascendant tautochrone, et il faut les chercher séparément. Ils se trouvent d'ailleurs exactement de la même manière, et par conséquent il suffit de considérer l'un ou l'autre.

Ac. de Péters. 1729.

Ac. de Paris, 1730.

Fontaine fit un grand pas dans cette théorie. Il imagina une méthode d'un tour vraiment original, par laquelle seule il résolut les trois cas proposés : il y en ajouta même un quatrième, où la résistance serait comme le

FONTAINE, né en 1705, m. en 1771.

Ac. de Paris, 1734.

quarré de la vîtesse, plus le produit de la vîtesse, par un coefficient constant. Et ce qui est très-remarquable, la tautochrone, dans ce quatrième cas, est la même que dans le troisième. L'esprit de cette méthode est de considérer les quantités variables, tantôt relativement à la différence de deux arcs voisins, tantôt relativement à l'élément d'un même arc : l'auteur emploie les différentielles de Leibnitz pour les variations de la première espèce, et les fluxions de Newton pour celles de la seconde. Taylor avait donné de l'ouverture pour cette méthode *Fluxio-differentielle :* Fontaine a eu avec lui une autre conformité, le défaut d'être obscur; mais tous deux ont été de profonds géomètres.

Euler, qui non content d'enrichir sans cesse la Géométrie de son propre fonds, a quelquefois refait les ouvrages des autres, et toujours en mieux, développa et mit dans le plus grand jour la méthode de Fontaine, en lui donnant d'ailleurs toutes les louanges qu'elle mérite. Il parcourt tous les cas déjà résolus : il en ajoute un autre qui les comprend tous, celui où la résistance est composée de trois termes, du quarré de la vîtesse, du produit de la vîtesse par un coefficient donné, et d'une quantité constante. La méthode de

Ac. de Péters. 1764.

Fontaine ne va pas plus loin. De plus, comme elle fait trouver la tautochrone indépendamment de la considération du temps, il restait encore à déterminer l'expression du temps que le corps emploie à parcourir un arc quelconque de la courbe : Euler a résolu ce nouveau problème, qui dépendait de l'intégration d'une équation différentielle très-compliquée.

Fontaine croyait tellement avoir épuisé la théorie des tautochrones, que dans le recueil de ses œuvres, publié en 1764, il dit, en parlant de sa solution de 1734, qu'après qu'elle eut paru, *on ne parla plus de ce problème :* heureusement on en a parlé encore. Ce n'était pas assez d'avoir trouvé les tautochrones dans certaines hypothèses de forces accélératrices : il fallait, en renversant le problème, donner les moyens de discerner quelles sont les hypothèses de forces accélératrices qui admettent le tautochronisme : deux grands géomètres ont fait cette découverte, et par-là ont ouvert un nouveau champ de problèmes sur cette matière.

Ac. de Berlin, 1765.

Lorsque les milieux sont rares, ou peu résistans, la recherche des tautochrones est plus facile. Euler a résolu avec beaucoup de simplicité et d'élégance, dans sa *Mécanique*,

plusieurs cas de cette nature, à quelques puissances de la vitesse que la résistance soit proportionnelle.

Les ennemis de la Géométrie, ou même ceux qui ne la connaissent qu'imparfaitement, regardent tous ces difficiles problèmes théoriques comme des jeux d'esprit qui absorbent un temps et des méditations qu'on pourrait mieux employer; mais ils ne font pas attention que rien n'est plus capable d'exciter et de développer toutes les forces de l'intelligence humaine; que l'esprit a ses besoins comme le corps, suivant l'expression de Fontenelle; et qu'enfin telle spéculation qui paraissait stérile au premier abord, finit par trouver son application, ou fait naître quelquefois, lorsqu'on s'y attend le moins, de nouvelles vues par rapport à des objets d'utilité publique. Laissons un libre essor au génie : que le géomètre cherche et contemple les vérités intellectuelles, tandis que le poëte peint les passions du cœur, ou les beautés de la nature.

Utilité générale des problèmes théoriques.

Autant cette faculté d'inventer dans les sciences a d'attraits pour ceux qui les cultivent, autant ils évitent un travail matériel qui n'aboutirait à aucun résultat nouveau et utile. De-là, lorsqu'on est parvenu à vaincre

Pratique des inventeurs dans les sciences.

toutes les difficultés analitiques d'un problème abstrait, on achève rarement le calcul ; on se contente pour l'ordinaire de l'indiquer clairement ; ou, dans les cas qui l'exigent, on le rappelle à certaines formules qui échappent à une analise rigoureuse, comme la quadrature du cercle, l'équation de Riccati, etc. : quand on est arrivé à ce point, on regarde le problème comme résolu. Mais lorsqu'on veut appliquer les formules de l'Analise aux sciences physico-mathématiques, où toutes les quantités doivent être finalement exprimées en nombres, on ne peut pas se dispenser d'effectuer entièrement les calculs analitiques ; et alors on a très-souvent besoin de méthodes qui servent à les abréger, soit qu'ils aboutissent à des résultats algébriques, soit qu'ils contiennent des expressions dont on ne peut déterminer les valeurs que par approximation.

Avantage de l'Algèbre des sinus et des cosinus.

L'Algèbre des sinus et des cosinus, due principalement à Euler, est un de ces moyens d'abréviation auquel toutes les parties des Mathématiques, et surtout l'Astronomie physique, ont des obligations inappréciables. Par la combinaison des arcs, sinus, cosinus, et de leurs différentielles, on obtient des formules qui se soumettent facilement, en plusieurs cas, aux méthodes d'intégration ;

ce qui mène à la solution d'une foule de problèmes que l'on serait forcé d'abandonner par la longueur ou la difficulté des calculs, si on voulait employer les arcs, les sinus et les cosinus, sous leur forme ordinaire, ou même sous la forme exponentielle.

Utilité des méthodes d'approximation.

Au défaut des solutions rigoureuses, on est forcé de recourir aux méthodes d'approximation, et on leur doit en grande partie le succès des Mathématiques pratiques. La théorie des suites infinies est le principal fondement de toutes ces méthodes. Il y a souvent beaucoup d'art et de difficulté à former les séries propres à résoudre, d'une manière prompte et suffisamment approchante de la vérité, les questions qui y donnent lieu. Les Anglais, tels que Newton, Wallis, Stirling, etc., ont fort cultivé cette belle branche de l'Analise; mais personne ne l'a poussée aussi loin que l'a fait Euler; personne n'a autant sommé de suites curieuses, n'a autant appliqué ce moyen à la solution d'une multitude de problèmes délicats et importans. Les recueils des académiciens de Pétersbourg et de Berlin, et de ses ouvrages particuliers, sont pleins de ses découvertes en ce genre, que l'on regarde comme l'un des principaux monumens de son génie.

## CHAPITRE IX.

*Suite. Progrès des méthodes pour intégrer les équations différentielles. Nouveaux pas du problème des isopérimètres. Calcul intégral aux différences partielles.*

Conditions d'intégrabilité des équations différentielles.

IL manquait à la théorie des équations différentielles la connaissance de quelque propriété générale qui pût servir à diriger les méthodes d'intégration. Depuis le problème des chaînettes, d'où cette théorie a commencé à prendre corps, on avait intégré un grand nombre d'équations différentielles de tous les ordres; mais autant de cas particuliers, autant de méthodes particulières : on n'arrivait souvent au but que par une espèce de tâtonnement qui pouvait bien faire admirer le génie et la sagacité de l'analiste, mais qui, après tout, ne donnait aucune ouverture pour des problèmes d'un autre genre. Les géomètres désiraient donc un signe, un caractère par lequel on pût reconnaître si une équation, dans l'état où elle se présente, est immédiatement intégrable, ou si elle a besoin de

quelque préparation pour le devenir. On sent en effet combien une telle connaissance doit épargner de fausses tentatives de calcul. L'Allemagne et la France partagent la gloire d'avoir fait cette belle découverte pour les équations différentielles du premier ordre. Euler, Fontaine et Clairaut y parvinrent chacun de leur côté, à peu près dans le même temps, ou du moins sans s'être donné mutuellement aucun secours. Cependant la justice ne permet pas de taire qu'Euler a porté les premiers coups : dans sa *Mécanique* publiée en 1736, il emploie une équation dépendante de cette théorie ; mais il n'en a donné la démonstration que dans les mémoires de l'académie de Pétersbourg, pour l'année 1734, publiés en 1740. Or, les recherches de Fontaine et de Clairaut sont de l'année 1739; de sorte qu'ils ne pouvaient pas alors connaître celles d'Euler.

Tom. II, p. 40

Ac. de Paris, 1739 et 1740.

Le même Euler ayant trouvé dans la suite les conditions d'intégrabilité pour les équations différentielles des ordres plus élevés, les fit transmettre à Condorcet, mais sans y ajouter les démonstrations. Ce dernier non-seulement les découvrit par une voie très-directe et très-simple, mais il donna une nouvelle extension à cette théorie : premier essai d'un grand talent pour l'Analise, auquel on

An 1763.

CONDORCET, né en 1743, m. en 1794.

regrettera éternellement que l'auteur ne se soit pas livré tout entier, tant pour son propre bonheur, que pour l'avancement des sciences. Tout le monde sait que Condorcet s'étant jeté dans les dissensions politiques de la révolution française, fut obligé de se donner la mort pour éviter l'échafaud.

Problème des isopérimètres considéré dans le sens le plus étendu.

Le problème des isopérimètres, tant agité entre les frères Jacques et Jean Bernoulli, reparaissait encore de temps en temps sur la scène, soit par de nouvelles applications, soit par les tentatives que les géomètres faisaient pour en simplifier les solutions générales. Parmi ceux qui s'en sont occupés, il faut principalement distinguer Euler. Je passe sous silence ses premiers essais, imprimés dans les recueils de l'académie de Pétersbourg: je viens tout de suite à son fameux livre : *Methodus inveniendi lineas curvas maximi, minimive proprietate gaudentes*, publié en 1744. L'auteur distingue deux sortes de *maxima* ou de *minima*, les uns absolus, les autres relatifs. Les *maxima* ou les *minima* sont absolus, lorsque la courbe jouit sans restriction d'une certaine propriété de *maximum* ou de *minimum*, entre toutes les courbes correspondantes à une même abscisse : telle est la courbe de la plus vite descente. Les *maxima* ou les *minima* sont relatifs,

lorsque la courbe qui doit jouir d'une certaine propriété de *maximum* ou de *minimum*, doit de plus satisfaire à une autre condition, comme, par exemple, d'être égale en contour à toutes les courbes terminées avec elle à deux points donnés : tel est le cercle qui a la propriété d'enfermer le plus grand espace entre toutes les courbes d'égal contour. Les méthodes qu'Euler emploie pour résoudre tous ces problèmes sont très-simples, et ont toute la généralité qu'on peut exiger. Il a trouvé et démontré le premier à ce sujet un théorème de la plus haute importance : c'est que les problèmes de la seconde classe peuvent toujours être rappelés à ceux de la première, en multipliant les deux expressions qui représentent les deux conditions de la courbe, par des coefficiens constans, ajoutant ensemble les deux produits, et supposant que la somme forme un *maximum* ou un *minimum*. L'ouvrage d'Euler contient une foule d'applications curieuses où l'on voit briller partout la plus profonde science du calcul, et la plus grande élégance dans les solutions : sous ce point de vue, il a toute la perfection possible dans l'état actuel de l'Analise ; mais les solutions générales ont été encore simplifiées et soumises à des calculs faciles au moyen de

Ac. de Péters. 1764.

la méthode des *variations*, qu'Euler lui-même a adoptée daus la suite, et qu'il a développée dans plusieurs mémoires particuliers et dans un appendix au troisième volume de son traité de calcul intégral. Enfin, il a rappelé ce genre de calcul au calcul intégral ordinaire.

Ac. de Péters. 1771.

Calcul intégral aux différences partielles.

D'ALEMBERT, né en 1717, m. en 1783.

Il se fit, vers le milieu du siècle passé, une nouvelle découverte analitique, dont l'étendue et les applications n'ont point de bornes. On la doit, au moins en partie, à l'illustre d'Alembert, l'un des hommes qui font le plus d'honneur à la France comme géomètre du premier ordre, et on peut ajouter comme auteur de la belle préface de l'*Encyclopédie*. Je veux parler de cette branche du calcul intégral, qu'on appelle aujourd'hui *le calcul intégral aux différences partielles*. La nature de cet ouvrage ne me permet pas d'en donner ici une idée bien nette à mes lecteurs : je me contenterai de dire que ce genre de calcul a pour objet de trouver une fonction de plusieurs variables, lorsque l'on connaît la relation des coefficiens qui affectent les différentielles des quantités variables dont cette fonction est composée. Supposons, par exemple, une équation différentielle du premier ordre, à trois variables : dans les problèmes du calcul intégral ordinaire, les

coefficiens différentiels sont donnés immédiatement par les conditions de la question; et alors il s'agit d'intégrer l'équation, ou exactement quand cela se peut; ou en la multipliant par un facteur; ou en séparant les indéterminées; ou enfin par les méthodes d'approximation : on arrive par l'un quelconque de ces moyens à une équation finie qui renferme une constante arbitraire. Mais si dans l'équation différentielle proposée, les coefficiens différentiels sont primitivement donnés, la méthode qu'il faut employer pour trouver l'équation finie appartient au calcul intégral aux différences partielles. Cette équation renferme une fonction arbitraire de l'une des trois variables, et peut contenir de plus une constante arbitraire comprise dans la fonction. Il y aurait des fonctions arbitraires de deux variables, si l'équation différentielle primitive était du second ordre. En général, les opérations du calcul intégral aux différences partielles amènent les fonctions arbitraires, de la même manière, et en même nombre, que les intégrations ordinaires amènent les constantes arbitraires.

On trouve quelques vestiges de ce nouveau genre de calcul dans un mémoire d'Euler, Ac. de Péters. que j'ai déjà cité sous la date de l'année 1734. 1734.

9.

L'ouvrage de d'Alembert, *sur la cause générale des vents*, en contient des notions un peu plus développées. Le même géomètre est le premier qui l'ait employé d'une manière explicite, quoiqu'un peu trop assujétie au calcul intégral ordinaire, dans la solution générale du problème des cordes vibrantes.

Problème des cordes vibrantes, résolu par Taylor, dans un cas limité, généralisé par d'Alembert.

Taylor avait déterminé dans son livre: *Methodus incrementorum*, la courbe que forme une corde vibrante, tendue par un poids donné, en supposant, 1°. que la corde, dans ses plus grandes excursions, s'éloigne peu de la direction rectiligne de l'axe; 2°. que tous ses points arrivent en même temps à l'axe. Il trouva que cette courbe est une trochoïde très-allongée; ensuite il assigna la longueur du pendule simple qui fait ses oscillations dans le même temps que la corde vibrante fait les siennes. C'était alors un problème nouveau et original. Plusieurs autres géomètres l'ont traité suivant les mêmes données. La première supposition, que les excursions de la corde de part et d'autre de l'axe demeurent toujours fort petites, est suffisamment conforme à l'état physique des choses; d'ailleurs, elle est la seule qui donne de la prise au calcul, même dans l'état actuel de l'Analise. Quant à la seconde, que tous les

points de la corde arrivent en même temps à l'axe, elle est absolument précaire, et il fallait délivrer le problème de cette limitation. D'Alembert a trouvé une solution qui en est indépendante. Il a déterminé directement et *a priori* la courbe que forme à chaque instant une corde vibrante, sans faire d'autre supposition, sinon que dans ses plus grands écarts elle s'éloigne peu de l'axe. La nature de cette courbe est d'abord exprimée par une équation du second ordre, dont un membre est la différentielle seconde de l'ordonnée, prise en faisant varier seulement le temps, et supposant sa différentielle constante; l'autre membre est la différentielle seconde de l'ordonnée, prise en faisant varier seulement l'abscisse, et supposant sa différentielle constante. De-là, en satisfaisant successivement à ces deux conditions, on remonte à une équation finie, de telle nature que l'ordonnée a pour valeur l'assemblage de deux fonctions arbitraires, l'une de la somme de l'abscisse et du temps, l'autre de leur différence. On voit qu'au moyen de cette équation, deux quelconques des trois variables, l'ordonnée, l'abscisse et le temps, étant données, on connaîtra la troisième et toutes les circonstances du mouvement de la corde.

Ac de Berlin. 1747.

Euler, frappé de la beauté de ce problème, s'en est occupé pendant très-long-temps, et il y est revenu à plusieurs reprises dans les mémoires des académies de Berlin, de Pétersbourg et de Turin. Malgré la conformité qui se trouvait entre les résultats des deux grands géomètres que je viens de citer, ils eurent ensemble une longue dispute sur l'étendue qu'on pouvait donner aux fonctions arbitraires qui entrent dans l'équation de la corde vibrante. D'Alembert voulait que la courbure initiale de la corde fût assujétie à la loi de continuité : Euler la croyait absolument arbitraire, et introduisait dans le calcul des fonctions discontinues. D'autres géomètres ont pensé que cette discontinuité des fonctions pouvait être admise, mais qu'elle devait être soumise à une loi, et qu'il fallait que trois points consécutifs de la courbure initiale appartinssent toujours à une courbe continue. Mais jusqu'ici il ne paraît pas que personne ait donné des preuves entièrement démonstratives de son opinion ; et il ne faut pas s'en étonner. Cette question tient à des idées métaphysiques ; et les problèmes de Mécanique, ou de pure Analise, auquel on a appliqué ce nouveau genre de calcul, n'ont encore fourni aucun moyen de discerner celle de ces opinions

Années 1748, 1753, 1760, etc.

qui donnait des résultats conformes ou contraires à des vérités déjà reconnues et avouées universellement.

Sans prendre aucun parti dans cette dispute, le célèbre Daniel Bernoulli donna les plus grandes louanges aux calculs de d'Alembert et d'Euler; mais en même temps il entreprit de faire voir que la corde vibrante forme toujours, ou une trochoïde simple telle que la théorie de Taylor la donne, ou un assemblage de ces trochoïdes; et que toutes les courbes déterminées par d'Alembert et Euler ne pouvaient être admises, et n'étaient réellement applicables à la nature, qu'autant qu'elles étaient réductibles à une pareille forme. Cette discussion lui donna lieu d'approfondir la formation physique du son, que l'on ne connaissait alors que très-imparfaitement; il explique par exemple, avec toute la netteté possible, comment une corde mise en vibration, ou en général un corps sonore quelconque, peut rendre à la fois plusieurs sons différens composant un même système. Mais en admirant son adresse à simplifier le sujet, et à prêter l'appui de l'expérience à ses raisonnemens, les géomètres conviennent que sa solution est moins générale et moins parfaite que celles de ses deux rivaux. En effet, ces dernières

Ac. de Berlin. 1753.

(quelque étendue qu'on veuille leur attribuer) sont fondées sur un genre de calcul incontestable, et elles contiennent comme un cas particulier la solution générale de Daniel Bernoulli. J'en dis autant relativement au problème de la propagation du son, qui est de même nature que celui des cordes vibrantes, et auquel Euler et Daniel Bernoulli ont également appliqué chacun leurs méthodes particulières.

Les différens points de vue sous lesquels Euler a envisagé et présenté le calcul intégral aux différences partielles, ont fixé sa véritable nature, et fait connaître les applications dont il est susceptible dans une foule de problèmes physico-mathématiques. Enfin, il en a développé à fond la méthode, et donné l'algorithme, dans un excellent mémoire intitulé : *Investigatio functionum ex data differentialium conditione*. En conséquence, quelques géomètres regardent Euler, sinon comme le seul, au moins comme le principal inventeur du calcul dont il s'agit ; mais il ne faut pas oublier que d'Alembert en a fait le premier une application importante et originale, qui a donné des ouvertures à Euler, comme il en convient lui-même. S'il m'est permis de dire mon avis, je crois que ces deux hommes

Ac. de Pétersb. 1762.

illustres ont à peu près un droit égal à la gloire d'une si belle découverte.

A mesure qu'on a approfondi ce nouveau calcul, et qu'on en a reconnu l'utilité, on s'est appliqué à le cultiver avec d'autant plus d'ardeur, qu'il offre un champ immense de recherches. Quelques géomètres de notre temps y ont déjà obtenu des succès brillans. Une nouvelle gloire couronnera de nouveaux efforts. Si la carrière devient tous les jours plus étroite, et si, en y avançant, l'empreinte des pas paraît moins étendue ou moins profonde, les vrais juges en ces matières savent proportionner leur estime à la résistance vaincue, ou à l'utilité des découvertes; et cette estime est la plus digne récompense que puisse ambitionner l'homme qui la mérite.

---

## CHAPITRE X.

### *De quelques ouvrages sur l'Analise.*

Je n'ai pas voulu interrompre l'histoire des nouveaux calculs par le recensement des ouvrages particuliers qui ont paru en très-grand nombre dans cette quatrième Période, tant sur l'Analise des quantités finies que sur celle des quantités infiniment petites : je vais maintement parcourir rapidement les principaux de ces ouvrages relatifs à l'Analise infinitésimale, ou comme traités immédiats, ou du moins comme traités préparatoires. Je me borne toujours aux auteurs morts.

Nous avons déjà remarqué que l'Analise des infiniment petits du marquis de l'Hopital est le premier ouvrage où le calcul différentiel ait été expliqué en détail. On l'a appelé pendant long-temps le bréviaire des jeunes géomètres. Aux notions générales que j'en ai données, j'ajouterai ici qu'indépendamment de la théorie des tangentes, et des *maxima* et des *minima*, qui faisait le principal objet

du calcul différentiel, l'auteur a résolu une foule d'autres problèmes alors difficiles et intéressans. Quelques-uns de ces problèmes étaient nouveaux ; les solutions des autres avaient été données sans analise et sans démonstrations. Le marquis de l'Hopital dévoila tous ces mystères, et rendit par-là aux sciences un des plus importans services qu'elles aient jamais reçu. Par exemple, dans les sections VI et VII, il explique, de la manière la plus complète et la plus claire, toute la théorie des caustiques par réflexion et par réfraction, courbes fameuses que Tschirnaus avait indiquées aux géomètres, et dont Jacques Bernoulli s'était contenté d'énoncer les principales propriétés. La section VIII est employée à la recherche des lignes droites ou courbes qui touchent une infinité de lignes données, droites ou courbes : sujet curieux en lui-même, et renfermant des questions applicables à la balistique. Dans la section IX, l'auteur expose la fameuse règle pour trouver la valeur d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur s'évanouissent en même temps. La X$^{eme}$, et dernière section présente le calcul différentiel sous un nouveau point de vue ; d'où le marquis de l'Hopital déduit les méthodes de Descartes et de Hudde pour les tangentes. Cet

objet, traité avec la même exactitude et la même clarté que les autres, ne peut avoir aujourd'hui d'autre utilité que d'exercer les jeunes géomètres.

Le marquis de l'Hopital laissa en mourant un ouvrage manuscrit sur la théorie générale et les propriétés particulières des *sections coniques*, dont on donna une édition en 1707. Quoique cet ouvrage soit traité entièrement par l'Analise cartésienne, il mérite d'être distingué, soit par la richesse même du fond, soit parce qu'il a ouvert le champ à quelques problèmes où l'Analise infinitésimale était nécessaire. Il est compté dans le petit nombre des livres classiques.

Il fut bientôt suivi d'un autre ouvrage d'une utilité encore plus grande, du moins en France: de *l'Analise démontrée* du P. Reyneau, publiée pour la première fois en 1708. L'auteur s'est proposé deux objets : l'un de démontrer et d'éclaircir plusieurs méthodes d'Algèbre pure; l'autre d'exposer, suivant le même esprit, les élémens du calcul différentiel et du calcul intégral. Il s'étend peu sur le calcul différentiel, suffisamment connu par le livre du marquis de l'Hopital; il s'est attaché principalement à développer les élémens du calcul intégral, qui ne faisait, pour ainsi dire, que de naître.

Il a été pendant long-temps le seul guide que les commençans eussent parmi nous pour s'instruire dans les nouveaux calculs : on l'appelait l'Euclide de la haute Géométrie. Mais insensiblement, en conservant l'estime due à l'auteur, on a oublié le livre, qui a été effacé par d'autres ouvrages plus savans et plus complets, fruits du progrès des sciences.

La méthode des infiniment petits, que le marquis de l'Hopital et le P. Reyneau avaient adoptée, était sujette à quelques difficultés que ces auteurs avaient éludées, ou n'avaient pas suffisamment éclaircies. Ce n'était qu'à force de la présenter, de l'appliquer à de nouveaux usages, et de faire remarquer dans l'occasion la conformité des résultats qu'elle donnait, avec ceux des anciennes méthodes, qu'on était enfin parvenu à la faire recevoir universellement, comme aussi certaine et aussi exacte que toutes les autres théories géométriques. Cependant elle laissait encore quelques nuages dans l'esprit de ceux qui n'en pénétraient pas assez les vrais principes. Qu'on me permette de citer à ce sujet un petit trait qui me regarde. Lorsque je commençais à étudier le livre du marquis de l'Hopital, j'avais de la peine à concevoir qu'on pût négliger absolument, sans erreur

quelconque, une quantité infiniment petite, en comparaison d'une quantité finie. Je confiai mon embarras à un fameux géomètre, qui me répondit : *Admettez les infiniment petits comme une hypothèse, étudiez la pratique du calcul, et la foi vous viendra.* La foi est venue en effet : je me suis convaincu que la métaphysique de l'Analise infinitésimale est la même que celle de la méthode d'exhaustion des anciens géomètres.

FONTAINE.

On a souvent renouvelé la même objection contre la prétendue inexactitude des nouveaux calculs. En 1734, il parut en Angleterre une lettre intitulée l'*Analiste*, dans laquelle l'auteur, homme d'un mérite très-distingué à d'autres égards, représentait la méthode des fluxions comme pleine de mystères, et comme fondée sur de faux raisonnemens. On ne pouvait anéantir pour toujours ces étranges imputations, qu'en établissant cette théorie sur des principes tellement certains, tellement évidens, qu'aucun homme raisonnable et instruit ne pût refuser de les admettre. Maclaurin entreprit cette tâche difficile et nécessaire. Il publia en 1742 son *Traité des fluxions*, où il démontre les principes de ce calcul, en toute rigueur, et à la manière des anciens géomètres, qu'on n'a jamais accusés de relâchement

MACLAURIN, né en 1698, m. en 1746.

dans le choix et la solidité des preuves. Cette méthode synthétique est un peu prolixe, et quelquefois fatigante à suivre; mais elle jette dans l'esprit une lumière et une satisfaction qu'on ne saurait acheter trop chèrement. Après avoir bien assuré sa marche, Maclaurin offre à la curiosité du lecteur une foule de très-beaux problèmes de Géométrie, de Mécanique et d'Astronomie, dont quelques-uns sont nouveaux; tous sont résolus avec une élégance remarquable par le choix des moyens que l'auteur emploie. Ces avantages placent le livre de Maclaurin au nombre des productions de génie qui honorent l'auteur et l'Ecosse sa patrie. On l'a traduit dans notre langue; et plusieurs mathématiciens français, devenus célèbres dans la suite, l'ont pris pour guide dans leurs études de la nouvelle Géométrie.

En donnant ainsi à cet excellent ouvrage tous les éloges qu'il mérite, en reconnaissant que Maclaurin a contribué plus que personne à nourrir le feu sacré de l'ancienne Géométrie parmi les Anglais, qui se font un point d'honneur particulier de le conserver soigneusement, nous ne pouvons pas dissimuler que même à l'époque où le traité des fluxions parut, la partie analitique en était incomplète à plusieurs égards. Cependant l'Analise, à laquelle

il ne faut pas donner une prédilection exclusive, est la véritable clef de tous les grands problèmes de Mécanique et d'Astronomie physique, qu'on tenterait vainement de résoudre par la synthèse. Il était donc à désirer qu'on rassemblât en corps de doctrine usuelle toutes les découvertes dont les géomètres avaient enrichi et continuaient d'enrichir la science analitique.

Cette gloire était réservée à Euler. Outre qu'il a étendu et perfectionné toutes les parties de l'Analise dans les innombrables mémoires qui existent de lui parmi ceux des académies de Pétersbourg et de Berlin, et dans plusieurs autres recueils, il a publié à ce sujet des ouvrages particuliers, spécialement adaptés à l'instruction des lecteurs de tous les ordres. Un des premiers et des plus importans est le livre : *Methodus inveniendi lineas curvas maximâ minimâve proprietate gaudentes*, dont j'ai donné une notion suffisante. A la suite de ce traité, on trouve une savante théorie de la courbure des lames élastiques, et un mémoire où l'auteur détermine, par la méthode *de maximis et minimis*, le mouvement des projectiles dans un milieu non résistant, première application importante de cette méthode à la classe des

problèmes de Mécanique susceptibles de solutions par la théorie des causes finales.

*L'Introduction à l'Analise des infinis*, An 1748.
ouvrage plus élémentaire du même auteur, contient en deux livres les connaissances d'Analise pure et de Géométrie, nécessaires pour la parfaite intelligence des calculs différentiel et intégral. Euler explique dans le premier tout ce qui regarde les fonctions algébriques ou transcendantes, leurs développemens en séries, la théorie des Logarithmes, celle de la multiplication des angles, la sommation de plusieurs suites très-curieuses et d'une profonde recherche, la décomposition des équations en facteurs trinomes, etc. Dans le second livre, l'auteur commence par établir les principes généraux de la théorie des courbes géométriques et de leur division en ordres, classes et genres; ensuite il applique en détail ces principes aux sections coniques, dont toutes les propriétés sont ici déduites de leur équation générale. Il finit par une théorie très-élégante des surfaces des corps géométriques : il apprend à trouver les équations de ces surfaces, en les rapportant à trois coordonnées perpendiculaires entr'elles; il les divise en ordres, classes et genres, comme il a fait pour les simples courbes tracées sur un

plan, etc. Tous ces objets sont traités avec une clarté et une méthode qui en facilitent l'étude, au point que tout lecteur médiocrement intelligent peut les suivre de lui-même et sans aucun secours étranger.

Enfin, Euler a rassemblé en cinq ou six volumes in-4°. toute la science du calcul différentiel et du calcul intégral. Les richesses de l'art auparavant connues, un plus grand nombre de théories absolument nouvelles, sont ici présentées et développées de la manière la plus lumineuse et la plus instructive, et sous cette forme originale et commode que l'auteur a fait prendre à toutes les parties des hautes Mathématiques. La réunion de ces divers traités compose le plus vaste et le plus beau corps de science analitique que l'esprit humain ait jamais produit. Tous les géomètres qui ont été à portée de lire ces ouvrages, y ont puisé des connaissances, et quelques-uns même se sont fait honneur des méthodes qu'on y trouve. Si le P. Reyneau a pu être appelé un moment, et par exagération, l'Euclide de la haute Géométrie, on peut dire avec vérité qu'Euler est cet Euclide, et même ajouter qu'il est très-supérieur à l'ancien, par le génie et la fécondité.

Je ne dois pas oublier de citer avec distinction

Cramer parmi les bienfaiteurs de la nouvelle Géométrie. Son *Introduction à l'Analise des lignes courbes algébriques*, est le traité le plus complet qui existe sur cette matière. L'auteur ne laisse rien à désirer sur la théorie des branches infinies des courbes, sur leurs points multiples, et en général sur tous les symptômes qui servent à les caractériser. Il était contemporain de Daniel Bernoulli et d'Euler, élève comme eux de Jean Bernoulli. Il a fort approché de tous ces grands hommes. On lui doit un excellent *Commentaire* sur les œuvres de Jacques Bernoulli.

CRAMER, né en 1704, m. en 1752.

En 1768, les P. P. minimes Le Seur et Jacquier publièrent un *traité de calcul intégral*: ouvrage un peu prolixe et manquant quelquefois de méthode, mais dans lequel on trouve cependant plusieurs choses nouvelles et intéressantes, comme, par exemple, un développement très-clair du traité *des Quadratures* de Newton.

LE SEUR, m en 1770.

JACQUIER, m. en 1788.

L'art d'éliminer les inconnues, ou de réduire les équations d'un problème au plus petit nombre possible, est une partie essentielle de l'Analise. Plusieurs géomètres s'en sont occupés. Cramer l'avait déjà fort étendue et simplifiée. Bezout en a fait l'objet d'un savant traité, où il a porté la matière beaucoup plus loin qu'elle ne l'avait été.

BEZOUT, né en 1730, m. en 1783.

COUSIN, né en 1739, m. en 1801.

Les sciences ont perdu en dernier lieu Cousin, qui a donné plusieurs ouvrages, et en particulier un traité de calcul intégral. On reproche un peu d'obscurité et de désordre à ce traité; mais on convient d'ailleurs qu'il est très-savant, et qu'il contient plusieurs choses nouvelles, principalement sur l'intégration des équations aux différences partielles.

## CHAPITRE XI.

### *Progrès de la Mécanique.*

La Mécanique est fondée sur un petit nombre de principes généraux, et quand ils sont une fois trouvés, toutes les applications qu'on en peut faire appartiennent proprement à la Géométrie ; mais ces applications, surtout dans les problèmes relatifs au mouvement, demandent souvent beaucoup de sagacité, et forment une science particulière que les modernes ont poussée très-loin, avec le secours de l'Analise infinitésimale.

Depuis qu'Archimède avait posé la base de la Statique, il n'était pas difficile de reconnaître les conditions de l'équilibre pour chaque cas particulier, et elles avaient dirigé l'esprit d'invention dans une foule de machines; mais on ne les avait pas encore rappelées à un principe général et uniforme. Varignon entreprit et exécuta ce plan de réunion, par la théorie des mouvemens composés. Il en donna quelques essais dans son *Projet d'une nouvelle Mécanique;* ensuite il épuisa, pour ainsi dire, toutes les combinaisons de l'équilibre des machines,

Statique.

En 1687.

En 1725. dans sa *Mécanique générale*, publiée seulement après sa mort. Cet ouvrage, que j'ai déjà cité, est très-prolixe et très-fatigant à lire; mais il est recommandable par la clarté de détail.

Varignon a inséré dans le second volume les premières notions du fameux principe des *vitesses virtuelles*, d'après une lettre qui lui fut écrite par Jean Bernoulli en 1717. On appelle *vitesse virtuelle* d'un corps l'espace infiniment petit que ce corps, sollicité au mouvement, tend à parcourir dans un instant, et le principe dont il s'agit, appliqué à l'équilibre, peut s'énoncer ainsi en général : *Soit un système quelconque de petits corps poussés ou tirés par des puissances quelconques et se faisant équilibre; qu'on imprime un petit mouvement à ce système, de manière que chaque corps parcoure un espace infiniment petit, qui exprime sa vitesse virtuelle : la somme des produits des puissances multipliées chacune par le petit espace que parcourt le corps auquel elle est appliquée, sera toujours égale à zéro, en soustrayant les mouvemens dans un sens, des mouvemens dans le sens opposé.* Varignon fait l'application de ce principe à l'équilibre de toutes les machines simples.

En 1695, La Hire donna un *traité de Méca-*

*nique*, dont l'objet général est, comme celui de Varignon, l'équilibre des machines. Il contient de plus diverses applications des machines aux Arts, dans lesquels l'auteur était fort versé. A la suite de cet ouvrage, est un traité *des épycycloïdes et de leur usage dans les Mécaniques*. La Hire démontre que les dents des roues destinées à communiquer le mouvement par des engrenages, doivent avoir la figure d'épycycloïdes, dont il détermine les propriétés et les dimensions. Cette théorie est très-belle, et devrait lui faire un grand honneur; mais Leibnitz, dans ses lettres à Jean Bernoulli, assure qu'elle appartient à Roëmer, qui la lui avait communiquée plus de vingt années avant que le livre de La Hire parût.

LA HIRE, né en 1640, m. en 1718.

Tom. I, p. 347.

Si on pouvait soupçonner Leibnitz de quelque partialité en faveur de Roëmer, on serait bientôt arrêté par le peu de vraisemblance, que La Hire, géomètre d'un savoir assez commun, ait fait une telle découverte : en effet, on ne remarque aucun autre trait de génie dans sa *Mécanique;* on y rencontre au contraire un paralogisme grossier (et peut-être n'est-il pas le seul) au sujet de l'isochronisme de la cycloïde. L'auteur voulant démontrer (Prop. CXX) qu'un corps pesant, qui descend le long d'une cycloïde renversée,

arrive toujours dans le même temps au point le plus bas, de quelqu'endroit qu'il ait commencé à descendre, emploie un raisonnement d'où il conclut que le temps de la descente par la demi-cycloïde renversée est double du temps de la chute par le diamètre vertical du cercle générateur : proposition fausse ; car on sait, par les démonstrations incontestables de Huguens, et on peut s'en assurer de plusieurs autres manières, que le premier temps est au second, comme la demi-circonférence du cercle est à son diamètre. Le paralogisme de La Hire vient d'avoir pris pour principe, que si l'on a une suite de *proportions quelconques*, la somme de tous les premiers antécédens est à la somme de tous les premiers conséquens, comme la somme de tous les seconds antécédens est à la somme de tous les seconds conséquens ; ce qui n'est vrai que dans le seul cas où toutes les proportions, d'ailleurs *quelconques*, sont composées de rapports *égaux*.

Il a paru un très-grand nombre d'autres traités élémentaires de Mécanique statique : mon plan ne me permet pas d'en donner l'Analise ; une simple nomenclature serait inutile. Je me contenterai de citer la Mécanique de Camus, comme un ouvrage fort estimable par la clarté et la rigueur des démonstrations.

CAMUS, né en 1699, m. en 1768.

L'auteur expose, entr'autres objets, toute la théorie des roues dentées, avec beaucoup d'exactitude et de méthode. Il n'était pas un géomètre bien profond; mais il avait l'esprit très-juste, et très-exercé à la méthode synthétique des anciens, dont il faisait avec raison le plus grand cas. Il a résolu par cette voie le problème de mettre en équilibre, entre deux plans inclinés, une baguette chargée d'un poids en un endroit quelconque de sa longueur. Ce problème est très-facile à la vérité par la méthode analitique; mais il conduit à un calcul un peu long. La solution synthétique de Camus mérite attention par sa simplicité et son élégance : avantage que la synthèse a quelquefois sur l'Analise, et qu'il ne faut pas négliger dans l'occasion.

La description des machines inventées depuis environ un siècle, en se bornant même aux plus ingénieuses, ou aux plus utiles, demanderait un grand ouvrage à part. Si elle était de mon sujet, je n'oublierais pas la machine à feu qu'on doit mettre au premier rang des productions du génie des Mécaniques. Disons seulement que cette machine a pour force mouvante la vapeur de l'eau alternativement dilatée et condensée, et que son mouvement s'opère par des moyens mécaniques à peu près de

même nature que ceux des montres ou des horloges. Il paraît que la force de la vapeur de l'eau n'a commencé à être connue que par les expériences du duc de Worcester, en Angleterre, vers l'an 1660. Ensuite Papin, médecin français, ayant approfondi davantage la nature de cet agent par son fameux *digesteur*, construisit, en 1698, la première machine à feu qu'on ait vue : elle était très-imparfaite ; mais elle fit naître celle du capitaine Saveri, qui est fort supérieure, et qui a été suivie elle-même de plusieurs autres encore plus parfaites. Aujourd'hui, il existe des machines à feu dans tous les pays de l'Europe, pour divers services. Je reprends la théorie générale de la Mécanique.

Examen du principe du parallélogramme des forces dans la Statique.

Depuis que l'on avait commencé à appliquer le principe du parallélogramme des forces à la Statique, on ne s'était pas avisé d'en examiner le fondement avec trop de rigueur. Tous les géomètres s'étaient d'abord accordé à reconnaître que si un corps est poussé tout à la fois par deux forces, capables de lui faire parcourir séparément, et dans le même temps, les côtés d'un parallélogramme, il parcourait la diagonale par leur action conjointe. Ensuite on étendit la même loi aux simples forces de *pression* : on conclut que deux forces de cette dernière espèce étant représentées par les côtés

d'un parallélogramme, leur résultante était représentée par la diagonale. Mais Daniel Bernoulli ne trouvant pas assez de liaison et d'évidence dans le passage d'un cas à l'autre, démontra la seconde proposition d'une manière immédiate, et indépendante de toute considération du mouvement composé. Plusieurs autres géomètres, et en particulier d'Alembert, l'ont également démontrée, par diverses méthodes plus ou moins composées. Malheureusement toutes ces démonstrations sont trop longues, trop embarrassantes, pour pouvoir trouver commodément place dans les traités élémentaires de Statique; mais du moins elles existent dans les écrits des géomètres, comme les garans multipliés d'une vérité dont on a d'ailleurs la preuve par d'autres moyens plus simples et plus appropriés aux besoins ordinaires des commençans.

Acad. Pétrop. 1726.

J'ai déjà parlé des problèmes de la chaînette, de la voile enflée par le vent, de la courbe élastique, etc., en rendant compte des progrès de l'Analise infinitésimale, auxquels ils ont immédiatement contribué. Ces problèmes, et plusieurs autres de même nature, furent encore résolus par Daniel Bernoulli, Euler, Herman, etc., mais avec de nouvelles extensions, de nouvelles difficultés qui augmentaient

Problèmes relatifs à la Statique.

Acad. Pétrop. 1728, etc.

la gloire du succès et le domaine de la science.

Mécanique du mouvement.

La théorie générale des mouvemens variés ouvrit un champ nouveau et immense aux recherches des géomètres en possession de l'Analise infinitésimale. Galilée avait fait connaître les propriétés du mouvement rectiligne, uniformément accéléré; Huguens avait considéré le mouvement curviligne; il s'était élevé par degrés à la belle théorie des *forces centrales* dans le cercle, laquelle s'applique également au mouvement dans une courbe quelconque, en regardant toutes les courbes comme des suites infinies de petits arcs de cercle, conformément à l'idée qu'il en avait donnée lui-même dans sa théorie générale des développées.

*Horol. oscil. ed fam.*

D'un autre côté, les lois de la communication des mouvemens, ébauchées par Descartes, portées plus loin par Wallis, Huguens et Wren, avaient fait un nouveau pas très-considérable, par la solution que Huguens donna du fameux problème des centres d'oscillation.

Toutes ces connaissances, d'abord isolées et en quelque sorte indépendantes les unes des autres, ayant été rappelées à un petit nombre de formules générales, simples et commodes, au moyen de l'Analise infinitésimale, la

Mécanique prit un vol qui ne peut être arrêté que par les difficultés attachées encore à l'imperfection de l'instrument. Tâchons de nous en faire quelque idée.

Deux classes de mouvemens.

On peut ranger tous les problèmes du mouvement sous deux classes. La première comprend les propriétés générales du mouvement d'un corps isolé, sollicité par des forces quelconques; la seconde, les mouvemens qui résultent de l'action et de la réaction que plusieurs corps exercent les uns sur les autres, d'une manière quelconque.

Mouvement d'un corps isolé.

Dans le mouvement isolé, nous observons que la matière étant indifférente par elle-même pour le repos et le mouvement, un corps mis en mouvement devrait y persévérer uniformément, et que sa vitesse ne peut augmenter ou diminuer que par l'action instantanée d'une force constante ou variable. De-là résultent deux principes: celui de la force d'inertie et celui du mouvement composé, sur lesquels est fondée toute la théorie du mouvement rectiligne ou curviligne, constant ou variable suivant une loi quelconque. En vertu de la force d'inertie, le mouvement à chaque instant est essentiellement rectiligne et uniforme, abstraction faite de toute résistance, de tout obstacle: par la nature du mouvement composé, un corps

soumis à l'action d'un nombre quelconque de forces qui tendent toutes à la fois à changer la quantité et la direction de son mouvement, prend dans l'espace un chemin tel qu'au dernier instant il arrive au même endroit où il serait arrivé, s'il avait obéi successivement, en toute liberté, à chacune des forces proposées.

En appliquant le premier de ces principes au mouvement rectiligne, uniformément accé-

Mouvement rectiligne, variable.

léré, on voit, 1°. que dans ce mouvement, la vîtesse croissant par degrés égaux, ou proportionnellement au temps, la force accélératrice doit être constante, ou donner des coups sans cesse égaux au mobile; et que par conséquent la vîtesse finale est comme le produit de la force accélératrice par le temps; 2°. chaque espace élémentaire parcouru étant comme le produit de la vîtesse correspondante par l'élément du temps, l'espace total parcouru est comme le produit de la force accélératrice par le quarré du temps. Or, ces deux mêmes propriétés ont également lieu pour chaque élément d'un mouvement variable quelconque; car rien n'empêche de regarder en général la force accélératrice, quoique variable d'un instant à l'autre, comme constante pendant la durée de chaque instant, ou comme ne recevant

ses variations qu'au commencement de chacun des élémens du temps. Ainsi, dans tout mouvement rectiligne, variable suivant une loi quelconque, l'incrément de la vîtesse est comme le produit de la force accélératrice par l'élément du temps; et la différentielle seconde de l'espace parcouru est comme le produit de la force accélératrice par le quarré de l'élément du temps.

Si maintenant on joint à ce principe celui du mouvement composé, on parviendra à la connaissance de tout mouvement curviligne. En effet, quelles que soient les forces appliquées à un corps qui décrit une courbe quelconque, on peut, à chaque instant, réduire toutes ces forces à deux seulement, l'une tangente, l'autre perpendiculaire à l'élément de la courbe. Alors la première produit un mouvement instantané rectiligne, auquel s'applique le principe de la force d'inertie; la seconde a pour expression le quarré de la vîtesse actuelle du corps, divisé par le rayon osculateur, conséquemment à la théorie des forces centrales dans le cercle; ce qui rappelle également au même principe le mouvement dans le sens du rayon osculateur. Mouvement curviligne.

Tels sont les moyens qu'on a employés pendant long-temps pour déterminer les

mouvemens des corps isolés, animés de forces accélératrices quelconques, en quantités et en directions. Newton a suivi cette méthode : *il a* seulement enveloppé ses solutions d'une synthèse qui, sous les apparences de la simplicité et de l'élégance, cache souvent les plus grandes difficultés.

Phoronomie de Herman.

En 1716, Herman entreprit d'expliquer, dans un traité de *Phoronomie*, tout ce qui regarde la Mécanique, tant des corps solides que des corps fluides, c'est-à-dire, la *Statique*, la science du mouvement des corps solides, l'Hydrostatique et l'Hydraulique. Cette multitude d'objets ne lui a pas permis de les développer avec l'étendue et la clarté nécessaires. D'ailleurs il affecte, comme Newton, d'employer, autant qu'il lui est possible, la méthode synthétique ; ce qui rompt souvent la chaîne et l'ensemble des problèmes. Ajoutez que l'auteur s'est trompé en quelques endroits.

Mécanique d'Euler.

La *Mécanique* d'Euler, publiée en 1736, contient toute la théorie du mouvement rectiligne ou curviligne d'un corps isolé, soumis à l'action de forces accélératrices quelconques, dans le vide, ou dans un milieu résistant. L'auteur a suivi partout la méthode analitique; ce qui, en rappelant toutes les branches de cette théorie à l'uniformité, en facilite d'autant plus

l'intelligence, qu'Euler manie d'ailleurs le calcul avec une sagacité et une élégance dont il n'y avait pas encore d'exemple. Non-seulement il résout une foule de problèmes difficiles, dont quelques-uns étaient alors nouveaux, mais il perfectionne l'Analise même, par des intégrations neuves et délicates, auxquelles son sujet donne lieu. Quant aux principes de Mécanique pour mettre les problèmes en équations, il emploie ceux que j'ai indiqués ci-dessus.

Simplification des principes du mouvement.

Quoique cette manière de poser la base du calcul fût assez commode, on pouvait parvenir encore plus simplement au même but : c'était de décomposer à chaque instant les forces et les mouvemens en d'autres forces et d'autres mouvemens, parallèles à des lignes fixes, de position donnée dans l'espace. Alors il ne s'agissait plus que d'appliquer à ces forces et à ces mouvemens les équations du principe de la force d'inertie, et on n'avait pas besoin de recourir au théorème de Huguens. Cette idée simple et heureuse, dont Maclaurin a le premier fait usage dans son *traité des Fluxions*, a jeté un nouveau jour sur la Mécanique, et a singulièrement facilité la solution de divers problèmes. Lorsque le corps se meut toujours dans un même plan, on prend seulement deux axes fixes, qu'on suppose perpendiculaires

entr'eux, pour la plus grande simplicité; mais quand il est obligé, par la nature des forces, de changer continuellement de direction en tous sens, et de décrire une courbe à double courbure, il faut employer trois axes fixes, perpendiculaires entre eux, ou formant les arrêtes d'un parallélipipède rectangle.

Communication des mouvemens.

Les problèmes de la communication des mouvemens, appelés ordinairement *problèmes de Dynamique*, demandaient de nouveaux principes. Ils consistent, pour en donner des exemples, à déterminer les mouvemens qui résultent de la percussion mutuelle de plusieurs corps, le centre d'oscillation d'un pendule composé, les mouvemens de plusieurs corps enfilés par une même baguette, à laquelle on imprime un mouvement de rotation autour d'un point fixe; etc. Or, il est visible que dans ces sortes de cas, les mouvemens ne sont pas les mêmes que si les corps étaient libres et isolés, mais qu'il doit se faire entre les corps d'un système une répartition de forces, telle que les mouvemens perdus par quelques-uns de ces corps sont gagnés par les autres. Le mouvement perdu ou reçu s'estime toujours par le produit de la masse par la vitesse perdue ou reçue, soit que les communications, ou les pertes de mouvement, s'opèrent à chaque

instant par degrés finis, comme dans le choc des corps durs, ou qu'à chaque instant les vîtesses ne changent que par degrés infiniment petits, comme dans les mouvemens de plusieurs corps enfilés par une baguette mobile, et généralement dans tous les cas où les forces agissent à la manière de la pesanteur.

Lorsque Huguens donna sa solution du problème des centres d'oscillation, quelques mauvais géomètres l'attaquèrent dans les journaux. Jacques Bernoulli la défendit, et entreprit de Act. Lips. 1686.
la démontrer immédiatement par le principe du levier. Il ne considéra d'abord que deux poids égaux, attachés à une verge inflexible et sans pesanteur, mobile autour d'un axe horizontal: ayant ensuite observé que la vîtesse du poids le plus voisin de l'axe de rotation doit être nécessairement moindre, et qu'au contraire celle de l'autre poids doit être plus grande que si chaque poids agissait séparément sur la verge, il conclut que la force perdue et la force gagnée se font équilibre, et que par conséquent le produit d'une masse par la vîtesse qu'elle perd, et le produit de l'autre masse par la vîtesse qu'elle gagne, doivent être réciproquement proportionnels aux bras de levier. Le fond de ce raisonnement lumineux était exact. Seulement Jacques Bernoulli se

méprit d'abord, en ce qu'il considérait les vitesses des deux corps comme étant finies, au lieu qu'il aurait dû considérer les vitesses élémentaires, et les comparer avec les vitesses élémentaires produites à chaque instant par l'action de la pesanteur. Le marquis de l'Hopital remarqua cette méprise, et en la rectifiant, il trouva, sans s'écarter d'ailleurs du principe de Jacques Bernoulli, le centre d'oscillation des deux poids. Voulant ensuite passer à un troisième poids, il *réunit* les deux premiers à leur centre d'oscillation, et il combina ce nouveau poids avec le troisième, comme il avait combiné ensemble les deux premiers; ainsi de suite. Mais la *réunion* proposée était un peu précaire, et ne pouvait être admise sans démonstration. Le mémoire du marquis de l'Hopital ne produisit donc d'autre avantage que d'engager Jacques Bernoulli à revoir sa première solution, à la perfectionner et à l'étendre à un nombre quelconque de corps. Tout cela fut exécuté successivement. D'abord Jacques Bernoulli commença par réformer sa première solution, et par ébaucher la solution générale: enfin il résolut complétement le problème, quelques fussent le nombre et la position des corps élémentaires du système. Sa méthode consiste à décomposer, pour un instant

Hist. des ouv. des Sav. 1690.

Act. Lips. 1691.

Mém. de l'Ac. de Paris 1703.

quelconque, le mouvement de chaque corps en deux autres mouvemens; l'un que le corps prend réellement, l'autre qui est détruit, et à former des équations qui expriment les conditions de l'équilibre entre les mouvemens perdus. Par-là le problème est rappelé aux lois ordinaires de la Statique. L'auteur applique son principe à plusieurs exemples; il démontre rigoureusement, et de la manière la plus évidente, la proposition que Huguens avait employée pour base de sa solution. A la suite de ce mémoire remarquable, il fait voir, par les mêmes principes, que le centre d'oscillation et le centre de percussion sont placés en un même point.

Autres solutions du problème des centres d'oscillation.

Ac. de Paris et transactions philos.

Cette solution du problème des centres d'oscillation paraissait ne laisser rien à désirer; cependant, en 1714, Jean Bernoulli et Taylor ramenèrent encore ce problème sur la scène, et ils en donnèrent des solutions qui étaient absolument les mêmes, quant au fond; conformité qui excita entr'eux la plus vive dispute: ils s'accusèrent réciproquement de plagiat. Dans cette nouvelle manière de traiter la question, on suppose qu'à la place des poids élémentaires dont le pendule est composé, on substitue en un même point d'autres poids, tels que leurs mouvemens d'accélération angulaire et leurs

momens par rapport à l'axe de rotation soient les mêmes, et que le nouveau pendule oscille comme le premier. En avouant que cette solution mérite des éloges, tous les géomètres conviennent aujourd'hui qu'elle n'est pas aussi lumineuse, ni aussi simple que celle de Jacques Bernoulli, immédiatement fondée sur les lois de l'équilibre.

Notion et usage du principe de la conservation des forces vives.

Nous avons vu que Leibnitz estimait les forces des corps en mouvement par les produits des masses et des quarrés des vîtesses. Jean Bernoulli ayant adopté cette opinion, donna au principe de Huguens, pour le problème des centres d'oscillation, le nom de *principe de la conservation des forces vives*, qui est resté, parce qu'en effet, dans les mouvemens d'un système de corps pesans, la somme des produits des masses par les quarrés des vîtesses demeure la même, lorsque les corps descendent conjointement, et lorsqu'ils remontent ensuite séparément avec les vîtesses qu'ils ont acquises par la descente. Huguens lui-même en avait fait brièvement la remarque, dans une lettre sur le premier mémoire de Jacques Bernoulli et sur celui du marquis de l'Hopital. Cette loi s'observe également dans le choc des corps parfaitement élastiques, et dans tous les mouvemens des corps qui agissent

Hist. des ouv. des Savans. 1690.

les uns sur les autres par des forces de pression : elle dérive nécessairement de la nature de ces mouvemens ; et elle est indépendante de tout système sur la mesure des forces vives. Aussi les géomètres du siècle passé l'ont-ils mise en usage avec succès, dans une foule de problèmes de Dynamique. Mais comme elle ne donne qu'une seule équation, d'où il fallait ensuite éliminer la vitesse ou le temps, on parvenait à ce dernier but par divers moyens. Jean Bernoulli y employait le principe des *tensions ;* Euler, celui des *pressions* ; Daniel Bernoulli, *la puissance virtuelle qu'a un système de corps de se rétablir dans son premier état ;* et en certains cas, Euler et Daniel Bernoulli, *la quantité constante de mouvement circulatoire autour d'un point fixe.* Lorsqu'enfin on avait établi toutes les équations différentielles du problème, il ne restait plus que la difficulté de les intégrer : nouvel écueil contre lequel les médiocres analistes venaient quelquefois faire naufrage.

Principe de Dynamique de d'Alembert.

En 1743, d'Alembert eut l'heureuse pensée de généraliser le principe dont Jacques Bernoulli avait fait usage pour résoudre le problème des centres d'oscillation. Il établit que de quelque manière que les corps d'un système agissent les uns sur les autres, on peut toujours

décomposer leurs mouvemens, à chaque instant, en deux autres sortes de mouvemens, dont les uns sont détruits dans l'instant suivant, les autres sont conservés, et que par les conditions de l'équilibre entre les mouvemens détruits, on connaît nécessairement les mouvemens conservés. Ce principe général s'applique à tous les problèmes de Dynamique, et du moins en rappelle toutes les difficultés à celles des problèmes de simple Statique. Il rend inutile celui de la conservation des forces vives. D'Alembert a résolu par cette voie une multitude de très-beaux et très-difficiles problèmes, dont quelques-uns étaient absolument nouveaux, comme, par exemple, celui de la précession des équinoxes. Son *Traité de Dynamique* doit donc être regardé comme un ouvrage original. Vainement objecterait-on que Jacques Bernoulli lui avait tracé la route : elle était également tracée pour les autres géomètres plus anciens que d'Alembert, et qui, dans l'espace de quarante ans, ne l'avaient pas remarquée.

An 1749.

La Dynamique, parvenue ainsi successivement à un haut degré de perfection, s'enrichit encore, en 1755, d'une découverte importante et féconde en corollaires. Dans un petit mémoire intitulé : *Specimen theoriæ turbinum*,

Segner observa que si, après avoir imprimé à un corps de grandeur et de figure quelconques, des mouvemens de rotation, ou de *pirouettement*, en tous sens, on l'abandonne ensuite entièrement à lui-même, il aura toujours *trois axes principaux de rotation;* c'est-à-dire, que tous les mouvemens de rotation dont il est affecté peuvent toujours se réduire à trois, qui se font autour de trois axes, perpendiculaires entr'eux, passant par le centre de gravité ou d'inertie du corps, et conservant toujours la même position dans l'espace absolu, tandis que le centre de gravité est en repos, ou se meut uniformément en ligne droite. La position de ces trois axes se détermine par une équation du troisième degré, dont les trois racines réelles se rapportent à chacun d'eux.

Cette théorie, que l'auteur n'avait pas assez développée, a été traitée au long par Jean-Albert Euler, digne fils du grand Euler, dans sa pièce *sur l'arrimage des Navires*, qui partagea le prix de l'académie des sciences de Paris, en 1761 : elle l'a été encore, suivant la même méthode, par Euler le père, dans les mémoires de l'académie de Berlin, pour l'année 1759, et dans son ouvrage intitulé: *Theoria motus corporum rigidorum*, 1765. Enfin,

Jean-Albert EULER, né en 1734, m. en 1800.

d'Alembert a fait voir dans le tome IV de ses *Opuscules Mathématiques*, publié en 1768, que la solution de ce problème se déduisait des formules qu'il avait données dans un *Mémoire pour déterminer le mouvement d'un corps de figure quelconque, animé de forces quelconques*, imprimé dans le tome I[er]. de ses opuscules, en 1761.

La connaissance de ces mouvemens de rotation libre, autour de trois axes principaux, mène facilement à la détermination du mouvement autour d'un axe variable quelconque. De-là, si l'on suppose maintenant que le corps soit soumis à l'action de forces accélératrices quelconques, on commencera d'abord par déterminer le mouvement rectiligne ou curviligne du centre de gravité, abstraction faite de tout mouvement de rotation; ensuite combinant ce mouvement progressif avec le mouvement de rotation d'un point donné du corps, autour d'un axe variable, on connaîtra à chaque instant le mouvement composé de ce point dans l'espace absolu. Euler a résolu de cette manière plusieurs nouveaux problèmes de Dynamique.

---

# CHAPITRE XII.

## *Progrès de l'Hydrodynamique.*

Le principe d'égale pression, appliqué aux lois générales de l'Hydrostatique, suffisait pour expliquer tous les cas particuliers d'équilibre, qui s'y rapportent; mais la science du mouvement des fluides était toujours bornée, quant à la partie théorique, à la seule proposition de Torricelli, c'est-à-dire, à la connaissance de l'écoulement des fluides par des orifices infiniment petits, ou physiquement très-petits. Hydrostatique.

Newton entreprit, dans son livre *des Principes*, de résoudre le problème, sans s'astreindre à cette supposition particulière. Il considère un vase cylindrique vertical percé à son fond, d'une ouverture de grandeur quelconque, par laquelle l'eau s'échappe, tandis que le vase en reçoit continuellement par en haut autant qu'il en dépense : de telle manière que l'eau affluente peut être censée former une couche d'épaisseur uniforme, subitement étendue et posée sur l'eau du cylindre, qui par-là demeure Hydraulique. An 1686.

toujours plein à une même hauteur ; ensuite il conçoit que l'eau du cylindre est divisée en deux parties, l'une centrale et librement mobile, qu'il appelle la *cataracte*, l'autre adjacente et immobile, retenue à l'extérieur par les parois du vase. Il suppose que la vîtesse d'une tranche horizontale quelconque de la cataracte est due à la hauteur correspondante de l'eau du cylindre, en comprenant dans cette hauteur l'épaisseur de la couche de remplacement ; et comme d'un autre côté, *il faut* pour la continuité de la cataracte, que les vîtesses de ses différentes sections horizontales soient en raison inverse de leurs surfaces, le calcul montre que la cataracte doit prendre la forme d'un solide produit par la révolution d'une hyperbole du quatrième genre autour de la ligne verticale qui passe par le centre de l'orifice. Par-là, on connaît la quantité d'eau écoulée dans un temps donné.

L'auteur n'ayant pas d'abord remarqué la diminution de la dépense que doit occasionner la contraction de la veine fluide au sortir de l'orifice, avait conclu que la vîtesse à cette sortie est simplement due à la moitié *de la* hauteur de l'eau dans le cylindre ; ce qui est contraire aux expériences des jets-d'eau. Dans la seconde édition, il corrigea cette méprise ;

mais sa théorie générale n'en demeura pas moins vague, précaire, et même fausse quant au fond : les lois de l'Hydrostatique et l'expérience ont démontré que la formation et la figure de la cataracte Newtonienne sont physiquement impossibles. Joh. Bern. op. t. IV, p. 484.

Plusieurs auteurs, tels que Varignon, Guglielmini, etc., donnant au théorème de Torricelli plus d'extension qu'il n'en comporte, n'établirent sur la théorie des écoulemens, ou sur le mouvement des eaux courantes dans des canaux, que des propositions hypothétiques, incertaines, et quelquefois contredites ouvertement par l'expérience. Ce défaut, dans le *Traité des fleuves* de Guglielmini, est racheté par d'excellentes remarques physiques sur le cours des eaux. GUGLIELMINI, né en 1655, m. en 1710. Ajoutons que la difficulté du problème doit faire pardonner toutes ces tentatives inutiles ou infructueuses. Je ne parle pas ici de la difficulté attachée à une solution rigoureuse : une telle solution est impossible ; car, puisqu'on ne sait pas même déterminer en général, par la Géométrie et le calcul, les mouvemens d'un système fini quelconque de corps solides, comment trouverait-on le mouvement d'une masse fluide, composée d'une infinité d'élémens, dont on ne connaît ni la grosseur, ni la figure ?

On ne peut donc espérer de résoudre le problème de l'écoulement des fluides que par approximation; et il faut même, pour cela, 1°. que l'expérience, ou quelque propriété particulière aux fluides, commence à former, s'il est permis de parler ainsi, un pont de communication entre la théorie du mouvement des corps fluides et celle des corps solides; 2°. que les formules hydrauliques soient traitables, et conduisent à des résultats qu'on puisse commodément appliquer à la pratique. Toute autre méthode, plus générale et plus directe en apparence, ne sera qu'une simple spéculation de Géométrie : elle produira des expressions compliquées, dont on ne pourra faire usage dans l'explication des phénomènes de la nature, qu'en les restreignant par des suppositions, quelquefois précaires, toujours limitées, qui leur feront perdre tous les prétendus avantages de la généralité primordiale.

La théorie des écoulemens par des orifices de grandeur quelconque, demeurait toujours dans l'imperfection, lorsque Daniel Bernoulli, après quelques heureux essais, parvint à la soumettre à un calcul général et rigoureux, en admettant quelques hypothèses suffisamment conformes à l'expérience. Tel est l'objet de son *Traité d'Hydrodynamique*, publié

en 1738. L'auteur suppose, 1°. que la surface supérieure d'un fluide qui sort par un orifice quelconque, demeure toujours horizontale; 2°. qu'en partageant la masse fluide en une infinité de tranches horizontales, tous les points d'une même tranche s'abaissent suivant la verticale avec une même vîtesse réciproquement proportionnelle à l'étendue de la tranche; 3°. que toutes les tranches conservant ainsi leur parallélisme sont toujours contiguës, et ne changent de vîtesses que par degrés insensibles, à la manière des corps pesans. Ayant posé ces fondemens du calcul, Daniel Bernoulli fait usage du principe, *qu'il y a toujours égalité entre la descente actuelle du fluide dans le vase, et l'ascension virtuelle;* ce qui est, en d'autres termes, la conservation des forces vives. Par-là, il arrive, d'une manière très-simple et très-élégante, aux équations du problème; il en applique les formules générales à plusieurs cas particuliers, utiles dans la pratique. Lorsque la figure du vase n'est pas soumise à la loi de continuité, ou lorsque, par quelque autre cause, il se fait des changemens brusques et finis dans la vîtesse des tranches, il y a une perte de forces vives; et les équations fondées sur la conservation entière de ces forces ont besoin d'être modifiées.

Daniel Bernoulli montre encore ici la sagacité d'un géomètre physicien, attentif et accoutumé à suivre la marche de la nature. Le calcul n'est jamais pour lui qu'un instrument du besoin, et non un vain étalage de formules purement théoriques. Quelques progrès que la science du mouvement des eaux ait faits depuis l'époque où l'Hydrodynamique de Daniel Bernoulli a paru, la postérité équitable comptera toujours cet ouvrage parmi les plus belles et les plus sages productions du génie mathématique.

Malgré le succès éclatant qu'il eut dès sa naissance, Jean Bernoulli (père de l'auteur), et Maclaurin, jugeant que le principe secondaire de la conservation des forces vives, quoique vrai en lui-même, ne devait pas être employé immédiatement à la détermination du mouvement des fluides, résolurent le problème par d'autres méthodes (d'ailleurs fort différentes entr'elles), qu'ils regardèrent comme plus directes et plus étroitement liées aux premières lois de la Mécanique. Leurs principaux résultats se trouvèrent conformes à ceux de Daniel Bernoulli. Mais, en rendant justice à leurs savantes méthodes, on y a remarqué de l'obscurité et quelques suppositions précaires. Je n'entrerai pas dans cette discussion. L'Hydraulique de Jean Bernoulli est imprimée dans

le tome IV de ses œuvres, et dans les recueils de l'académie de Pétersbourg, pour les années 1737 et 1738; la théorie de Maclaurin fait partie de son traité *des Fluxions*.

D'Alembert, après avoir fait de la Dynamique une science presque nouvelle, au moyen du principe dont Jacques Bernoulli avait produit le germe, appliqua avec le même succès ce principe au mouvement des fluides. Il publia sur ce sujet, en 1744, un ouvrage fort étendu, intitulé : *Traité de l'Équilibre et du Mouvement des fluides*. Dans le problème des écoulemens par des orifices quelconques, il fait d'abord les mêmes suppositions préliminaires que Daniel Bernoulli; mais voilà tout ce qu'ils ont de commun, quant aux bases du calcul. D'Alembert considère à chaque instant le mouvement d'une tranche quelconque, comme composé du mouvement qu'elle avait dans l'instant précédent, et d'un autre mouvement qu'elle a perdu; il établit facilement, et de plusieurs manières très-élégantes, les conditions de l'équilibre entre les mouvemens perdus: alors les équations résultantes font connaître les mouvemens conservés, et toutes les circonstances de l'écoulement par l'orifice. L'auteur résout ainsi avec beaucoup de simplicité, non-seulement les problèmes des géomètres

qui l'ont précédé, mais encore plusieurs autres, entièrement nouveaux et très-difficiles.

Depuis cet ouvrage, d'Alembert n'a cessé jusqu'à sa mort de perfectionner et d'enrichir l'Hydrodynamique. Il voyait avec peine que la détermination du mouvement d'un fluide dans un vase était astreinte à l'hypothèse, que les tranches conservent leur parallélisme, et que tous les points d'une même tranche se meuvent suivant une seule et même direction. Des tentatives réitérées lui firent enfin trouver des formules pour représenter le mouvement d'un point fluide dans un sens quelconque. Ces formules, dont la résolution ne dépend plus que de l'Analise, sont fondées sur ces deux principes, qui dérivent eux-mêmes immédiatement des premières lois de l'Hydrostatique: savoir, 1°. qu'un canal rectangulaire pris où l'on voudra dans une masse fluide en équilibre, est séparément en équilibre; 2°. qu'une portion de fluide, en passant d'un endroit à l'autre, conserve le même volume lorsque le fluide est incompressible, ou se dilate suivant une loi donnée, lorsque le fluide est élastique, en sorte que dans l'un et l'autre cas la masse demeure continue. Il publia cette nouvelle solution dans son *Essai sur la résistance des fluides*, imprimé en 1752; il l'a depuis

développée et perfectionnée dans plusieurs volumes de ses *Opuscules Mathématiques*.

Pendant que l'Hydrodynamique faisait de si brillans progrès en France, Euler était occupé à réduire toute cette science en formules générales et uniformes, qui présentent l'un de ces beaux tableaux analitiques où l'auteur a excellé dans toutes les parties des Mathématiques. Il a donné cette théorie dans un premier mémoire imprimé parmi ceux de l'académie de Berlin; il l'a ensuite étendue et perfectionnée dans quatre grands mémoires qui font partie du recueil de l'académie de Pétersbourg. L'Hydrostatique, tant de fois maniée et remaniée, est présentée ici d'une manière nouvelle et avec des applications très-intéressantes. Toute la théorie du mouvement des fluides est comprise dans deux équations différentielles du second ordre; l'auteur applique les principes généraux aux écoulemens par les orifices des vases, à l'ascension de l'eau dans les pompes, à son cours dans les tuyaux de conduite de diamètres constans ou variables, etc. Il a considéré aussi le mouvement des fluides élastiques : celui de l'air le conduit à des formules très-simples sur la propagation du son, et sur la manière dont le son est produit dans les tuyaux d'orgue, ou de flûte. Toutes ces recher-

Ac. de Berlin, an. 1755.

Acad. Pétrop. 1768, 1769, 1770, 1771.

ches offrent des objets du plus grand *intérêt* pour les géomètres.

Il y a des sciences qui par leur nature, ne paraissent destinées qu'à nourrir la curiosité ou l'inquiétude de l'esprit humain : il en est d'autres qui sortant de cet ordre purement intellectuel, doivent s'appliquer aux besoins de la société : telle est en particulier l'Hydrodynamique; mais par un malheur inévitable et attaché à la chose même, les calculs de d'Alembert et d'Euler sont si *compliqués*, qu'on ne peut les regarder que comme des vérités géométriques très-précieuses en elles-mêmes, et non comme des symboles propres à diriger le praticien dans la connaissance du mouvement actuel et physique d'un fluide.

Résistance des fluides.

On rapporte ordinairement à l'Hydrodynamique une théorie particulière qui appartient aussi à la Mécanique des corps solides : elle a pour objet de déterminer la percussion d'un fluide en mouvement contre un corps solide, ou la résistance qu'éprouve un corps solide à diviser un fluide. Les géomètres ont fait les derniers efforts pour établir sur ce sujet des lois générales que l'expérience pût avouer. *Une* idée très-simple et vraie en partie, à laquelle on s'attacha d'abord, fut de regarder un fluide en mouvement, comme composé d'une infinité

de filets parallèles qui donnent chacun leur coup au corps solide, sans en être empêchés par les filets voisins. De-là on trouva, 1°. que dans le choc perpendiculaire d'un fluide contre un plan, ou d'un plan contre un fluide, la percussion ou la résistance est comme le produit du plan par la densité du fluide, et par le quarré de la vitesse avec laquelle se fait la percussion; 2°. que dans le choc oblique, la percussion qui résulte perpendiculairement au plan, est comme le produit du plan par la densité du fluide, par le quarré du sinus de l'angle d'incidence, et par le quarré de la vitesse. Newton a employé ces règles dans la détermination du solide de la moindre résistance; elles ont été également suivies par le grand nombre des auteurs d'Hydraulique.

Rien n'est plus facile et plus commode que cette théorie : elle donne des résultats très-simples; elle satisfait à un grand nombre de cas. L'expérience prouve que les résistances d'un même corps de figure quelconque qui divise un fluide avec différentes vitesses, sont sensiblement proportionnelles aux quarrés de ces vitesses; que les résistances directes et perpendiculaires des surfaces planes, sous mêmes vitesses, sont à peu près comme ces surfaces; mais dans les chocs obliques, la

théorie dont il s'agit n'est pas si conforme à l'expérience ; elle s'en éloigne même entièrement lorsque les chocs deviennent très-obliques, c'est-à-dire, par exemple, lorsque les angles d'obliquités sont au-dessous de quarante-cinq degrés. On voit par-là qu'elle ne peut pas être employée avec exactitude pour trouver le solide de la moindre résistance, ni en général pour déterminer aucune courbe propre à remplir un objet proposé ; ce qui l'exclut d'un grand nombre d'usages dans la marine : car dans ces sortes de problèmes, la loi de la courbure étant un élément inconnu, on ne peut pas la faire dépendre d'une théorie qui devient fausse par-delà certaines limites.

Ce défaut considérable a excité plusieurs géomètres à chercher de nouvelles théories, ou à rectifier celle dont on vient de parler, par certaines suppositions qui ne s'écartent pas beaucoup de la vérité. Mais toutes ces tentatives n'ont eu qu'un succès médiocre et borné à certains cas ; aucune n'embrasse la généralité du problème.

Ceux qui désiraient qu'on réduisît enfin l'Hydrodynamique à des règles d'une application certaine dans la pratique, et qui sentaient l'impossibilité d'y parvenir par la seule voie de la théorie, invitaient les géomètres à

soumettre du moins les deux branches principales de cette science, le problème des écoulemens et celui de la résistance des fluides, à une suite nombreuse d'expériences, faites en grand (sans aller néanmoins au-delà des limites compatibles avec l'exactitude); à discuter soigneusement ces expériences; et à les comparer avec la théorie, afin de reconnaître précisément en quoi elle pèche, et d'y apporter remède. L'exécution de ce projet a des difficultés; mais elle a des avantages qui devaient encourager à la tenter. Des faits multipliés, analisés avec attention, et rappelés, autant qu'il est possible, à des lois générales, peuvent rectifier les résultats de la théorie, ou composer eux-mêmes, par leur réunion bien combinée, une espèce de théorie, dépourvue à la vérité de la rigueur géométrique, mais simple, facile et appropriée aux besoins les plus ordinaires de la pratique. Ce travail long et pénible a été entrepris : on me dispensera d'en rendre compte.

La science navale, sous laquelle je comprends toutes les connaissances relatives à la construction des vaisseaux, à leur forme, et à leurs mouvemens de sillage, ou d'évolution à la mer, offre un immense champ de problèmes utiles, dépendans de la Mécanique des Science navale.

corps solides et fluides. Aussi les marins géomètres n'ont-ils pas manqué de porter le flambeau de la théorie dans la pratique. Dès l'année 1689, le chevalier de Renau, lieutenant-général des armées navales de la France, entreprit de soumettre le mouvement du navire au calcul, dans un ouvrage intitulé : *Théorie de la manœuvre du vaisseau*. Une de ses principales propositions était que si un navire est poussé en même temps par les actions de deux voiles perpendiculaires entr'elles, et qu'on représente ces forces par les côtés contigus d'un parallélogramme rectangle construit sur leurs directions, le navire éprouvera de la part de l'eau une résistance représentée par la diagonale. Huguens observa que la proposition serait vraie, si les résistances de l'eau étaient comme les simples vîtesses ; mais qu'elle est fausse, dans l'hypothèse conforme à la nature, que les résistances sont comme les quarrés des vîtesses. En effet, suivant cette hypothèse, il faut d'abord construire un parallélogramme, pour représenter les deux vîtesses que les deux voiles tendent à imprimer au navire ; ensuite il faut construire un second parallélogramme, qu'on peut appeler le *parallélogramme des résistances*, tel que ses côtés, ayant d'ailleurs même direction que ceux du premier, soient

Mouvement du vaisseau.

proportionnels à leurs quarrés : alors la diagonale de ce second parallélogramme exprimera la résistance composée ; et la vîtesse du navire, dirigée suivant cette même diagonale, sera proportionnelle à sa racine quarrée. Renau ne se rendit point aux démonstrations de Huguens : il persista dans son opinion erronée, jusqu'à ce qu'enfin Jean Bernoulli, dans son *Essai sur la manœuvre des vaisseaux*, publié en 1714, mit la vérité dans tout son jour, et démêla les paralogismes dans lesquels l'auteur français s'enveloppait. Jean Bernoulli releva encore une autre erreur non moins capitale de Renau, sur l'angle de la dérive dans les routes obliques. Quoique Jean Bernoulli n'ait pas résolu avec assez de généralité la plupart des problèmes que son sujet comportait, il a rendu néanmoins un très-grand service à l'art nautique, en posant exactement les principes alors reçus, sur lesquels les questions de cette nature devaient être fondées.

Stabilité du vaisseau.

On s'était jeté d'abord dans les plus difficiles problèmes de la manœuvre des vaisseaux, sans avoir trop examiné les conditions essentielles à l'équilibre de ces sortes de corps : conditions d'où dépendent néanmoins la sûreté de la navigation, et en même temps tous les avantages qui peuvent la rendre prompte et facile. Les

géomètres revinrent donc sur leurs pas, et reprirent en quelque sorte la science navale par les fondemens. On savait depuis long-temps qu'afin qu'un corps solide, flottant sur un fluide, demeure en équilibre, il faut 1°. que son poids absolu, et celui du fluide qu'il déplace, soient égaux entr'eux; 2°. que le centre de gravité de ce corps, et celui de sa partie submergée, considérée comme homogène, soient placés sur une même ligne verticale. Mais cela ne suffit pas pour former un équilibre solide et permanent. Daniel Bernoulli fit voir de plus qu'eu égard aux diverses situations respectives que les deux centres de gravité peuvent avoir sur la ligne verticale, il existe divers états d'équilibre, plus ou moins *fermes*. Lorsque le centre de gravité du système de toutes les matières qui composent la charge d'un vaisseau, est placé au-dessous du centre de gravité de la carène ou de la partie submergée, l'équilibre est toujours ferme, ou tend à se rétablir s'il a été dérangé par quelque cause extérieure, telle que l'agitation des lames, l'inégalité dans les impulsions du vent, etc.: le vaisseau revient à sa première situation avec d'autant plus d'énergie, que son centre de gravité est placé plus bas. Mais lorsque les deux centres de gravité se confondent, ou lorsque celui du navire

Acad. Pétrop. 1735.

est plus élevé que celui de la carène, l'équilibre est *versable*, et de plus en plus versatile, à mesure que cette élévation augmente. Daniel Bernoulli donne des formules pour évaluer le degré de stabilité du vaisseau dans tous les cas. Il paraît qu'Euler avait trouvé de son côté, et dans le même temps, des résultats semblables : il les développe et les démontre dans son ouvrage : *Scientia Navalis*, 1749. Bouguer explique au long la même théorie, d'une manière nouvelle et très-simple, dans son *Traité du Navire*, publié en 1746. Il fait connaître, sous le nom de *métacentre*, la limite au-dessous de laquelle doit être placé le centre de gravité de toute la charge du vaisseau; il examine la meilleure position des mâts, l'étendue qu'il faut donner aux voiles, et les divers mouvemens de roulis et de tangage qui peuvent arriver, à raison des changemens du *point velique*, c'est-à-dire, du point auquel on peut concevoir que se réunit tout l'effort du vent contre les voiles. Les connaissances pratiques qu'il joignait à une profonde théorie, l'ont mis en état de répandre sur ce sujet des lumières fort utiles aux marins.

BOUGUER, né en 1698, m en 1758.

Bouguer a traité encore plus spécialement *de la manœuvre des vaisseaux*, ou des mouvemens du navire, dans un autre ouvrage qu'il

fit paraître en 1757. Mais il y a, par malheur, dans ces recherches, un vice radical, qui en diminue considérablement l'utilité dans la pratique : elles sont fondées pour la plupart sur la théorie ordinaire de la résistance des fluides, dont on ne peut faire usage qu'avec les restrictions que j'ai indiquées.

L'académie des sciences de Paris, attentive à saisir tous les moyens de perfectionner la Navigation, a proposé pour sujets de ses prix plusieurs questions relatives à cet objet important, comme, par exemple, la meilleure manière de mâter les vaisseaux, tant par rapport à la situation, qu'au nombre et à la hauteur des mâts ; la forme et la fabrication les plus parfaites des ancres ; la correction et le perfectionnement du cabestan ; les conditions de l'arrimage le plus avantageux, soit pour diminuer les mouvemens de roulis et de tangage, soit pour augmenter la vîtesse du sillage, soit pour rendre le navire plus ou moins sensible à l'action du gouvernail ; etc. Les pièces qui ont remporté ces prix ont procuré des avantages que les marins savans et expérimentés s'empressent de reconnaître.

---

## CHAPITRE XIII.

### *Progrès de l'Astronomie.*

On serait étonné des progrès que l'Astronomie a faits depuis cent ans, si l'on ne songeait aux secours qu'elle a tirés de la Physique, de la Mécanique et de la Géométrie, soit pour perfectionner les anciens instrumens, ou pour en inventer de nouveaux, soit pour mettre plus d'exactitude dans les observations, soit enfin pour apprécier et faire disparaître toutes les causes d'altérations réelles, ou apparentes, dont ces observations peuvent être affectées. Tout a concouru à donner, pour ainsi dire, une nouvelle vie à cette science, et à lier plus étroitement toutes ses parties par la connaissance plus intime de leurs rapports mutuels. On a découvert plusieurs nouveaux phénomènes célestes; on a perfectionné la théorie des planètes principales ou secondaires, et on a dressé des tables de leurs mouvemens, très-supérieures à celles qui existaient déjà; on a observé avec soin un grand nombre de comètes; etc. De leur côté, les géomètres se sont

efforcés d'assigner avec précision les causes physiques des mouvemens célestes; et leurs calculs ont été infiniment utiles à l'Astronomie pratique elle-même, par l'avantage qu'ils ont de lier ensemble les observations d'un même phénomène, et d'assujétir à la loi de continuité les faits isolés que ces observations font connaître.

On sent qu'il n'est pas possible d'exposer ici en détail tant de travaux : cela demanderait une histoire particulière. En me renfermant toujours dans mon plan, je dois me borner à rapporter les découvertes qui caractérisent spécialement l'Astronomie dans cette quatrième Période.

Je diviserai ce Chapitre en deux sections: la première comprendra l'Astronomie pratique, c'est-à-dire, la connaissance des mouvemens célestes, fondée immédiatement sur les observations, ou sur les conséquences des observations; la seconde, l'Astronomie physique, ou l'explication des mouvemens célestes, en appliquant la Géométrie aux lois qui règlent ces mouvemens.

---

SECTION PREMIÈRE.

*Astronomie pratique.*

Les astronomes modernes, munis d'excellens instrumens, ont non-seulement perfectionné toutes les anciennes théories des mouvemens célestes : ils en ont encore établi plusieurs autres, de la plus haute importance, à peine entrevues, ou même absolument nouvelles. Je distingue dans ce nombre la libration de la lune, les mouvemens d'aberration des étoiles fixes, la nutation de l'axe de la terre, les catalogues d'étoiles fixes, la figure de la terre, et les lois générales du mouvement des comètes.

Libration de la lune.

Aussitôt que l'on commença à considérer la lune, on s'aperçut qu'elle présentait toujours la même face à la terre, c'est-à-dire, des taches toujours les mêmes, et toujours disposées entre elles de la même manière. Les anciens astronomes ne donnèrent aucune suite à cette observation générale. Un examen attentif des taches de la lune fit connaître à Galilée que cette planète avait, autour de son centre, un

balancement par lequel certaines taches disparaissent pour un temps vers les bords, puis reparaissent, disparaissent encore, pour reparaître de nouveau ; ainsi de suite. Ce balancement est ce qu'on appelle *la libration de la lune.* Galilée l'expliquait en général, par un mouvement de rotation autour d'un axe, qu'il attribuait à la lune, en même temps qu'elle tourne autour de la terre; mais il ne détermina point la position exacte de cet axe, ni les quantités précises des mouvemens de libration, qu'elle devait produire, tant en latitude qu'en longitude.

Comme les planètes principales, qui tournent sur leurs axes, nous présentent différentes taches, ou les mêmes taches en différentes positions, et que ces apparences sont même les caractères auxquels on a reconnu leurs mouvemens de rotation, Descartes ne voyant rien de semblable dans la lune, soutint qu'elle n'a point de mouvement de rotation. Pour expliquer l'apparence constante des mêmes taches, il suppose que le globe lunaire est composé de deux hémisphères d'inégales pesanteurs, séparés par le cercle perpendiculaire à la ligne menée de la terre au centre de la lune; et il conclut que de ces deux hémisphères, soumis l'un et l'autre à l'action de la force centrifuge

qui provient du mouvement de révolution de la lune autour de la terre, le plus pesant, ou le plus massif, ayant la plus grande force centrifuge, doit se tenir constamment le plus éloigné de nous. Quant au mouvement de libration, il est produit, selon le même auteur, par un petit balancement du cercle qui forme la base des deux hémisphères. Je n'ai pas besoin de faire remarquer combien toute cette explication est hypothétique: la prétendue inégalité de pesanteur ou de masse des deux hémisphères est hors de toute vraisemblance; et d'ailleurs elle ne rend qu'une raison vague et insuffisante des phénomènes de la libration.

Jacques CASSINI, né en 1677, m. en 1756.

Le fameux Dominique Cassini et son digne fils Jacques Cassini, sont les premiers qui aient donné de ces mouvemens de la lune une explication complète, exacte, conforme aux observations et adoptée en conséquence par tous les astronomes. Elle est exposée par Jacques Cassini, dans les Mémoires de l'académie des sciences de Paris, pour l'année 1721, et dans ses *Élémens d'Astronomie*, 1740. Selon cet auteur, la libration de la lune est produite par la combinaison de deux mouvemens, dont l'un est la révolution de cette planète autour de la terre, l'autre est un mouvement de rotation de la lune autour d'un axe, en

assujétissant ce dernier mouvement aux conditions suivantes:

1°. L'axe de rotation de la lune est incliné de 87 degrés et demi sur le plan de l'écliptique, et de 82 degrés et demi sur le plan de l'orbite lunaire; de sorte que le plan de l'équateur du globe de la lune fait un angle de 2 degrés et demi avec le plan de l'écliptique, et un angle de 7 degrés et demi avec le plan de l'orbite lunaire.

2°. Les pôles du globe de la lune sont placés sur la circonférence du grand cercle qui se forme en coupant à chaque instant ce globe par un plan parallèle au grand cercle céleste, qui passe par les pôles de l'écliptique et ceux de l'orbite lunaire. On peut appeler ce cercle le *colure de la lune*, par la même raison qu'on appelle *colure des solstices* le grand cercle qui passe par les pôles de l'écliptique et par ceux du cercle équinoxial.



3°. Le globe de la lune tourne autour de son axe, suivant l'ordre des signes, ou d'Occident en Orient, dans l'espace de 27 jours 5 heures, par une période égale à celle du retour de la lune au nœud de son orbite avec l'écliptique. Ce mouvement est analogue à la révolution que la terre fait autour de son axe, suivant l'ordre des signes, retournant

au même colure dans l'espace de 23 heures 56 minutes.

Il résulte en général de ces suppositions, que si l'on prolonge, par la pensée, l'axe du globe de la lune jusque dans le ciel, les extrémités de cet axe nous paraîtront décrire autour des pôles de l'écliptique, dont elles sont distantes de 2 degrés et demi, deux cercles polaires, d'Orient en Occident, en 18 ans 7 mois, dans le même temps et du même sens que les nœuds de la lune. On voit que ce mouvement est semblable à celui par lequel les pôles de la terre font leurs révolutions autour des pôles de l'écliptique, d'Orient en Occident, suivant deux cercles qui en sont éloignés de 23 degrés et demi, dans une période d'environ 25000 années; ce qui produit le mouvement apparent des étoiles d'Occident en Orient dans le même temps, et par suite la précession des équinoxes. L'explication détaillée des phénomènes de la libration de la lune n'est pas du ressort de cet ouvrage; il la faut chercher dans les traités d'Astronomie.

Aberrations apparentes des étoiles.

Une découverte plus grande par sa difficulté particulière et par son influence sur toutes les parties de l'Astronomie, est celle des causes qui produisent le mouvement d'aberration apparente des étoiles fixes. On la doit à Bradley, l'Hipparque de l'Angleterre.

Bradley, né en 1692, m. en 1762.

Parmi les raisons qu'on allégua dans le temps contre le système de Copernic, on disait, comme nous l'avons déjà rapporté, que si la terre tourne en effet autour du soleil, elle doit faire paraître dans les étoiles une parallaxe (qu'on appelait la *parallaxe du grand orbe*), lorsqu'elle passe d'un point de son orbite au point diamétralement opposé. L'objection était solide. Copernic et Galilée n'y purent répondre que par des conjectures qui n'emportaient pas un parfait assentiment. Les astronomes suivans, persuadés de l'existence de la parallaxe du grand orbe, employèrent tous les moyens d'en reconnaître la quantité. Quelques-uns crurent l'avoir fixée, et se hasardèrent à dire qu'elle était de 4 à 5 secondes; les autres, en plus grand nombre, appuyés sur les observations les plus précises, la trouvèrent absolument insensible, et enfin cette dernière opinion prévalut; mais elle ne renversa point le système de Copernic : on conclut seulement que la distance de la terre aux étoiles était si prodigieusement grande, qu'il fallait la regarder comme infinie par rapport au diamètre de l'orbite terrestre. Cependant il restait toujours à expliquer certains mouvemens sensibles que l'on observait dans les étoiles, et contraires, pour la plupart, à ceux qu'auraient dû donner la parallaxe du

grand orbe et la précession des équinoxes. On désignait ces mouvemens irréguliers sous la dénomination générale *d'aberrations apparentes des étoiles fixes*. Ne sachant à quoi les attribuer, les astronomes prenaient toutes les précautions pour éviter les erreurs qu'ils auraient pu introduire dans la détermination du mouvement des planètes par rapport aux étoiles.

Molyneux, astronome Irlandais, entreprit, en 1725, de déterminer ces mouvemens d'aberration; il les observa à Kew, dans le voisinage de Londres, avec un excellent secteur de Graham; mais il ne put parvenir à les soumettre à des lois générales.

Bradley fut plus heureux. Excellent observateur, savant géomètre, il suivit dans le même lieu la même recherche, avec une constance qui le conduisit enfin à la parfaite connaissance de tous ces phénomènes singuliers. Il reconnut que certaines étoiles paraissaient avoir, dans l'espace d'un an, une espèce de balancement en longitude, sans changer en aucune manière de latitude; que d'autres variaient seulement en latitude; et qu'enfin d'autres (et c'était le plus grand nombre) paraissaient décrire dans le ciel, pendant l'espace d'une année, une petite ellipse plus ou

moins allongée. Cette période *d'une année*, à laquelle répondaient tous ces mouvemens, quoique d'ailleurs si différens, était un indice certain qu'ils avaient quelques rapports avec le mouvement de la terre dans son orbite autour du soleil; mais cela n'était encore qu'un aperçu général, insuffisant pour rendre une raison précise et complète des phénomènes. Bradley fit un nouveau pas qui décida la question; il conçut la belle pensée, que l'aberration apparente des étoiles fixes est produite par la combinaison du mouvement progressif de la lumière avec le mouvement annuel de la terre; il y arriva en se faisant à lui-même ce raisonnement.

La théorie de Roëmer m'apprend que la vitesse de la lumière n'est pas instantanée, et qu'elle a un rapport fini, environ celui de 10000 à 1, à la vitesse de la terre dans son orbite autour du soleil; donc un rayon de lumière, parti d'une étoile, et apportant l'impression de cette étoile à mon œil, n'arrive qu'après que la terre a changé sensiblement de place depuis l'instant où il est parti : ainsi quand mon œil reçoit le coup, il doit praporter l'étoile à un endroit différent de celui où il l'aurait rapportée, si j'étais toujours resté à la même place. Un observateur terrestre ne voit donc pas les

étoiles à leurs véritables places dans le ciel, et il doit leur attribuer différens mouvemens qui dépendent des différentes positions qu'elles ont par rapport à lui.

Muni de cette clef, Bradley expliqua tous les mouvemens d'aberrations apparentes des étoiles fixes, d'une manière exacte, précise, conforme à ses propres observations et à celles de tous les autres astronomes. Dès lors toutes les incertitudes furent dissipées. Aux preuves qu'on avait déjà du système de Copernic, il en ajouta ainsi une nouvelle, que l'on peut appeler une démonstration mathématique.

Non content d'avoir jeté les fondemens de cette théorie par les observations, il la réduisit en formules trigonométriques, dont il publia les résultats, sans démonstrations, dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres. An 1727.

La nouveauté et l'intérêt du sujet attirèrent l'attention des astronomes et des géomètres. Clairaut donna les démonstrations que Bradley avait supprimées; et il y joignit plusieurs autres théorèmes d'un usage facile et commode : service important qui n'a pas peu contribué à accélérer les progrès de cette nouvelle branche de l'Astronomie. Mém. de l'Ac. 1737.

Environ dix ans après, le même géomètre

Mém. de l'Ac. 1746.

appliqua la théorie de l'aberration au mouvement des planètes et des comètes. On sent en effet qu'elle y doit avoir également lieu. Le temps que la lumière met à venir d'une planète ou d'une comète à la terre, produit nécessairement quelque changement apparent dans la position de la planète ou de la comète. Le problème est donc ici de même nature que pour les étoiles, avec cette différence néanmoins que les étoiles étant fixes, au lieu que les planètes et les comètes ont des mouvemens dont il faut tenir compte, les formules d'aberration sont un peu plus compliquées pour les planètes et les comètes, que pour les étoiles. A quoi on doit surtout ajouter la difficulté de calcul, qui provient de l'excentricité des orbites planétaires ou cométaires.

Nutation de l'axe de la terre.

L'Astronomie moderne doit encore à Bradley une autre découverte non moins remarquable, celle de la nutation de l'axe de la terre, à laquelle la Géométrie lui fraya le chemin, en indiquant les observations qu'il fallait faire pour y arriver.

Instruit en général que les inégalités des attractions de la lune ou du soleil sur les différentes parties du sphéroïde terrestre, devaient faire prendre divers mouvemens à son axe, par rapport au plan de l'écliptique, Bradley

s'attacha à reconnaître et à démêler ces mouvemens, par une longue suite d'observations pénibles et délicates, faites dans les positions du soleil et de la lune, les plus propres à manifester les effets qu'il cherchait. Il trouva, 1°. que l'axe de la terre a un mouvement conique, par lequel ses extrémités décrivent autour des pôles de l'écliptique, et contre l'ordre des signes, un cercle entier en 25000 ans, ou un arc d'environ 50 secondes en un an : ce qui produit la précession des équinoxes; 2°. que ce même axe a, par rapport au plan de l'écliptique, un mouvement de libration, ou de balancement alternatif, par lequel il s'incline d'environ 18 secondes pendant une révolution des nœuds de la lune, laquelle se fait, contre l'ordre des signes, dans l'espace d'environ 19 ans; après quoi il revient à sa première position, pour s'incliner de nouveau; ainsi de suite. Ces observations, conformes au système de l'attraction Newtonienne, en sont une nouvelle démonstration, comme je le remarquerai plus expresséement dans la suite. Depuis ces découvertes, la nutation de l'axe de la terre entre dans le calcul astronomique aussi essentiellement que la précession des équinoxes, dont on connaissait déjà à peu près la quantité avant cet astronome.

An 1747.

Catalogues d'étoiles : autres objets.

Comme les étoiles sont les signaux auxquels on rapporte les mouvemens des planètes, les astronomes de tous les temps se sont appliqués avec le plus grand soin à multiplier ces signaux et à fixer leurs positions respectives. Tel est le double objet des catalogues d'étoiles. On a vu qu'Hipparque avait fait le dénombrement exact des étoiles connues de son temps. Dans la suite, Ptolomée et les astronomes arabes perfectionnèrent ce travail. J'ai parlé, sous la période précédente, du catalogue de Flamstéed pour les étoiles visibles dans nos climats, et de celui qui fut dressé pour les étoiles australes, sur les observations de Halley à l'île Sainte-Hélène. Lacaille, l'un des meilleurs et des plus infatigables astronomes qui aient jamais existé, après avoir calculé les positions d'un grand nombre d'étoiles en France, entreprit, en 1751, le voyage du cap de Bonne-Espérance, dans le dessein d'étendre et de perfectionner le catalogue des étoiles australes. Je n'entrerai pas dans le détail des moyens et des précautions qu'il employa pour exécuter ce grand ouvrage, si utile à l'Astronomie, et aujourd'hui l'un de ses principaux fondemens : j'ajouterai seulement qu'il rapporta en Europe un catalogue exact et bien vérifié de plus de 9800 étoiles comprises

LACAILLE, né en 1713, m. en 1762.

entre le pôle austral et le tropique du Capricorne.

Pendant le cours de ces observations principales, Lacaille en faisait d'autres, par occasion, sur divers points très-intéressans de l'Astronomie, tels que les réfractions, la hauteur du pôle, la longueur du pendule à secondes, la longitude du cap de Bonne-Espérance, sur laquelle les sentimens des plus habiles géographes étaient partagés et différaient de plus de trois degrés; il s'attacha en particulier à observer les hauteurs méridiennes de Mars, de Vénus et de la lune; ce qui le mit en état de déterminer avec précision les parallaxes de ces planètes, en comparant ses observations avec celles que l'on faisait dans le même temps en France, en Angleterre, en Suède et en Prusse. Enfin, il mesura un degré de la terre, dont j'aurai occasion de parler plus au long dans l'article suivant.

Figure de la terre.

La question de la figure de la terre est un objet de la plus haute importance pour l'Astronomie et la Navigation. Aussi a-t-on fait dans tous les temps des tentatives pour la résoudre; mais ce n'est que depuis la mesure de Picard, qu'on a commencé à obtenir des résultats sur l'exactitude desquels on put raisonnablement compter.

An 1669. Cet astronome trouva que la longueur d'un degré du méridien terrestre était de 57060 toises, par une latitude boréale de 49 degrés 23 minutes. Quoique cette détermination fût jugée incomparablement plus exacte que toutes celles qui l'avaient précédée, elle laissait encore néanmoins quelque chose à désirer, tant par le défaut de précision de certains élémens, que parce qu'elle ne suffisait pas pour donner une notion complète de la figure et des dimensions du globe terrestre. L'auteur avait employé treize triangles, sur une étendue d'environ trente-deux lieues, pour calculer la longueur du degré terrestre. Or, ne pourrait-il pas s'être glissé quelques erreurs sensibles dans les résolutions trigonométriques de tant de triangles ? D'un autre côté, les meilleurs instrumens alors connus ne pouvaient donner qu'à quatre secondes près la valeur de l'ère céleste correspondant à l'arc terrestre ; et ces quatre secondes, rapportées sur la terre, valent près de soixante-six toises. Enfin, un seul degré ne pouvait pas faire connaître si la terre est sphérique, ou si elle s'écarte de cette figure.

Ces considérations ayant été présentées au Gouvernement français, toujours porté à favoriser le progrès des sciences, il ordonna que non-seulement la mesure de Picard serait

vérifiée, mais encore qu'à partir de ce point, la méridienne serait prolongée à travers la France jusqu'à Dunkerque, vers le Nord, et jusqu'à Colioure, vers le Midi; ce qui comprenait une étendue d'environ 8 degrés. La Hire fut chargé de la partie du Nord; Dominique Cassini de celle du Midi, dans laquelle il fut ensuite aidé par son fils, Jacques Cassini: il résulta de toutes ces opérations que la longueur moyenne du degré terrestre, en France, était de 57061 toises, plus grande d'environ une toise que celle de Picard.

An 1683.

An 1701.

Les auteurs de ces nouvelles mesures, persuadés, par l'expérience du raccourcissement du pendule à Cayenne, et par les théories de Huguens et de Newton, que la terre était un sphéroïde applati vers les pôles, mais égarés par une fausse application de la Géométrie, qui leur fit croire que dans un tel sphéroïde, les degrés terrestres doivent diminuer de longueur, en allant du Midi au Nord, ne se tinrent peut-être pas assez en garde contre les sources d'illusion que ce préjugé pouvait occasionner. Soit par cette cause, ou par le défaut de justesse de leurs instrumens, ou par quelques négligences presque inévitables dans une longue suite d'observations, ils trouvèrent que les degrés terrestres diminuaient en effet

de longueur du Midi au Nord; et ils se hâtèrent de publier ce résultat avec d'autant plus de confiance, qu'ils croyaient par-là confirmer l'applatissement de la terre, que l'on regardait comme très-probable.

La question paraissait complétement résolue: on demeura pendant plusieurs années dans la sécurité, que les observations s'accordaient avec la théorie, du moins quant à la conséquence générale; mais enfin les géomètres vinrent troubler cette tranquillité: ils démontrèrent que cet accord prétendu des observations avec la théorie était fondé sur un paralogisme de Géométrie, et que dans un sphéroïde applati vers les pôles, les degrés de latitude devaient augmenter du Midi au Nord, et diminuer au contraire dans un sphéroïde *allongé*. En effet, on voit, sans le secours d'aucune figure de Géométrie, que dans le sphéroïde applati, le méridien terrestre étant plus courbe auprès de l'équateur qu'autour du pôle, la longueur de l'arc terrestre d'un degré, correspondant à un arc céleste d'un degré, doit aller en augmentant à mesure que la courbure du méridien terrestre diminue, ou à mesure qu'on avance vers le pôle. Le contraire doit avoir lieu pour le sphéroïde allongé. La vérité de ce raisonnement, si simple et si concluant, ne

pouvait manquer de frapper bientôt tous les esprits. Alors les auteurs des nouvelles mesures furent fort embarrassés. D'un côté, ne pouvant rejeter les démonstrations qu'on leur opposait, de l'autre ne voulant pas abandonner des observations qu'ils regardaient comme très-certaines, ils furent enfin réduits à dire que la terre était un sphéroïde allongé vers les pôles. De nouvelles mesures, prises également en France, aux années 1733 et 1736, semblèrent fortifier l'opinion que les longueurs des degrés terrestres diminuaient du Midi au Nord. La terre fut donc, pendant l'espace d'environ quarante ans, un sphéroïde allongé, du moins en France, en dépit de Huguens et de Newton.

Cependant les géomètres n'étaient pas convaincus. Ils renouvelaient de temps en temps leurs protestations contre un système qu'ils ne pouvaient concilier avec les lois de l'Hydrostatique : ils soutenaient qu'en supposant même que les observations faites en France eussent toute l'exactitude possible, les différences entre les degrés étaient trop petites, pour être parfaitement saisies, et qu'on ne pouvait obtenir des différences bien marquées et suffisantes, que par la comparaison de degrés mesurés en des endroits très-éloignés les uns des autres,

dans le sens du méridien. Des réclamations si bien motivées furent écoutées du Gouvernement français. Le comte de Maurepas, alors ministre de l'académie des sciences, ordonna qu'une troupe de mathématiciens irait mesurer le degré du méridien au Pérou, dans le voisinage de l'équateur, tandis qu'une autre troupe irait faire une semblable opération en Laponie, sous le cercle polaire.

Godin, Bouguer et la Condamine partirent pour le premier voyage en 1735; l'année suivante, Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier, auxquels se joignit Celsius, célèbre professeur d'Astronomie à Upsal, se rendirent en Laponie. Les premiers éprouvèrent toutes sortes de contradictions et de retardemens dans leurs opérations, et ne purent revenir en France qu'environ sept ans après leur départ; les autres eurent toutes choses prospères; leur ouvrage fut commencé et achevé en très-peu de temps; ils rentrèrent dans leur pays au bout de quinze à seize mois d'absence.

Il semble qu'on aurait dû attendre le retour des académiciens du Pérou, pour rendre un compte d'opérations toutes entreprises dans la même vue : c'était l'avis des savans modérés et justes. Maupertuis, chef de la troupe du Nord, homme ardent à faire du bruit, rejeta une

proposition si contraire à son but. Il n'eut rien de plus pressé que d'annoncer partout, à l'académie, au public, dans le grand monde où il était fort répandu, le résultat d'une opération dont il s'appropriait en quelque sorte toute la gloire, et à laquelle cependant il n'avait eu qu'une part médiocre comme collaborateur. Ce résultat était que la longueur du degré du méridien, sous le cercle polaire, vaut, à très-peu près, 57438 toises. En la comparant avec celle du degré de France, qui vaut 57061 toises, on voit que les longueurs des degrés augmentent incontestablement du Midi au Nord, et que par conséquent la terre est un sphéroïde applati vers les deux pôles: on trouve de plus que l'axe de révolution de ce sphéroïde et le diamètre de son équateur, sont à peu près entre eux, comme les nombres 177 et 178.

Un parti nombreux adopta ces conclusions avec enthousiasme. Maupertuis fut exalté, comme s'il eût apporté aux hommes une vérité nouvelle et extraordinaire. On ne l'appelait plus, en de certains endroits, que *l'applatisseur* de la terre. Lui-même se fit peindre en Lapon, s'appuyant sur le globe terrestre, comme pour lui faire prendre la forme sphéroïdale; et Voltaire, alors son ami, mit au bas de l'estampe quatre mauvais vers, qu'on

admira et qu'on a plus justement oubliés dans la suite *.

Les partisans de l'allongement de la terre voyaient avec chagrin le progrès d'un système qui renversait en un moment tout leur édifice, élevé si lentement et à tant de frais. Toujours persuadés par les observations faites en France, que la longueur des degrés terrestres allait en diminuant de l'équateur au pôle, ils jetèrent des doutes sur l'exactitude de la mesure du Nord : ils prétendirent qu'elle avait *été faite* avec légèreté, et que même la rigueur du climat avait pu empêcher qu'on y apportât tout le scrupule, toute la précision nécessaires. Cette inculpation fut repoussée avec chaleur. Les écrits polémiques se multiplièrent de part et d'autre; et bientôt on y remarqua l'amour-propre plus que l'amour de la vérité. Un ardent défenseur de l'allongement, croyant avoir réfuté victorieusement l'opinion contraire, ne voulut pas néanmoins livrer son manuscrit à l'imprimeur, avant de l'avoir communiqué à

---

* Les voici :

Ce globe mal connu, qu'il a su mesurer,
Devient un monument où sa gloire se fonde :
Son sort est de fixer la figure du monde,
De lui plaire et de l'éclairer.

Fontenelle, dont l'autorité était d'un très-grand poids. Fontenelle lut l'ouvrage, et en le rendant à l'auteur, il lui conseilla de le publier. Celui-ci, un peu indécis, un peu incertain de l'opinion du juge, dit après un moment de silence : *Vous me donnez, Monsieur, un conseil que vous n'avez pas suivi pour vous-même ; on a beaucoup écrit contre vous, et jamais vous n'avez répondu..... Oh!* répliqua finement le sage secrétaire de l'académie des Sciences, *je n'étais pas si sûr que vous d'avoir raison.*

Dans cette lutte, le système de l'applatissement de la terre prenait de jour en jour le dessus, par le double avantage qu'il réunissait, d'être fondé sur des observations et sur la théorie des forces centrales. Les Cassini, auteurs du système de l'allongement, furent eux-mêmes ébranlés : ils finirent par reconnaître la nécessité de vérifier les degrés de France, avec des instrumens plus parfaits que ceux dont ils s'étaient servis. En 1739 et 1740, Cassini de Thury, fils de Jacques Cassini, et l'abbé de Lacaille, firent cette vérification, employant tous les meilleurs instrumens et toutes les précautions possibles pour en assurer la parfaite justesse. Ils reconnurent que la plus grande partie des degrés allait en augmentant

CASSINI de Thury, né en 1714, m. en 1784.

du Midi au Nord, et qu'un très-petit nombre seulement paraissait diminuer. La conséquence qui suivait de-là était en faveur de l'applatissement de la terre. Il ne s'agissait plus que de la manifester dans une forme authentique. Cassini de Thury, du consentement de son père, eut le noble courage d'annoncer dans une assemblée publique de l'académie des sciences, qu'il s'était glissé quelques erreurs dans les premières mesures des degrés de France, et de conclure que les nouvelles concouraient avec celles du Nord, à prouver que la terre était un sphéroïde appláti vers les pôles. Il publia tout ce travail dans un livre intitulé : *Méridienne de l'Observatoire Royal, vérifiée, etc.* Alors la terre prit, du commun accord des astronomes, et à la grande satisfaction des géomètres, la figure applatie qu'on lui avait disputée si long-temps.

Maupertuis, qu'on voulait toujours faire regarder comme l'auteur de cette révolution, aurait joui d'un triomphe pur, si, par une suite de son caractère inquiet et jaloux, il n'avait eu sans cesse devant les yeux la crainte de voir arriver au premier jour les académiciens du Pérou, avec lesquels il faudrait de nouveau discuter toute la question. Les hommes instruits et désintéressés, sans révoquer en doute

l'applatissement de la terre, attendaient ce retour, pour prendre une plus parfaite connaissance de la forme et des dimensions du globe terrestre. On savait que Godin et Bouguer étaient des astronomes du premier ordre, et que de plus Bouguer était un très-grand géomètre; que la Condamine, sans égaler ses deux collègues en savoir, avait surmonté par son zèle et son activité, une foule d'obstacles qui s'opposaient au succès des opérations. On avait donc tout lieu de penser que leurs travaux répandraient un nouveau jour sur cette matière. Les amis de Maupertuis s'efforçaient, par tous les moyens, de détruire ou d'affaiblir de si justes espérances: ils ne cessaient de répéter que le problème était résolu; que les mesures du Pérou n'apprendraient rien de nouveau, ou ne feraient tout au plus que confirmer une vérité déjà connue. On employait même, pour les combattre d'avance, l'arme du ridicule. Né caustique et mordant, Maupertuis disait dans les sociétés d'un monde frivole, pour qui une plaisanterie, bonne ou mauvaise, tient lieu de raison: *Lorsque les Péruviens arriveront, ils seront bien plus embarrassés de leur figure que de la figure de la terre.* Tout cela fut inutile: malgré les intrigues et les sarcasmes, les mesures du Pérou reçurent

l'accueil qu'elles méritaient. Bouguer, dans son
An 1749. livre *de la Figure de la terre*, exposa les précautions essentielles que ses collègues et lui avaient prises, tant pour la vérification et la parfaite justesse des instrumens, que pour faire le meilleur choix et le meilleur usage des observations; il discuta plusieurs points d'Astronomie qui n'avaient pas encore été éclaircis; il fit la remarque importante que la figure elliptique ne convenait pas exactement à tous les points des méridiens de la terre; il essaya d'autres hypothèses plus conformes à la vérité dans un grand nombre de cas, etc. Tant de belles recherches imprimèrent aux opérations du Pérou un caractère d'évidence et de certitude qui les fit regarder comme les plus parfaites qui eussent encore été exécutées en ce genre. Le temps n'a fait que confirmer ce jugement avantageux. On ne pense pas si favorablement, à beaucoup près, de la mesure du Nord.

Au reste, la conclusion fut toujours que la terre est applatie vers les pôles. La longueur du premier degré du méridien à l'équateur est de 56753 toises; d'où il résulte, en la comparant à celle du degré de France, que les axes de la terre sont entre eux comme les deux nombres 178 et 179, à très-peu de chose près.

Doutes sur la régularité de la terre.

On dirait que notre malheureuse planète est destinée à tourmenter les hommes sous tous les rapports : à peine avait-elle reconquis sa figure applatie, qu'on vint lui disputer la régularité de sa constitution, qu'on n'avait jamais révoquée en doute ; car si les observations du Pérou avaient donné, en certains cas, l'exclusion à la forme elliptique pour les méridiens, on regardait du moins toujours la terre comme un solide de révolution. De nouvelles observations mirent en problème une opinion si naturelle, et qui paraissait une suite nécessaire de la rotation uniforme de la terre autour de son axe.

An 1752.

Lacaille, dans son voyage au cap de Bonne-Espérance, ayant mesuré la longueur d'un degré terrestre, par une latitude australe de 33 degrés 18 minutes, trouva qu'elle était de 57037 toises : longueur qui étant plus grande que celle du degré à l'équateur, et moindre que celle du degré au cercle polaire, indique bien un applatissement dans la terre ; mais elle est moindre qu'on ne devait la conclure, en la comparant avec celle du degré en France ; ce qui semble indiquer un applatissement irrégulier. Les Jésuites Boscovich et Lemaire ont établi cette irrégularité d'une manière qui serait encore plus décisive, si elle était absolument incontestable.

An 1775. Par des mesures faites en Italie, de plusieurs degrés du méridien, à des latitudes égales à celle des degrés mesurés en France, ils ont trouvé des longueurs très-sensiblement différentes des longueurs de France. Il y a plus: en supposant les méridiens de la terre égaux et semblables, ils n'ont pu concilier leurs propres mesures entr'elles, ni avec les opérations du Nord et du Pérou. D'où ils ont conclu qu'il faut abandonner l'hypothèse de la *similitude* des méridiens. Alors tombent plusieurs théories astronomiques : la terre n'étant plus un solide de révolution, la direction du fil à plomb n'indiquera plus celle de la perpendiculaire à la surface de la terre, ni celle du plan du méridien ; l'observation de la distance des étoiles au zénith ne donnera plus la vraie mesure des degrés dans le ciel, ni par conséquent celle des degrés terrestres correspondans, etc. Ces fâcheuses conséquences n'arrêtent point les auteurs de ce nouveau système. Pourquoi, disent-ils, la terre aurait-elle essentiellement une figure régulière ? Si elle avait été dans son origine une masse fluide et homogène, l'attraction réciproque de ses parties, combinée avec le mouvement de rotation autour de son axe, lui aurait fait prendre la figure d'un sphéroïde elliptique applati; ou si elle avait été

d'abord composée de fluides de différentes densités, ces fluides cherchant à se mettre en équilibre, se seraient finalement arrangés dans un ordre régulier, et les méridiens auraient encore été semblables. Mais pourquoi vouloir que la terre ait été originairement fluide, d'une manière ou d'autre; et quand elle l'aurait été, pourquoi aurait-elle conservé sa forme primitive? Dans l'état actuel des choses, une partie de sa surface est solide, et composée de matières de différentes densités, distribuées pêle-mêle, et sans aucun ordre dont on puisse assigner la cause. Les bouleversemens que cette surface a éprouvés, les changemens de terres en mers, l'affaissement du globe en certains endroits, son exhaussement en d'autres: toutes ces révolutions n'ont-elles pas dû altérer considérablement la forme primitive de la terre, quelle qu'on veuille la supposer? N'est-il pas très-vraisemblable qu'elles n'ont pas seulement affecté la surface de la terre, et qu'elles se sont propagées jusque dans l'intérieur du globe? Enfin, si les observations l'exigent impérieusement, il faudra bien reconnaître que les méridiens de la terre ne sont égaux ni semblables.

A ces raisonnemens on en oppose d'autres qui les détruisent, sinon d'une manière

absolument démonstrative, au moins très-suffisante pour convertir en simples doutes des assertions trop affirmatives. Je commence par les considérations physiques.

Il est d'abord certain que le globe de la terre est à peu près sphérique, ou que du moins on peut le regarder comme un sphéroïde elliptique très-applati. On cite en preuves, les hauteurs du pôle, qu'on trouve égales, à des latitudes égales sous différens méridiens; les règles du pilotage, fondées sur *cette* supposition, lesquelles sont d'autant plus sûres, qu'elles sont observées avec le plus de soin; la rotation constante et uniforme de la terre autour de son axe; la régularité de l'ombre de la terre dans les éclipses de lune; etc. On ajoute que la surface de la terre, dans sa plus grande étendue, est fluide, et par conséquent homogène; que de plus, la matière solide qui forme le reste de cette surface est presque partout peu différente en pesanteur de l'eau commune; et qu'ainsi la figure de la terre doit être à peu près la même qu'elle aurait été dans l'hypothèse d'une entière fluidité primitive. Les inégalités que l'on remarque à la surface du globe, *les* profondeurs des mers, les élévations des plus hautes montagnes, sont très-peu considérables en comparaison du rayon de la terre, la plus

grande différence étant moindre que ne serait un dixième de ligne sur un globe de deux pieds de diamètre. Les plus grosses montagnes n'ont que de très-petites masses relativement à toute la masse du globe : en effet, on a remarqué au Pérou que des montagnes élevées de plus d'une lieue n'écartent le pendule de sa direction que d'environ sept secondes. Or, une montagne hémisphérique, d'une lieue de hauteur ou de flèche, devrait écarter le pendule d'environ une minute 18 secondes ; d'où il suit que les montagnes ont très-peu de matière par rapport au reste du globe ; conséquence appuyée sur d'autres observations qui nous ont découvert d'immenses cavités dans ces montagnes. Ces inégalités qui nous paraissent si considérables, et qui le sont en effet si peu, ont été produites par les bouleversemens que la terre a soufferts, et dont on doit conjecturer que l'effet ne s'est pas étendu fort au-delà de la superficie et des premières couches.

Il n'y a donc aucune raison, puisée dans la Physique, qui prouve la dissimilitude des méridiens de la terre. Voyons si les observations nous apprendront quelque chose de plus.

L'irrégularité qui résulte de la mesure de Lacaille n'est pas fort grande, et on peut l'expliquer, sans lui faire trop de violence, dans

la supposition des méridiens semblables. On attache plus de poids à la mesure d'Italie. Mais pour apprécier les conséquences qu'on en veut tirer, il faut observer que la différence entre le degré mesuré en France et le degré mesuré en Italie, à pareille latitude, est seulement de 70 toises, c'est-à-dire, d'environ 35 toises pour chacun des deux degrés. Or, cette différence est-elle assez grande pour ne pouvoir pas être attribuée aux erreurs des observations, quelque exactes qu'on les suppose? Deux secondes d'erreur dans la seule mesure de l'arc céleste donnent 32 toises d'erreur sur la longueur du degré terrestre; et comment peut-on répondre que les opérations astronomiques et géodésiques n'aient pas donné une telle erreur? Il paraît donc qu'à l'époque où l'on raisonnait d'après les élémens que je viens d'indiquer, rien n'obligeait à regarder les méridiens de la terre comme ne suivant aucune loi constante et régulière. Pour décider complétement la question, il faudrait mesurer, par des latitudes très-différentes, plusieurs degrés d'un même méridien; et par des longitudes très-différentes, plusieurs degrés de méridiens correspondans à des latitudes égales. Les Gouvernemens, et principalement la France, ont fait mesurer un grand nombre de degrés des

méridiens, par des latitudes très-inégales. On connaît les excellentes opérations exécutées en dernier lieu suivant cette vue. Toutes ces mesures ont parfaitement rempli l'objet qu'on s'était proposé. Il serait maintenant à désirer que l'on comparât un très-grand nombre d'arcs terrestres, à des latitudes et à des longitudes très-différentes. C'est à quoi l'on peut parvenir sans peine et à peu de frais, par des calculs fondés sur la longueur du pendule qui bat les secondes en chaque endroit. Ces déterminations ont l'avantage de pouvoir être répétées, dans tous les temps, par des astronomes de tous les pays; au lieu que les mesures immédiates des degrés terrestres, demandent un appareil et des frais immenses, auxquels les Gouvernemens, seuls capables de les faire exécuter, n'ont pas toujours les moyens ou la volonté de consacrer les sommes nécessaires. Ajoutons qu'il est quelquefois très-dangereux de faire recommencer ces grandes opérations, qu'on n'est pas à portée de vérifier au besoin; car si de deux opérations, la seconde s'accorde avec la première, les gens soupçonneux ou malins peuvent dire qu'on a fait cadrer les résultats; et si elles diffèrent, on donne lieu à des discussions de préférence, dans lesquelles il peut

être difficile de reconnaître la vérité. Enfin, *tous* les pays ne sont pas propres à ces opérations : tous le sont pour les observations du pendule.

Astronomie des comètes.

On sait, et tout le monde convient aujourd'hui que les comètes sont des corps solides et opaques comme les planètes, et que tous ces astres décrivent des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers. Il y a néanmoins cette différence, que les planètes se meuvent d'Occident en Orient, dans une bande sphérique d'environ 16 degrés de largeur, et qu'elles décrivent des orbites peu différentes du cercle, du moins pour la plupart; au lieu que les comètes traversent les espaces célestes dans toutes sortes de directions, et décrivent quelquefois des ellipses si allongées, qu'on peut les prendre pour des paraboles. Mais on sent que ces diversités de directions et d'orbites sont étrangères aux corps mêmes, et ne peuvent pas établir des distinctions réelles entre les planètes et les comètes : elles servent seulement à former deux sortes de dénominations générales qui simplifient et abrègent le discours.

Incertitude de quelques astronomes du siècle dernier, sur la nature des comètes.

L'ancienne opinion que les comètes ne sont que des amas de matière sujets à se dissiper, avait jeté des racines si profondes, que dans le siècle dernier, il s'est encore trouvé des astronomes de réputation qui ont tenté de la

soutenir ou de la renouveler. Par exemple, La Hire ne peut se résoudre à placer les comètes au même rang que les planètes. Voici comment il s'exprime à ce sujet : « Si les co- Ac. de Paris, 1702, pag. 118.
» mètes étoient des planètes qui se fissent voir
» seulement de la terre lorsqu'elles en sont
» fort proches, il n'y a pas de doute qu'elles
» devroient paroître s'augmenter peu à peu,
» de la même manière qu'on les voit ordinai-
» rement s'évanouir et disparoître, tant par
» rapport à leur mouvement, lequel devient
» plus lent sur la fin de leur apparition, que
» par la diminution de leur lumière qui
» s'éteint aussi à peu près dans la même pro-
» portion : mais nous commençons presque
» toujours à voir les comètes quand elles sont
» dans leur plus grande clarté, et quand elles
» parcourent un plus grand chemin apparent ;
» et c'est ce qui pourroit faire croire que ce ne
» sont que des feux qui s'allumant subite-
» ment, se dissipent peu à peu en diminuant
» de vitesse, etc. »

Cette conjecture ne peut être attribuée qu'à la connaissance encore trop imparfaite qu'on avait du mouvement des comètes, au temps dont je parle. Les astronomes, spécialement occupés du mouvement des planètes, n'étaient pas assez attentifs à faire la revue de toutes les

parties du ciel, et laissaient échapper plusieurs comètes sans les observer : ils en observaient d'autres long-temps après qu'elles étaient visibles ; on voulait que la lumière des comètes fût semblable à celle des planètes : supposition gratuite ; on ne faisait pas attention que de même que la terre a une atmosphère épaisse, et fort différente de celles de la lune et des autres planètes, les comètes ont aussi des atmosphères plus ou moins étendues, plus ou moins denses, qui font varier de plusieurs manières leurs apparitions. Toutes ces causes d'illusion ont été enfin dissipées successivement par une plus grande assiduité à visiter l'étendue des espaces célestes, et par les recherches particulières qu'on a faites, avec le secours des plus excellens instrumens, du cours des comètes et de toutes les circonstances qui l'accompagnent.

Je ne puis qu'indiquer ici les objets et les progrès de la Cométographie. Ceux qui voudront approfondir cette partie intéressante de l'Astronomie, trouveront amplement de quoi se satisfaire dans la lecture de l'excellent ouvrage

PINGRÉ ; né en 1711, m. en 1796.

que Pingré, l'un de nos plus célèbres astronomes, publia sur ce sujet en 1783. Il n'a rien oublié : Histoire, Physique, observations, probabilités, conjectures, tout est

rapporté et analisé avec l'exactitude la plus scrupuleuse.

Dénombrement des comètes.

Il est impossible de déterminer le nombre des comètes qui ont paru depuis que l'on a commencé à observer le ciel ; mais on a lieu de penser qu'il est très-grand. Pingré a remarqué, à compter de la naissance de Jésus-Christ jusqu'à l'année 1783, environ 380 comètes dont l'apparition lui paraît assez probable. Il en est plusieurs autres qu'on ne peut citer que par conjecture. Si l'on joint à ces comètes connues ou soupçonnées, toutes celles qu'on a laissé passer sans les apercevoir, soit à cause de leur petitesse apparente, soit à cause de leur proximité au soleil, soit à cause de l'éclat de la lune, soit parce que le mauvais temps n'a pas permis de les observer, soit enfin parce qu'elles auront été invisibles sur l'horizon de l'Europe, on reconnaîtra que le nombre des comètes doit être immense. Sur quoi néanmoins il faut remarquer que parmi les comètes qui ont été vues, il peut s'en être trouvé plusieurs qui fussent les mêmes revenues périodiquement.

Calcul astronomique des comètes.

Les anciens ne nous ont transmis aucun moyen de suivre le mouvement des comètes : les modernes ont fait plusieurs tentatives pour résoudre ce problème épineux. Depuis que l'on

a reconnu que les comètes décrivent, de même que les planètes, des ellipses autour du soleil, on a cherché à déterminer les dimensions de ces ellipses, d'après un certain nombre d'observations exactes. Leur grande excentricité a permis de les regarder, au moins dans une partie de leur étendue, comme des paraboles; ce qui simplifie le problème, l'équation de la parabole étant moins compliquée que celle de l'ellipse. Quelquefois même on peut regarder une portion d'orbe cométaire, comme une simple ligne droite. Ces suppositions facilitent la recherche du mouvement approché de la comète; mais ensuite elles ont elles-mêmes souvent besoin d'être rectifiées par des calculs fondés sur la véritable courbe que la comète décrit.

Prédictions du retour des comètes.

Malgré tous les soins avec lesquels les astronomes modernes ont observé le mouvement des comètes, on n'en peut citer encore qu'une seule dont on connaisse le retour périodique: c'est celle qui porte le nom de Halley, parce que ce grand astronome a le premier fixé son mouvement.

Dans un petit traité de *Cométographie*, qu'il publia en 1705, il porta à la dernière évidence la parité du mouvement des comètes avec celui des planètes. Ayant calculé avec un

soin extrême, par une méthode de Newton, et d'après les meilleures observations, une table générale du mouvement des comètes dans une orbe parabolique, et ayant ensuite appliqué cette table aux mouvemens de plusieurs comètes, il reconnut qu'une comète, qui avait paru aux années 1531, 1607, et qu'il observa lui-même avec la plus grande attention, en 1682, s'était montrée avec des circonstances si semblables dans son mouvement, soit pour la forme, ou pour la grandeur, ou pour la position de son orbite, qu'il ne douta point que ce ne fût le même astre. A la vérité, il y avait des différences assez considérables dans les temps des révolutions; mais cette difficulté n'arrêta point Halley. Déjà instruit par la théorie de la gravitation réciproque des planètes, que ces corps troublaient les mouvemens les uns des autres; que, par exemple, le mouvement de Saturne était altéré par les autres planètes, et surtout par Jupiter, de sorte qu'on ne pouvait le déterminer qu'à quelques jours près, il pensa que le mouvement de la comète pouvait de même avoir été altéré par l'attraction des planètes dont elle s'était approchée, et en particulier par l'attraction de Jupiter. Par des calculs qu'il ne donnait cependant que pour des à peu près,

susceptibles d'une latitude de quelques mois, il annonça que la comète reparaîtrait vers la fin de l'année 1758, ou le commencement de l'année 1759 : prédiction que l'événement a vérifiée. On vit la comète en Saxe, au mois de décembre 1758; elle passa au périhélie le 15 mars 1759. Cette comète décrit donc une ellipse, comme les planètes, autour du soleil: la seule différence est que son orbite est fort excentrique, au lieu que les orbites des planètes approchent beaucoup du cercle, si on excepte toutefois celle de Mercure, dont l'excentricité est assez grande.

Le même astronome avait soupçonné que la comète de 1661 avait déjà paru en 1532; que sa période était de 128 à 129 ans, et qu'elle pourrait reparaître vers l'année 1789 ou 1790; mais il n'a pas été aussi heureux cette fois que la première: on n'a pas revu la comète.

Il a pensé encore que la grande comète de 1680 était la même qui avait paru à la mort de Jules-César: il a fixé (mais avec modestie et circonspection) la durée de sa période à 575 ans environ; la postérité décidera s'il a rencontré juste.

Pingré croit que la comète de 1556 pourrait bien être la même que celle de 1264;

qu'elle fait sa révolution en 292 ans environ, et qu'on la reverra en 1848. Il y a encore quelques autres comètes dont on a hasardé d'annoncer le retour; mais toutes ces prédictions sont très-vagues et très-incertaines. Si les anciens nous avaient laissé des observations un peu exactes sur les comètes, nous connaîtrions mieux les mouvemens de ces astres: les modernes les observent avec soin, et préparent par-là les matériaux d'un édifice qui ne peut être élevé que par la postérité.

Comètes tombant dans le soleil.

On croit qu'il tombe de temps en temps des comètes dans le soleil, et même on fait servir ce moyen à réparer la perte de substance que fait le soleil par la quantité prodigieuse de rayons lumineux qu'il envoie de tous côtés dans les espaces célestes. Il n'y a en cela rien d'impossible. Une comète ayant été lancée suivant une certaine direction, et en même temps étant attirée continuellement par le soleil, décrirait autour de lui une ellipse rigoureuse dont il occuperait l'un des foyers, si ces deux astres existaient seuls dans l'univers; mais dans l'état réel des choses, la comète, outre sa tendance principale vers le soleil, éprouve encore l'attraction de plusieurs autres corps célestes, étoiles ou planètes; et il peut arriver que toutes ces forces se combinent

ensemble de telle manière que la force résultante précipite la comète dans le soleil, ou lui fasse silloner sa surface. Cette combinaison juste doit être fort rare ; mais enfin elle est dans l'ordre des possibilités ; et sans doute dans le nombre immense de comètes, il s'en est rencontré qui ont éprouvé ce sort. Suivant quelques calculs, la comète de 1680 passa si près du soleil, qu'au moment de son périhélie, elle n'était distante de la surface de cet astre que d'une quantité égale environ au tiers du demi-diamètre solaire. Peut-être finira-t-elle par tomber dans le soleil. Mais cet événement (s'il arrive) est très-éloigné, et nous n'en devons prendre aucune alarme. En général, une comète quelconque tombant dans le soleil ne peut pas le déranger de sa place, au point de faire craindre la destruction de notre système planétaire.

Les comètes sont-elles habitées?

L'opinion, fort vraisemblable, que la lune, Vénus, Mars, etc., qui sont des corps solides et opaques, comme la terre, ont des habitans comme elle, a fait penser qu'il en pourrait bien être de même des comètes. Mais il est difficile d'admettre ce dernier système. Les comètes doivent être sujettes à des vicissitudes de chaud, de froid, de clarté et de ténèbres, qui ne paraissent guère compatibles avec une constitution quelconque d'animaux. Newton

ayant calculé le degré de chaleur que la comète de 1680 a dû éprouver à son périhélie, a estimé que cette chaleur était deux mille fois plus grande que celle d'un fer rouge: d'un autre côté, la comète a dû recevoir à proportion une augmentation immense de lumière de la part du soleil. Or, en supposant que la durée de sa révolution périodique soit de 575 ans, on trouve que le diamètre du soleil serait vu de la comète sous un angle de 73 degrés, au périhélie, et sous un angle de 14 secondes seulement à l'aphélie; d'où il résulte que du périhélie à l'aphélie on passerait d'une chaleur prodigieuse à un extrême froid, et d'une clarté excessive à de profondes ténèbres. Comment des animaux pourraient-ils supporter toutes ces alternatives, à moins qu'ils ne fussent d'une nature extraordinaire, dont les animaux terrestres ne nous fournissent aucune idée?

---

## SECTION DEUXIÈME.

### *Astronomie Physique.*

TOUTE l'Astronomie physique porte aujourd'hui sur la loi générale de l'attraction mutuelle que toutes les parties de la matière exercent les unes sur les autres. On donne ordinairement le nom de *système* à cette loi : dénomination très-impropre (puisque la gravitation universelle est maintenant une vérité démontrée), mais qu'il est permis d'employer pour abréger, ou pour éviter les circonlocutions.

Je commencerai par indiquer brièvement la manière dont on expliquait autrefois les mouvemens célestes ; ensuite je ferai connaître les moyens qui ont conduit Newton à la découverte du grand ressort de l'attraction ; et j'exposerai les principales applications qu'on en a faites.

Physique des anciens.

Les anciens ont rarement interrogé l'expérience dans les matières de physique, où elle est néanmoins d'une nécessité indispensable ; car les ressorts par lesquels la nature agit,

nous étant presque toujours inconnus, il ne nous reste que la ressource d'en étudier et d'en rapprocher les effets. Dominés par l'esprit de système, dans le plus mauvais sens, et plus empressés d'étaler leurs conjectures et leurs opinions, qu'animés de la solide gloire de s'instruire d'abord eux-mêmes par l'observation suivie et raisonnée des phénomènes, ils introduisirent dans leurs explications physiques de ces phénomènes les formes substantielles, les qualités occultes, etc. : grands mots vides de sens, inventés pour donner carrière à tous les écarts de l'imagination.

Physique de Descartes.

Descartes sentit qu'une telle manière de philosopher n'était qu'une source perpétuelle de faux raisonnemens et de fausses conséquences. Il voulut tout expliquer par la matière et le mouvement, sans admettre dans les corps d'autres propriétés que celles dont ils sont essentiellement doués. Dans cette vue, il posa pour principe que tous les corps sont composés des mêmes élémens ; que leur constitution, intérieure ou extérieure, dépend uniquement de quelques formes simples dans leurs parties intégrantes, et que ces formes primordiales, une fois reconnues, il ne s'agissait plus que d'étendre et de suivre leurs combinaisons dans les divers accidens de repos et

de mouvemens, auxquels les corps sont sujets. Ce début était raisonnable, et annonçait des vues qui dirigées par l'expérience, auraient pu conduire à des vérités très-utiles. Mais bientôt embarrassé par le nombre et la variété des phénomènes à expliquer, ébloui par quelques expériences imparfaites, et croyant pouvoir en deviner d'autres par la seule force de son génie, Descartes admit dans les parties constituantes de la matière, des configurations et des grandeurs arbitraires, des mouvemens et des situations dont il n'existait d'autre cause que le besoin du système; il feignit des fluides invisibles, d'une extrême ténuité, agités de mouvemens secrets, pénétrant les pores des corps sans éprouver aucune résistance, et toujours obéissans, si je puis m'exprimer ainsi, aux différens ordres qu'il leur intimait suivant les circonstances. Enfin, de suppositions en suppositions, il en vint à imaginer ces fameux tourbillons, ou ces vastes courans de matière éthérée auxquels il faisait importer les planètes, comme une rivière importe un bateau. Ses disciples ne furent pas plus modérés, ni plus heureux que lui: forcés d'abandonner son système en plusieurs points essentiels, ils y substituaient, à chaque occasion, de nouvelles hypothèses, tout aussi précaires, tout aussi

fragiles que celles de leur maître. Malgré tant d'efforts et de soutiens, tout ce vaste édifice s'est écroulé presque entièrement.

Newton, écartant sagement les prestiges de l'imagination, étudia la nature dans la nature même, dont il parvint enfin à deviner le secret, à force de méditations et de recherches. Une profonde Géométrie, et la théorie des forces centrales découverte par Huguens, firent trouver au savant Anglais la loi de la force qui retient la lune dans son orbite autour de la terre, ou qui fait graviter continuellement la première de ces planètes vers la seconde. Ensuite il étendit cette loi à tous les corps de notre système planétaire. Voici à peu près la gradation de ses idées sur ce vaste sujet. Physique de Newton.

Nous voyons qu'un boulet de canon, lancé par l'explosion de la poudre, va tomber d'autant plus loin, que l'impulsion de la poudre est plus forte : de plus la théorie de Huguens nous apprend que si le boulet, animé d'une pesanteur toujours constante et toujours dirigée au centre de la terre, était lancé horizontalement avec une vitesse égale à celle qu'il acquerrait s'il tombait librement en ligne droite d'une hauteur égale au demi-rayon du globe terrestre, il tournerait sans fin circulairement autour de la terre (abstraction faite de toute

résistance), passant à chaque révolution par le point d'où il serait parti. Le même raisonnement a également lieu, proportion gardée, si le boulet, au lieu de partir d'un point placé sur la surface de la terre, part d'un point élevé au-dessus de cette surface, d'une lieue, de deux lieues, etc. Nous pouvons donc le transporter jusqu'à la lune, ou supposer qu'il est la lune même, laquelle tourne en effet circulairement autour de la terre; et alors, par la vitesse avec laquelle la lune tourne, nous trouverons le rapport de la force qui la retient dans son orbite, ou qui la détourne continuellement de la direction rectiligne, à la gravité qui fait tomber ici-bas les corps à la surface de la terre. Or, suivant les observations astronomiques et géodésiques, le rayon du globe terrestre vaut 57000 toises *; la moyenne distance de la lune à la terre, ou le rayon moyen de l'orbite lunaire, vaut 60 fois le rayon du globe terrestre; la lune fait sa révolution autour de la terre en 27 jours 7 heures 43 minutes.

* Je néglige dans les calculs dont il s'agit de petites quantités qui ne feraient que les allonger inutilement; car il n'est ici question que de faire connaître l'esprit de la méthode.

D'après ces données, on trouve, 1°. la circonférence entière de l'orbite lunaire, et la longueur de l'arc que la lune parcourt en un temps donné, par exemple en une minute; 2°. la force centripète de la lune, ou la quantité dont cet astre est rappelé vers la terre, en une minute, cette quantité étant sensiblement une troisième proportionnelle au diamètre de l'orbite lunaire et à l'arc qu'elle décrit en une minute. Le résultat de tous ces calculs est que la quantité dont la lune dévie de la tangente, ou s'approche de la terre, en une minute, est d'environ 15 pieds. Et comme, d'un autre côté, on sait par l'expérience que les corps graves, tombant à la surface de la terre, parcourent 15 pieds en une seconde, ou 3600 pieds en une minute, on voit que de la terre à la lune la pesanteur n'est pas constante, et qu'elle a diminué dans le rapport de 3600 à 1, c'est-à-dire, dans le rapport du quarré de 60 au quarré de 1, ou du quarré de la distance de la lune à la terre, au quarré du rayon de la terre. Tel est le premier exemple de cette fameuse loi de la gravitation des astres en raison inverse des quarrés des distances.

Avant de passer plus loin, je ne puis m'empêcher de faire remarquer ici une nouvelle preuve bien frappante de la lenteur avec

laquelle les connaissances humaines se succèdent. Dès l'année 1673, quinze années avant que le livre de Newton parût, Huguens avait donné en treize propositions les propriétés de la force centrifuge ou centripète dans le cercle: s'il eût appliqué cette théorie au mouvement de rotation de la terre autour de son axe, et au mouvement de la lune autour de la terre, il aurait découvert la loi de la gravitation de la lune vers la terre. En effet, suivant les propositions II et III, combinées ensemble, la force centrifuge de la lune est à la force centrifuge à la surface de la terre, comme le quarré de l'espace que la lune parcourt en une minute, divisé par 60, est au quarré de l'espace qu'un point de la surface de la terre parcourt aussi en une minute, divisé par 1; et suivant la proposition V, combinée avec la théorie ordinaire de la chute des graves, la force centrifuge d'un point à la surface de la terre, est à la gravité à la surface de la terre, comme 1 est à 289. Or, en multipliant terme à terme ces deux proportions, et effectuant les calculs indiqués, on trouve que la force centrifuge de la lune est à la gravité à la surface de la terre, comme 1 est à 3600; ce qui est le résultat de Newton. Mais Huguens n'a pas fait cette application, et la gloire d'avoir découvert et

confirmé, par le calcul, la loi de la gravitation des astres, appartient au géomètre anglais.

Lorsque Newton eut reconnu la loi de la gravitation de la lune vers la terre, il ne lui fut pas difficile de déterminer également la tendance des planètes principales vers le soleil et celles des satellites vers leurs planètes principales. Ici les lois de Képler fournirent les élémens du calcul.

Les planètes principales décrivent des ellipses autour du soleil qui occupe l'un des foyers, et de même les satellites décrivent des ellipses autour de leurs planètes principales. Or, par la première loi de Képler, les temps employés à parcourir les parties d'une même orbite, sont entr'eux comme les aires comprises entre le grand axe de l'ellipse, un rayon vecteur quelconque, et l'arc parcouru; d'où l'on conclut que la planète principale est poussée vers le soleil, ou le satellite vers sa planète principale, par une force réciproquement proportionnelle au quarré de la distance du corps tournant au centre de tendance. On avait donc ainsi le moyen de comparer les gravitations d'une même planète en deux points quelconques de son orbite. Mais cela n'était pas suffisant : il fallait de plus savoir comparer les gravitations de deux planètes différentes; car

il pouvait se faire que d'une planète à l'autre la gravitation ne suivît pas le rapport du quarré inverse des distances : ce qui eût enlevé au principe sa généralité et ses avantages les plus essentiels. La seconde loi de Képler complète cette théorie, et rappelle toutes les gravitations à une même unité : elle prouve que toutes les planètes principales sont poussées vers le soleil par une même force, qui varie en raison inverse des quarrés des distances. Ainsi, par exemple, la tendance de Mars vers le soleil est à la tendance de Jupiter vers le soleil, comme le quarré de la distance de Jupiter au soleil est au quarré de la distance de Mars au soleil. Il en est de même pour les satellites à l'égard de leurs planètes principales.

La gravitation est réciproque entre tous les corps de l'univers. De même que les planètes principales pèsent vers le soleil, et les satellites vers leurs planètes principales, le soleil pèse à son tour vers les planètes principales, et les planètes principales vers leurs satellites. Une pierre qui tombe à la surface de la terre est attirée par le globe de la terre ; elle attire à son tour ce globe. L'attraction que chaque corps exerce est proportionnelle à sa *masse* ; car il n'y a pas de raison pour que la vertu attractive existe dans une molécule du corps

plutôt que dans une autre; elle est commune à toutes, et l'attraction totale est proportionnelle à la masse. Si donc deux corps sont mis en présence, ils parcourront l'un vers l'autre des espaces réciproquement proportionnels à leurs masses. On voit par-là, dans notre exemple, qu'à cause de l'énorme disproportion des masses, la tendance du globe terrestre vers la pierre doit paraître nulle en comparaison de celle de la pierre vers le globe terrestre. Quant à la diminution que la pesanteur éprouve à mesure que la distance augmente, elle ne peut devenir sensible que lorsque la distance devient très-grande. De-là, deux corps qui tombent de hauteurs différentes, mais toujours médiocres, à la surface de la terre, éprouvent des pesanteurs qui paraissent égales, et les deux hauteurs parcourues sont proportionnelles aux quarrés des temps, comme Galilée l'a trouvé le premier; mais cette loi n'a plus lieu, lorsque les deux hauteurs diffèrent considérablement, comme, par exemple, si l'une étant de 100 pieds, l'autre était égale au rayon de l'orbite lunaire; car de la terre à la lune, la pesanteur diminue dans le rapport de 3600 à 1.

De l'attraction réciproque que deux planètes, telles que la terre et la lune, exercent l'une sur l'autre, il résulte que la terre doit

s'approcher de la lune, en même temps que la lune s'approche de la terre; de sorte que le mouvement de la lune se fait autour d'un point mobile; mais ce mouvement ne suit pas pour cela d'autres lois que si la terre était fixe; car si l'on cherche en général les courbes décrites par deux corps, qui par leurs attractions mutuelles parcourent l'un vers l'autre des chemins réciproquement proportionnels à leurs masses, et qui sont lancés dans l'espace suivant des directions quelconques, et avec des vitesses quelconques, on trouvera que ces corps décrivent quatre courbes semblables entre elles: savoir, chacun une autour de l'autre corps considéré comme immobile, et chacun une autour de leur centre de gravité commun, lequel peut d'ailleurs être en repos ou se mouvoir uniformément en ligne droite.

S'il n'y avait dans le ciel que deux corps tournant l'un autour de l'autre, en vertu d'un mouvement d'impulsion primitive, et de l'attraction Newtonienne, toujours agissante, ils se mouvraient d'une manière rigoureusement conforme aux lois de Képler; mais aussitôt qu'il y a plus de deux corps, (et c'est le cas de la nature) le mouvement elliptique des deux premiers est altéré à chaque instant par les attractions des autres. Je parlerai de ces

inégalités : je vais auparavant considérer quelques applications particulières qu'on a faites du principe de l'attraction à des problèmes d'un autre genre.

Parmi ces problèmes se présente d'abord la question de la figure de la terre, en tant qu'elle dépend des lois de l'Hydrostatique. Huguens avait expliqué, comme nous l'avons déjà dit, l'expérience de Richer à Cayenne, par la combinaison de la force centrifuge avec une pesanteur primitive constante, toujours dirigée au centre de la terre : Newton substitua à cette pesanteur la résultante de toutes les attractions particulières que les molécules du globe terrestre exercent les unes sur les autres. Il n'y a plus de choix à faire aujourd'hui entre ces deux lois de pesanteur. Le principe de Newton est avoué par la nature : voyons l'usage qu'il en a fait, et l'extension considérable qu'on a donnée à sa théorie.

Newton suppose tacitement, et sans le démontrer, que la terre, originairement fluide et homogène, forme en vertu de l'attraction réciproque de ses parties, et de la force centrifuge, un sphéroïde elliptique applati ; il calcule les poids de la colonne centrale équatorienne et de la colonne centrale polaire. Du poids de la première colonne, il retranche la

somme des forces centrifuges de toutes les molécules qui la composent, et il égale le reste au poids de la colonne polaire ; d'où il trouve pour le rapport du diamètre de l'équateur à l'axe de révolution celui des nombres 230 et 229, à peu de chose près.

Indépendamment de la différence des hypothèses que Huguens et Newton avaient adoptées sur la nature de la pesanteur primitive, ils déterminèrent la figure de la terre par des méthodes différentes. Huguens partait de cette condition, que la résultante de la pesanteur primitive et de la force centrifuge doit être partout perpendiculaire à la surface du fluide; Newton de cette autre, que les colonnes dirigées suivant les axes du sphéroïde doivent se contrebalancer mutuellement. Ces deux conditions paraissent également nécessaires à la fois, l'une pour établir l'équilibre à la surface du fluide, l'autre dans l'intérieur de la masse. De-là Bouguer et Maupertuis prirent occasion de chercher, par l'une et l'autre méthode, la nature du méridien dans différentes hypothèses de pesanteur dirigées vers un ou plusieurs centres ; et ils rejetèrent tous les cas où les deux méthodes ne s'accordaient pas à donner la même courbe pour le méridien, ce qui arrivait très-souvent. Mais tous ces problèmes, d'ailleurs

Ac. de Paris, 1734.

peu difficiles, n'étaient dans le fond que des jeux de Géométrie. La nature de la pesanteur est fixée ; et tout autre principe que celui d'une attraction réciproquement proportionnelle aux quarrés des distances est étranger ici à la véritable question.

La proposition fondamentale de Newton, que la terre est un sphéroïde elliptique applati, avait besoin d'être démontrée : elle le fut par Stirling, dans le cas où le fluide étant entièrement homogène, l'applatissement est supposé très-petit; Clairaut la démontra aussi dans cette même supposition d'un applatissement très-petit, non-seulement lorsque le fluide est entièrement homogène, mais encore lorsqu'il est composé de couches de différentes densités. Observons néanmoins qu'il se trompa dans le second cas, en regardant les couches comme semblables ; cela ne peut avoir lieu lorsque les couches sont fluides, comme il le reconnut lui-même dans sa *Théorie de la figure de la terre*, publiée en 1743.

Trans. philos. An 1736 et 1737

Maclaurin est le premier qui ait démontré ce beau théorème : que de quelque manière qu'une masse fluide homogène, dont les particules s'attirent en raison inverse des quarrés des distances, en même temps qu'elle tourne autour d'un axe, ait pris la forme d'un sphéroïde

Prix de l'académie des sciences de Paris, 1740.

elliptique applati ou allongé, d'une quantité quelconque, elle demeurera en équilibre ou conservera sa figure. Il ne se contente pas d'établir l'équilibre pour les colonnes centrales, soit dans le sens des axes du sphéroïde, soit dans toutes les autres directions : il fait voir de plus qu'un point quelconque, pris dans l'intérieur du sphéroïde, est en équilibre, ou également pressé en toutes sortes de sens; ce qui forme en quelque sorte une preuve surabondante. Il étend cette proposition au cas où les particules de la terre, indépendamment de leurs attractions réciproques et de leurs forces centrifuges, sont de plus attirées par le soleil et par la lune. Il donne un grand nombre d'autres théorèmes très-remarquables sur les attractions des sphéroïdes ellipsoïdaux qui ont pour équateur des cercles ou des ellipses; et il applique toute cette théorie à la figure des planètes et aux phénomènes des marées. La méthode qu'il emploie pour démontrer ses principales propositions est purement synthétique, et passe, au jugement des géomètres, pour un chef-d'œuvre d'invention et de sagacité, égal à tout ce qu'Archimède et Apollonius nous ont laissé de plus admirable. Voyez le *Traité des Fluxions* de cet auteur, tom. II, chap. XIV.

En restreignant cette théorie au cas particulier où la terre, originairement fluide et homogène, forme un sphéroïde elliptique applati, en vertu de l'attraction et de la force centrifuge, on trouve que les deux axes de ce sphéroïde sont entr'eux dans le rapport de 230 à 229, comme Newton l'avait conclu de ses suppositions, qui par-là sont vérifiées.

Clairaut, qui avait tant de motifs d'approfondir la même question, puisqu'il avait participé à l'opération du Nord, et qu'il avait déjà démontré en partie les suppositions de Newton, Clairaut, dis-je, composa à ce sujet l'ouvrage que j'ai déjà cité, et dans lequel il traite la matière au long, suivant les lois de l'Hydrostatique. Comme les problèmes de Bouguer et de Maupertuis avaient attiré l'attention des géomètres, Clairaut crut devoir les considérer à son tour. Il démontre qu'il existe une infinité d'hypothèses de pesanteur, où le fluide ne serait pas en équilibre, quoique les colonnes centrales se contrebalançassent mutuellement, et que la direction de la pesanteur fût perpendiculaire à la surface du fluide; il donne une méthode générale pour reconnaître les hypothèses de pesanteur, qui admettent l'équilibre, et pour déterminer la figure que le fluide doit prendre; il fait voir que lorsque la pesanteur

est le résultat des attractions de toutes les parties, et de la force centrifuge, il suffit que l'un des principes, celui de Huguens ou celui de Newton, soit observé, pour que l'autre le soit aussi, et que la planète soit en équilibre. Venant ensuite au véritable état de la question, fondée sur l'attraction Newtonienne, Clairaut détermine d'abord la figure de la terre dans l'hypothèse de l'homogénéité de ses parties; et à cet égard il abandonne sa propre méthode pour suivre celle de Maclaurin, à laquelle il donne la préférence. De-là, sans plus rien emprunter de personne, il passe à d'autres recherches très-profondes. Il explique la manière de reconnaître les variations de la pesanteur, depuis l'équateur jusqu'au pôle, dans un sphéroïde composé de couches dont les densités et les ellipticités suivent une loi quelconque du centre à la surface; il détermine la figure que la terre aurait, si, en la supposant entièr ment fluide, elle était d'ailleurs un amas d'une infinité 'e fluides de différentes densités; il compare sa théorie avec les observations; et dans cette comparaison, il examine les erreurs qu'il faudrait attribuer aux observations, afin que les dimensions du sphéroïde terrestre fussent telles à peu près que la théorie le demande. Tant de vues nouvelles et utiles ont

placé cet ouvrage de Clairaut au nombre des productions de génie, qui honorent les sciences.

Cependant il restait encore dans cette matière épineuse et féconde plusieurs points importans à éclaircir, tant sur la loi des densités du sphéroïde terrestre, que sur les conditions de l'équilibre, auxquelles cette loi est assujétie, suivant les différens cas. D'Alembert a publié un très-grand nombre d'excellens mémoires sur ce sujet, dans son *Essai sur la résistance des fluides*, dans ses *Recherches sur le système du monde*, et dans ses *Opuscules mathématiques*. Je regrette qu'ils ne soient pas ici susceptibles d'extrait. Je me contenterai de remarquer que l'auteur a donné une méthode, long-temps désirée des géomètres, pour déterminer l'attraction du sphéroïde terrestre, dans une infinité d'autres hypothèses que celle de la figure elliptique: il imagine que le rayon du sphéroïde terrestre est représenté par une expression qui renferme une quantité constante, plus la suite de toutes les puissances des sinus de latitude, et il trouve l'attraction d'un pareil sphéroïde sur un corpuscule placé à sa surface; ce qui renferme, comme un cas particulier, la supposition ordinaire où de toutes ces puissances il n'entre que le quarré du sinus de la latitude. Cet important problème et ses

An 1752. 1756 et 1768.

conséquences forment un nouveau traité *de la figure de la terre*. L'auteur y suppose que les méridiens de la terre sont égaux et semblables. Mais, par un nouvel effort, il est parvenu aussi à déterminer l'attraction d'un sphéroïde, qui n'est pas un solide de révolution ; ce qui serait utile, si en effet le globe terrestre avait une figure irrégulière.

Mouvemens de rotation des planètes : applatissemens qui en résultent.

Depuis l'invention du télescope, on a reconnu successivement, par l'observation des taches des planètes, que ces astres ont, comme la terre, des mouvemens de rotation autour de leurs axes; d'où l'on doit conclure que toutes les planètes sont applaties, et qu'elles le sont plus ou moins suivant que leur rotation est plus ou moins rapide. La terre tourne uniformément autour de son axe en 24 heures; mais à cause de l'inégalité de son mouvement elliptique annuel, et de la position oblique de son équateur par rapport à l'écliptique, les jours ou les intervalles de temps que le soleil emploie, par son mouvement apparent, à revenir au même méridien, sont inégaux, tantôt plus longs, tantôt plus courts; leur durée moyenne est de 23 heures 56 minutes. Le soleil fait une révolution autour de son axe en 25 jours et demi; Vénus en 23 heures 20 minutes; Mars en 24 heures 40 minutes; Jupiter en 9 heures

56 minutes ; Saturne en 10 heures 16 minutes. Quant à Mercure, sa petitesse et sa grande proximité au soleil empêchent qu'on ne puisse reconnaître s'il a un mouvement de rotation ; mais sans doute il ressemble en cela aux autres planètes.

Il est vraisemblable que les étoiles ont aussi des mouvemens de rotation.

Les étoiles, qui sont des soleils semblables au nôtre, et autour desquelles tournent vraisemblablement des planètes et des comètes, ainsi que dans notre monde, ont aussi, selon toutes les apparences, des mouvemens de rotation. De plus, l'axe de rotation d'une étoile peut changer de position dans le ciel, soit par l'attraction et la disposition des planètes dont elle est environnée, soit par l'attraction de quelques grosses comètes des systèmes voisins. Ces hypothèses très-admissibles servent à expliquer facilement pourquoi on voit quelquefois certaines étoiles paraître ou disparaître, et pourquoi quelques-unes changent de grandeur et de clarté. Lorsqu'une étoile nous présente le plan de son équateur, nous la voyons sous la forme circulaire, et dans sa plus grande clarté, comme si elle était parfaitement sphérique. Mais si une étoile est fort applatie, et que le plan de son équateur vienne à s'incliner par rapport à nous, elle diminue de grandeur et de clarté ; elle pourra même

Maupertuis, *Figure des astres.*

disparaître entièrement à nos yeux, lorsque venant à nous présenter son tranchant, nous ne recevrons plus assez de lumière pour l'apercevoir. Par un mouvement contraire du plan de l'équateur, nous pourrons voir de nouvelles étoiles qui disparaîtront ensuite en retournant à leur premier état : telle fut la grande étoile qu'on vit, en 1572, dans la constellation de Cassiopée.

Les deux mouvemens des planètes expliqués par une même cause.

Le mouvement de rotation des planètes autour de leurs axes ne suit pas les mêmes lois que leur mouvement de translation autour du soleil. Celui-ci est d'autant plus lent, que la planète circulante est plus éloignée du soleil ; tandis que, par exemple, Jupiter, plus éloigné que Vénus, la terre et Mars, tourne plus rapidement autour de son axe que ces trois dernières planètes. Cependant ces deux sortes de mouvemens peuvent être produits par une seule et même cause : il suffit pour cela que les planètes aient été primitivement lancées dans l'espace par des forces dont les directions n'aient pas passé par leurs centres de gravité ou de masse. Car dans cette hypothèse une planète reçoit deux mouvemens, l'un de translation, l'autre de rotation ; la vitesse du premier est indépendante de la direction de la force par rapport au centre de gravité, et sera

toujours la même, pour la même quantité de force ; mais la planète tournera d'autant plus vîte autour de son axe, que la direction de la force passera plus loin du centre de gravité. C'est ainsi qu'un boulet de canon, au sortir du tube, a un mouvement de rotation, lorsque la force résultante de l'impulsion de la poudre, du frottement, et de quelques chocs contre les parois du tube, ne passe pas par son centre de gravité, ce qui doit arriver dans le plus grand nombre de cas.

Cette explication du double mouvement des planètes est due à Jean Bernoulli. Je ne puis quitter ce grand géomètre sans lui rendre un nouvel hommage. Je n'ai pas dissimulé quelques faiblesses par lesquelles il paya le tribut à l'humanité ; mais la postérité ne voit plus en lui que l'homme de génie, et le digne rival de son frère Jacques Bernoulli. On attend sans doute ici que je les compare entre eux : je ferai donc en peu de mots cette espèce de parallèle, d'après l'opinion reçue universellement, ce me semble, parmi les géomètres.

John. Bern., op. tom. IV, pag. 282.

L'étendue, la force et la profondeur caractérisent le génie de Jacques Bernoulli : on trouve dans Jean Bernoulli plus de flexibilité et de cet esprit qui se porte indifféremment vers tous les objets. Le premier a donné

Parallèle des deux frères Jacques et Jean Bernoulli.

plusieurs ouvrages vraiment originaux, *et qui* n'appartiennent qu'à lui seul : tels sont la *théorie* des spirales, le problème de la courbe élastique, celui des isopérimètres, qui occupe une si grande place dans l'histoire de la Géométrie, le principe d'où l'on a tiré dans la suite la solution des problèmes de Dynamique, le traité *de Arte conjectandi*, etc. : le second saisissait dans toutes les parties des Mathématiques, des questions détournées et curieuses; il avait un art tout particulier de proposer et de résoudre de nouveaux problèmes; quelque sujet que l'on présentât à ses recherches, il y entrait très-promptement, et il n'en a jamais traité aucun sans le montrer sous le jour le plus lumineux et sans y faire quelque découverte importante. Enfin, Jacques Bernoulli s'est formé tout seul, et il est mort à cinquante ans; Jean Bernoulli a été initié aux Mathématiques par son frère, et il a vécu quatre-vingts ans : en quoi il a eu un avantage immense. Car si toutes les facultés de l'esprit humain s'affaiblissent par l'âge, cette perte est compensée dans les sciences exactes, fruits de l'étude et du raisonnement, par la masse des connaissances acquises, et un long usage des méthodes géométriques, qui fait discerner la plus propre à la solution d'un problème; ce

qui épargne souvent beaucoup de tentatives inutiles, et ménage les forces de l'esprit. Tout balancé, je compare Jacques Bernoulli à Newton, et Jean Bernoulli à Leibnitz.

Je reviens à l'explication des grands phénomènes de la nature par le principe de l'attraction. De ce nombre est le mouvement alternatif de flux et de reflux de la mer.

Phénomènes des marées.

Tout le monde sait que dans les mers vastes et profondes, les eaux montent et descendent, tour à tour, pendant l'espace d'environ six heures; de sorte qu'en vingt-quatre heures il y a deux marées, chacune étant composée d'un flux et d'un reflux. La force du flux fait rebrousser chemin aux rivières qui se jettent dans la mer : pendant le reflux, les eaux reprennent leur cours ordinaire. Il n'y a que l'Océan où les mouvemens de flux et de reflux soient bien sensibles : ils ne se font remarquer que très-peu, ou même point du tout, dans les lacs, les golfes, les rivières, et en général dans tous les amas d'eau peu considérables par rapport à l'Océan. Quelquefois cependant, dans les mers Méditerranées, les eaux forcées de passer dans des endroits resserrés, manifestent des mouvemens de flux et de reflux : par exemple, il y a de tels mouvemens sensibles à la pointe du golfe de Venise; ils sont très-

petits, ou comme nuls dans la plus grande partie de la côte de la Méditerranée.

Les Cartésiens prétendaient que les eaux de la mer s'élèvent en vertu d'une pression que la lune, parvenue au méridien, exerce sur la portion d'atmosphère placée entre elle et la mer, et qu'ensuite elles retombent par leur pesanteur, quand la lune s'abaisse. Mais pour qu'une telle pression eût lieu, il faudrait que l'atmosphère, placée sous la lune, trouvât des points d'appui qui l'empêchassent de s'étendre en tous sens : autrement la lune ne fait que prendre la place d'un volume d'air égal au sien, et laisse les eaux de la mer dans le même état où elles étaient.

Il n'y a point de doute aujourd'hui que la gravitation étant réciproque entre tous les corps de l'univers, les mouvemens de flux et de reflux de la mer sont produits par les attractions de la lune et du soleil, combinées avec le mouvement journalier de rotation de la terre autour de son axe. Lorsque la lune est au méridien, elle attire les eaux de la mer, qui sont de petits corps détachés du reste du globe ; elle attire aussi toute la masse de la terre, qu'il faut regarder comme réunie entièrement à son centre. Or, comme les eaux sont plus proches de la lune que le centre de la

terre, elles sont *plus* attirées que le centre, et par conséquent elles doivent, pour ainsi dire, abandonner la terre et s'élever; ce qui produit le flux : au contraire, au point diamétralement opposé, ou aux antipodes du lieu actuel; les eaux, comme plus éloignées, sont *moins* attirées que le centre de la terre, et par conséquent elles doivent paraître *fuir* ce centre, ou s'élever; ce qui produit encore le flux. Ainsi, dans l'un et l'autre lieu, le mouvement du flux est produit par la différence entre les attractions de la lune sur les eaux et sur le centre de la terre, et il doit arriver en même temps aux deux extrémités du diamètre terrestre dirigé vers la lune. Quant au reflux, il arrive lorsque la lune ayant passé le méridien, sa force d'attraction diminue, et laisse à la pesanteur propre des eaux la force de les abaisser. Tout ce que je viens de dire relativement à la lune, s'applique aussi au soleil; et en soumettant au calcul les actions que ces deux astres exercent sur les eaux de la mer, soit qu'elles s'ajoutent, ou qu'elles se détruisent en partie, on obtient des résultats conformes aux phénomènes; ce qui est une nouvelle preuve de la gravitation universelle. Cette matière intéressante est traitée avec tous les détails nécessaires, dans les trois excellentes pièces de Daniel Bernoulli,

de Maclaurin et d'Euler, qui partagèrent le prix que l'académie des sciences de Paris avait attaché à la solution complète de ce problème, que Newton avait seulement ébauchée.

An 1740.

Cause générale des vents.

Il en est de l'atmosphère comme de la mer : les attractions de la lune et du soleil y excitent des vents, ou des mouvemens semblables à ceux de flux ou de reflux dans les mers. La recherche *de la cause générale des vents* fut l'objet d'un prix que l'académie de Berlin proposa pour l'année 1746. D'Alembert, qui remporta ce prix, trouva la cause qu'on demandait, dans les attractions de la lune et du soleil, et il en modifia les effets relativement à la hauteur et à la direction des montagnes qui couvrent la terre. Sa pièce est remarquable par la solution de plusieurs nouveaux problèmes très-difficiles, et surtout parce qu'on y trouve une connaissance déjà un peu étendue du calcul intégral aux différences partielles.

Perturbations des mouvemens célestes.

Le mouvement elliptique de deux planètes d'un même système est continuellement altéré, comme nous l'avons déjà dit, par les attractions des autres corps célestes : nouveau champ de problèmes dans lequel les géomètres ont fait une immense récolte. Je vais rapporter en substance le résultat de leurs travaux, en commençant par la lune, qui, étant notre

satellite, doit naturellement attirer nos premiers regards.

Théorie de la lune.

L'attraction de la terre sur la lune est la plus forte que ce satellite éprouve, et c'est pour cela qu'il tourne autour de la terre: vient ensuite l'attraction du soleil, qui trouble le mouvement elliptique de la lune, et à laquelle on ne peut pas se dispenser d'avoir égard, quand on veut obtenir des résultats précis. Les autres corps célestes produisent bien aussi quelques altérations dans ce mouvement, mais elles sont fort petites, et on les néglige. De même, dans la recherche des mouvemens de Jupiter et de Saturne, on ne considère que les inégalités causées par les attractions mutuelles de ces deux planètes. Les géomètres se sont donc proposé le problème général suivant, connu sous le nom de *Problème des trois corps*: DÉTERMINER *les courbes que décrivent trois corps, lancés dans l'espace suivant des directions quelconques, avec des vîtesses quelconques, et exerçant les uns sur les autres des attractions qui sont comme les quotiens de leurs masses divisées par les quarrés des distances.* Ce problème n'est pas susceptible d'une solution rigoureuse dans l'état actuel d'imperfection de l'Analise; mais on peut en donner des

solutions approchées, plus ou moins parfaites, selon la sagacité des géomètres et le choix des observations sur lesquelles le calcul doit être fondé.

A mesure qu'on a avancé dans ces théories, on a reconnu que dans plusieurs occasions il fallait considérer les attractions de plus de trois corps; mais les méthodes d'approximation pour le problème des trois corps s'appliquent également à l'autre : aussi les géomètres ont-ils employé tous les élémens essentiels à chaque question, sans redouter la longueur des calculs.

Théorie de Newton.

Newton avait déterminé, par la théorie de la gravitation, plusieurs grandes inégalités de la lune : savoir, 1°. la variation, dont la quantité est d'environ 35 minutes dans les octans de la lune, c'est-à-dire, lorsque la lune est à environ 45 degrés du soleil ou de la terre; 2°. le mouvement annuel et rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire, dont la quantité est d'environ 19 degrés par an; 3°. la principale équation ou inégalité du mouvement des nœuds, laquelle monte à un degré 30 minutes; 4°. enfin, la variation de l'inclinaison de l'orbite lunaire au plan de l'écliptique, variation qui est d'environ 8 à 9 minutes, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre. Tous ces calculs sont fondés sur

l'hypothèse que l'orbite de la lune est à peu près une ellipse, dont Newton néglige même l'excentricité ; mais cette supposition s'éloigne sensiblement de la vérité, et ne donne que des à peu près dont il n'est pas permis aujourd'hui de se contenter. Il y a plusieurs autres inégalités de la lune, parmi lesquelles il s'en trouve quelques-unes que Newton dit avoir calculées par la même théorie, sans indiquer d'ailleurs le chemin qu'il a suivi : telles sont celle qui dépend de l'équation au centre du soleil, et celle qui dépend de la distance du soleil au nœud de la lune ; mais on a lieu de craindre qu'il n'ait pas mis plus de précision dans ces calculs que dans ceux des inégalités précédentes. Enfin, il s'est borné à déduire simplement des observations le mouvement de l'apogée, l'équation considérable de ce mouvement, la variation de l'excentricité, et quelques autres inégalités.

On voit, par ce précis, que la théorie de la lune de Newton, quoiqu'un grand effort de génie, était insuffisante, et qu'elle avait besoin, non-seulement d'être perfectionnée presque dans toutes ses parties, mais encore d'être complétée à plusieurs autres égards.

En 1747, Euler, Clairaut et d'Alembert commencèrent à s'occuper de cet important

Travaux des géomètres modernes sur les

perturbations des corps célestes.

problème, chacun séparément, et sans se rien communiquer les uns aux autres. Les progrès que l'Analise avait faits depuis soixante ans, et une plus grande exactitude dans les observations astronomiques, mirent ces trois géomètres non-seulement en état de déterminer, avec plus de précision que Newton n'avait pu faire, les inégalités qu'il avait considérées, mais encore d'en reconnaître ou d'en constater plusieurs autres dont il n'avait pas fait mention, ou qu'il avait simplement déduites des observations.

Cependant le mouvement de l'apogée de la lune parut d'abord faire une exception à l'avantage que le système de la gravitation avait de rendre facilement raison des inégalités de cette planète. On sait que ce point de la plus grande distance de la lune à la terre, n'est pas fixe dans le ciel, mais qu'il répond successivement à différens degrés du zodiaque, et que sa révolution, suivant l'ordre des signes, s'achève dans l'espace d'environ 9 ans, au bout desquels il revient à peu près au même endroit d'où il était parti. Clairaut, Euler et d'Alembert trouvèrent, chacun par leurs calculs particuliers, que la formule pour ce mouvement n'en donnait qu'environ la moitié. Cette différence entre la théorie et l'observation fit beaucoup de bruit.

On crut, et les Cartésiens en triomphaient déjà, que le système de l'attraction, renversé en un point essentiel, croulerait de toutes parts à un nouvel examen. Clairaut, partisan de ce système, mais plus amateur encore de la vérité, annonça dans une assemblée publique de l'académie des sciences, que la loi du quarré inverse des distances lui paraissait insuffisante pour rendre une entière raison des inégalités de la lune; et il proposait l'addition d'un nouveau terme pour expliquer en particulier l'autre moitié du mouvement de l'apogée. Mais un examen plus attentif de ses premiers calculs lui fit apercevoir qu'il n'avait pas poussé assez loin l'approximation de la série qui représentait le mouvement de l'apogée. Ayant mis dans cette opération la précision nécessaire, il trouva l'autre moitié de ce mouvement, sans rien ajouter à la loi de l'attraction Newtonienne. Euler et d'Alembert firent de leur côté la même remarque. Alors l'attraction fut rétablie avec honneur dans les espaces célestes, d'où les Cartésiens avaient espéré de la voir bannie.

15 nov 1747.

1749.

Les théories de ces trois grands géomètres sur la lune, ont été imprimées, ou dans les recueils des académies, ou séparément, aux années 1752, 1753, 1754.

Théorie de Saturne et de Jupiter

Dans le temps qu'Euler était occupé du problème de la lune, il composait sa belle pièce *sur la théorie des mouvemens de Saturne et de Jupiter*, qui remporta le prix de l'académie des sciences de Paris pour l'année 1748. Ce problème est de même nature que celui des mouvemens de la lune : Saturne et Jupiter troublent réciproquement les mouvemens elliptiques que ces deux planètes devraient avoir séparément autour du soleil. Les recherches d'Euler sur ce sujet sont remarquables par une profonde Analise, et par plusieurs séries d'une espèce absolument nouvelle. Néanmoins, comme la difficulté et l'immense étendue des calculs qu'une pareille question exigeait, ne lui avaient pas permis de porter tout d'un coup cette théorie à sa perfection, l'académie des sciences proposa de nouveau le même sujet pour le prix de 1750, et le remit encore pour 1752, avec un prix double. Euler envoya une seconde pièce qui remporta ce prix : elle est fondée sur une méthode nouvelle à plusieurs égards. Dans la première, l'auteur avait été conduit à des approximations sur la suffisance desquelles on pouvait former quelques doutes, attendu que le nombre des inégalités étant comme infini, celles qu'il avait déterminées, dépendaient,

suivant sa méthode, d'autres inégalités qu'il avait négligées ; ce qui rendait leurs valeurs incomplètes et même un peu incertaines. La pièce de 1752 est plus parfaite à cet égard : elle sépare et démêle mieux les inégalités qu'il faut découvrir successivement ; et par-là elle conduit à des formules analitiques plus simples et plus facilement applicables aux observations. L'auteur s'est dispensé de traiter de nouveau les inégalités qui affectent la ligne des nœuds et l'inclinaison mutuelle des orbites des deux planètes, cette partie du sujet ayant été parfaitement développée dans la pièce de 1748.

L'académie des sciences de Paris ayant proposé pour le prix de 1754, et ensuite pour le prix double de 1756, *la théorie des inégalités que les planètes peuvent causer au mouvement de la terre*, la pièce qu'Euler envoya au concours fut couronnée. L'auteur commence par donner des formules générales pour déterminer les altérations que se causent mutuellement les planètes principales dans leurs mouvemens autour du soleil. Pour ne pas compliquer inutilement la question, en y introduisant les termes qui peuvent être négligés, il ne considère à la fois que deux planètes, et il détermine les altérations que le mouvement elliptique de l'une autour du soleil, doit éprouver

par l'attraction de l'autre : altérations qui étant très-petites ne produiraient que des infiniment petits du second ordre, si on les combinait avec celles qui peuvent provenir des autres planètes. Ensuite il applique cette théorie générale au sujet proposé : il analise successivement et par ordre les altérations que Saturne, Jupiter, Mars et Vénus occasionnent dans le mouvement de la terre ; il trouve que leur effet général est de faire avancer le point de l'aphélie de la terre, suivant l'ordre des signes, de faire varier l'obliquité de l'écliptique, la latitude et la longitude du soleil, etc. Quant à l'action de la lune sur l'orbite de la terre, Euler ne l'a point considérée, soit parce qu'il ne l'a pas regardée comme faisant partie du problème proposé par l'académie, soit parce que d'Alembert avait déjà traité cette question dans le second volume de *ses Recherches sur le système du monde*, publiées en 1754.

Clairaut, dans un mémoire lu en 1757 à l'académie des sciences de Paris, et imprimé par anticipation dans le volume de 1754, fit l'application de sa méthode pour le problème des trois corps au mouvement de la terre : aux perturbations considérées par Euler, il joignit l'action de la lune ; ce qui tendait à compléter cette théorie.

Le célèbre astronome Mayer, qui était en même temps un savant géomètre, construisit en partie sur la théorie d'Euler, en partie sur les observations, de nouvelles tables de la lune, plus exactes que toutes celles qui avaient déjà paru. Clairaut en construisit de son côté de très-bonnes sur sa propre théorie. On ne saurait trop souvent renouveler ou corriger ces sortes de tables, qui demandent une foule d'attentions scrupuleuses, et un choix des plus excellentes observations d'où dépendent les données du problème.

MAYER, né en 1720, m. en 1762.

An. 1754, 1759.

En 1764.

Malgré les efforts des géomètres, la théorie de la lune demeurait toujours imparfaite à certains égards. Clairaut et Mayer avaient déterminé, par les seules observations adroitement combinées, plusieurs équations qu'il aurait fallu détruire du système de la gravitation. La principale cause de ces difficultés venait de ce que l'on attribuait à la lune une orbite mobile sur le plan de l'écliptique, et faisant d'un instant à l'autre un angle variable avec ce même plan; de sorte que pour connaître le vrai lieu de la lune, ou sa longitude et sa latitude, il fallait d'abord déterminer l'intersection de l'orbite lunaire avec l'écliptique, ou la ligne des nœuds, et ensuite l'inclinaison des deux orbites; ce qui menait à un très-grand nombre

Nouveau mouvement dans la théorie de la lune.

d'équations dont quelques-unes étaient incertaines, ou précaires.

En 1769, Euler envisageant la question sous un point de vue nouveau, parvint à une solution plus simple, plus claire et plus exacte que toutes celles que l'on connaissait. Il détermine le vrai lieu de la lune, en le rapportant à trois coordonnées normales, dont deux sont situées dans le plan de l'écliptique, et la troisième lui est perpendiculaire : les valeurs de ces coordonnées se trouvent à chaque instant par des équations fondées sur huit sortes de quantités, la moitié constantes, l'autre moitié variables ; les quatre quantités constantes sont l'excentricité moyenne de l'orbite lunaire, l'inclinaison moyenne de cette orbite sur le plan de l'écliptique, l'excentricité moyenne de l'orbite terrestre, et enfin le rapport entre la distance moyenne de la terre au soleil, et la distance moyenne de la lune à la terre ; les quatre quantités variables sont quatre angles proportionnels au temps : savoir, l'élongation moyenne de la lune au soleil, l'anomalie moyenne de la lune, l'argument moyen de la latitude de la lune, et l'anomalie moyenne du soleil. Telles sont les bases sur lesquelles toutes les équations des inégalités de la lune sont établies. Par-là ces inégalités se trouvent distribuées en

différentes classes, et les opérations de calcul s'exécutent séparément, de sorte qu'on n'a point à craindre que les erreurs commises dans une partie affectent les autres. Enfin Euler a construit, sur cette théorie, de nouvelles tables lunaires, dont le nombre des équations est moindre, et l'usage plus commode, que par les anciennes méthodes. Cet immense travail est l'objet d'un ouvrage particulier, imprimé à Pétersbourg, en 1772, sous ce titre : *Theoria motuum lunæ, nova methodo pertractata.* Comme l'auteur était dès lors presque entièrement aveugle, trois de ses plus illustres disciples, Jean-Albert Euler son fils, Louis Krafft, et Jean Lexel, ont exécuté ou vérifié les calculs. L'académie des sciences de Paris, qui avait proposé pour sujets de ses prix, aux années 1770 et 1772, de perfectionner la théorie de la lune, décerna en totalité ou en partie ces prix aux deux pièces qu'Euler lui envoya, et dans lesquelles sa nouvelle théorie est encore simplifiée.

Théorie des inégalités des satellites de Jupiter.

La lune n'est pas le seul satellite dont on ait considéré le mouvement ; on a aussi appliqué avec succès le principe de la gravitation aux inégalités des satellites de Jupiter.

Théorie des inégalités des comètes.

Depuis que l'on a reconnu que les comètes sont des corps entièrement semblables aux

planètes, et soumis aux mêmes lois de mouvement autour du soleil, on ne pouvait manquer d'étendre aux comètes les recherches sur les inégalités des planètes, d'autant plus que la comète de Halley offrait une application immédiate de ces nouveaux calculs. Cet astronome avait trouvé qu'en vertu de l'attraction de Jupiter, la comète dont il s'agit emploierait un peu plus d'un an dans sa période commencée en 1682, qu'elle n'avait employé dans celle de 1607 à 1682; mais il n'avait pu, avec le secours de la Géométrie de son temps, mettre la précision nécessaire dans ce calcul. De plus, il avait négligé l'attraction de Saturne, qui est cependant très-comparable à celle de Jupiter, puisque la masse de Saturne est environ le tiers de la masse de Jupiter. L'attraction de la terre influe aussi d'une manière sensible sur le mouvement de la comète. Tout invitait donc les géomètres qui avaient traité avec tant de succès les perturbations des planètes, à examiner, suivant les mêmes principes, celles qu'éprouvent les comètes.

Clairaut fut le premier qui appliqua sa solution du problème des trois corps au mouvement des comètes, et en particulier à celui de la comète de Halley. Il fit entrer dans ses calculs les attractions de Jupiter et de Saturne. Le

nouveau problème avait ses difficultés propres. Dans le mouvement des planètes, les orbites sont peu excentriques, et peu inclinées les unes par rapport aux autres : dans celui des comètes, les rayons vecteurs varient considérablement, et l'orbite de la comète peut faire un très-grand angle avec l'orbite de la planète perturbatrice ; ces différences changent nécessairement la nature de quelques-uns des moyens qu'il faut employer dans les deux cas pour parvenir à des formules convergentes. Clairaut surmonta, du moins en grande partie, les difficultés attachées au mouvement des comètes. Ayant achevé presque entièrement ses calculs, il annonça dans une assemblée publique de l'académie des sciences, du 14 novembre 1758, que la comète de 1682 paraîtrait au commencement de 1759, et qu'elle passerait à son périhélie vers le 15 avril. Cette annonce excita l'attention et la curiosité publique. Aussitôt que l'on vit la comète, dans les premiers jours de janvier, la nouvelle répandue adroitement dans les principales sociétés de Paris, où Clairaut avait beaucoup d'amis, porta son nom au plus haut degré de célébrité; la multitude le regarda comme le seul auteur de la prédiction du retour de la comète; la voix des savans qui réclamaient les droits de Halley fut étouffée.

Quelques disciples de Clairaut, un peu trop zélés pour la gloire de leur maître, allèrent jusqu'à dire que sa solution du problème des trois corps avait sur toutes les autres un avantage particulier qui la rendait seule facilement applicable au mouvement des comètes.

Cette dernière assertion que Clairaut avait la faiblesse d'appuyer sourdement, était une injustice révoltante envers Euler et d'Alembert. Le géomètre étranger ne la releva point, uniquement occupé de la question même, sur laquelle il composa une excellente pièce couronnée, concurremment avec un nouveau mémoire de Clairaut, par l'académie de Pétersbourg, en 1762. D'Alembert, vivant au milieu du tourbillon de Paris, ne put montrer la même indifférence; il fit voir que non-seulement la solution analitique de Clairaut n'avait pas l'avantage exclusif qu'on prétendait lui attribuer, mais qu'elle était même incomplète, ou du moins d'un usage très-incommode et peu exact dans certaines parties de l'orbite de la comète. Il poussa encore plus loin sa critique; et remontant jusqu'aux principes de cette solution, il y fit remarquer des défauts essentiels, même pour le mouvement des planètes. Quant au problème des comètes, il le traita par une méthode très-simple, très-complète et à l'abri

de toute objection. Mais trop livré à son goût pour les recherches spéculatives, et redoutant le pénible travail des applications numériques, il s'était laissé ravir dans cette occasion, comme il a fait en plusieurs autres circonstances, la gloire de montrer une grande utilité pratique de la Géométrie. Clairaut, bien moins fécond en découvertes analitiques, mais plus adroit à saisir les moyens d'exciter les applaudissemens publics dont il était fort avide, dirigeait ordinairement ses travaux vers des objets dont un grand nombre de personnes pouvaient apprécier, sinon la théorie, au moins les résultats. Il travaillait ses ouvrages avec le plus grand soin, et presque toujours il leur donnait toute la perfection dont ils étaient susceptibles. Aussi a-t-il joui, de son vivant même, de la plus haute réputation. Son caractère doux, sa politesse, et l'extrême attention qu'il avait de ne blesser l'amour-propre de personne, le faisaient rechercher de tous côtés dans le monde. Par malheur pour les sciences, il se livra trop à cet empressement : engagé à des soupers, à des veilles, et à un genre de vie qu'il voulait et ne pouvait concilier avec ses travaux ordinaires, sa santé s'altéra, et il mourut, jeune encore, quoiqu'il fût d'ailleurs d'une bonne constitution physique. D'Alembert, fort de sa

propre supériorité, dédaignait les louanges de tradition, et non senties. Excellent homme, ami tendre et compatisssant, bienfaiteur généreux, il eut toutes les vertus essentielles. Les défauts qu'on a lui reprochés avaient leur source dans un fond de gaîté et de plaisanterie, auquel il s'abandonnait quelquefois, sans garder les mesures de la modération et de la prudence. Il éconduisait par un accueil glacial les flatteurs ou les importuns qui venaient l'obséder: *j'aime mieux*, disait-il, *être incivil qu'ennuyé*. Ne demandant jamais rien aux hommes en place, il s'était réservé le privilége, qu'il possédait au plus haut degré, de leur donner finement des ridicules, quand ils le méritaient. Avec de tels principes et une telle conduite, il se fit un monde d'ennemis. Quelques gens de lettres, bas et jaloux, ne lui pardonnaient point de vouloir partager leurs travaux et leurs lauriers: ils auraient respecté en lui le grand géomètre seul; il cherchaient à rabaisser le littérateur devenu leur rival; et parce qu'il n'était peut-être pas au premier rang dans cet ordre des facultés humaines, l'envie tentait de faire croire qu'il n'y était pas non plus dans l'autre : raisonnement sophistique et insignifiant; on aurait dû au contraire plutôt conclure que ce passage des épines de la haute Géométrie aux

fleurs de la littérature, marquait la flexibilité d'un génie du premier ordre, dont le talent principal se portait aux sciences exactes.

Problème de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre.

Pendant qu'on était occupé du problème des trois corps, d'Alembert en résolut seul un autre, pour lequel il lui fallut créer une mécanique nouvelle à certains égards : il était question d'assigner la cause physique qui produit la précession des équinoxes et la nutation de l'axe de la terre, dans le système Newtonien.

Les observations avaient appris que l'axe de la terre a un mouvement circulaire autour des pôles de l'écliptique, contre l'ordre des signes, et que de plus il éprouve, par rapport au plan de l'écliptique, un balancement qui s'accomplit pendant une révolution des nœuds de la lune, pour retourner ensuite à sa première position, et continuer de même alternativement : d'un autre côté, on savait que le globe de la terre n'est pas sphérique, et qu'il forme un sphéroïde applati. Or, si l'on inscrit au sphéroïde terrestre une sphère qui ait pour diamètre l'axe de révolution ou de figure de ce sphéroïde, on verra qu'à cause de l'inclinaison réciproque de l'écliptique et de l'équateur terrestre, la lune ou le soleil n'exerce pas des attractions égales sur deux points correspondans de la croûte sphéroïdale, excès du sphéroïde terrestre sur

la sphère inscrite; d'où il suit que la force résultante de toutes les attractions de ces deux astres ne passe pas (si ce n'est accidentellement) par le centre de gravité ou de masse du sphéroïde terrestre, et que par conséquent elle fera prendre à l'axe de la terre un certain mouvement par rapport au plan de l'écliptique. Ce mouvement est composé à chaque instant du mouvement moyen rétrograde des points équinoxiaux, et du balancement de l'axe terrestre par rapport au plan de l'écliptique. Il s'agissait donc de le soumettre à un calcul rigoureux, du moins autant que l'imperfection de l'Analise pouvait le permettre.

Newton employant comme axiômes quelques propositions dont les unes n'étaient pas assez évidentes par elles-mêmes, les autres s'écartaient un peu de la vérité, fit néanmoins une combinaison si adroite et si heureuse des forces auxquelles il supposait que l'axe de la terre devait obéir, qu'il parvint à trouver que la quantité moyenne de la précession des équinoxes est d'environ 50 secondes par an, comme les observations la donnent; mais en 1749, temps auquel d'Alembert attaqua ce problème par des méthodes démontrées et non hypothétiques, on pouvait d'autant moins se contenter de la solution de Newton, qu'indépen-

damment des défauts que je viens de remarquer, l'auteur n'avait pas connu, ou du moins soumis au calcul, la nutation de l'axe de la terre. D'Alembert rendit donc un service de la plus haute importance à l'Astronomie physique et au système Newtonien, en déterminant suivant les lois d'une mécanique rigoureuse et profonde toutes les forces qui altèrent le parallélisme de l'axe de la terre, et qui impriment à cet axe les deux sortes de mouvemens dont nous avons parlé, c'est-à-dire, l'un de circulation rétrograde autour des pôles de l'écliptique, l'autre de balancement par rapport au plan de l'écliptique. Les résultats de ses formules s'accordent avec les observations de Bradley, et fournissent une nouvelle preuve bien frappante du système de la gravitation universelle. Ajoutons que la manière dont d'Alembert trouve le mouvement de l'axe terrestre, a été le germe de la théorie générale pour déterminer le mouvement d'un corps de figure quelconque, sollicité par des forces quelconques, que l'on a portée dans la suite au dernier degré de perfection du côté de la Mécanique, et où il ne reste plus que la difficulté d'intégrer les équations auxquelles on est conduit.

Cette première solution du problème de la

précession des équinoxes était susceptible d'une perfection que l'auteur a cherché à lui donner successivement, soit par des intégrations plus rigoureuses des équations différentielles du problème, soit par les corrections de quelques coefficiens numériques d'après de nouvelles observations. Il avait supposé que les méridiens de la terre sont des ellipses égales et semblables : dans la suite, il examina aussi la question dans l'hypothèse où les méridiens seraient dissemblables ; ce qui produisit quelques légères différences dans les résultats.

Ac. de Paris, 1754.

---

## CHAPITRE XIV.

### *Progrès de l'Optique.*

On connaissait depuis long-temps les principales propriétés de la lumière, sa réflexibilité, sa réfrangibilité, sa chaleur quand elle est réunie au foyer d'un verre ardent, etc., sans connaître sa contexture intime, ou la nature des parties intégrantes dont ce fluide est composé. Newton est le premier qui ait pénétré et révélé ce grand secret : il a, pour ainsi dire, anatomisé la lumière et les couleurs. Toujours attentif à écarter l'esprit de système, toujours guidé par l'expérience, il approfondit l'Optique pendant trente ans; et après avoir donné par intervalles quelques essais de ses méditations dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres, il rassembla enfin ses idées anciennes et nouvelles en un *Traité d'Optique*, qui parut en 1706 : ouvrage original, comparable au livre des *Principes*.

La lumière n'est point, comme on le croyait auparavant, une substance pure et homogène: Idée générale de l'Optique de Newton.

elle est composée de sept espèces primordiales d'atômes lumineux, différens en couleurs, en réfrangibilité et en réflexibilité. Ces sept rayons primitifs sont le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo ou pourpre, et le violet. Newton les sépara par l'expérience suivante, aujourd'hui connue de tout le monde. En introduisant, par un très-petit trou, les rayons du soleil dans une chambre obscure, et en leur présentant obliquement l'une des faces d'un prisme triangulaire de verre, dont l'axe est perpendiculaire à celui du faisceau de rayons, on observe que ce faisceau se brise, ou change de route en entrant dans le verre, traverse le prisme en ligne droite, repasse dans l'air en se brisant encore, et va former sur un carton blanc, éloigné de 15 ou 18 pieds, une image oblongue, où l'on distingue clairement sept bandes colorées, suivant cet ordre de bas en haut : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet. Le faisceau entier est donc composé de sept rayons, qui ont des réfrangibilités différentes. Le rayon rouge est le moins réfrangible de tous, comme s'écartant le moins de la perpendiculaire à la face d'émergence du prisme ; la réfrangibilité augmente progressivement pour les autres rayons, jusqu'au rayon violet qui est l'autre extrême. Si l'on place un nombre quelconque

de prismes à la suite du premier, et que le faisceau traverse tous ces prismes, il y aura de nouvelles réfractions; l'image peinte sur le carton se renversera ou se redressera; mais les sept bandes colorées subsisteront toujours inaltérablement les mêmes, et conserveront toujours entre elles le même ordre de situation.

Les objets qui ne sont pas lumineux par eux-mêmes, ou qui n'ont qu'une clarté réfléchie, nous paraissent rouges, orangés, jaunes, etc., selon qu'ils nous renvoient (au moins pour la très-grande partie) des rayons rouges, orangés, jaunes, etc. : la couleur blanche est formée par le concours de tous les rayons; le noir absorbe les rayons qu'il reçoit, et ne s'aperçoit que par le reflet des rayons qui viennent des objets circonvoisins. Dans tous les cas, il se fait une perte de rayons, lesquels demeurent dans les interstices de l'objet, ou sont dispersés de côté et d'autre. Les rayons absorbés peuvent produire une chaleur sensible : ainsi, par exemple, aux rayons du soleil un chapeau noir est plus chaud qu'un chapeau blanc.

Un rayon de lumière qui passe d'un milieu dans un autre se brise, et s'approche ou s'éloigne de la ligne droite menée au point d'entrée perpendiculairement à la surface de séparation, selon que le premier milieu est moins

ou plus dense que le second ; et l'effet est d'autant plus sensible, que les densités des deux milieux sont plus différentes ; mais le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction demeure toujours le même pour toutes sortes d'obliquités : il change seulement de valeur, quand les deux milieux comparatifs viennent à changer. Par exemple, si le rayon passe de l'air dans l'eau, les deux sinus sont comme les nombres 4 et 3, ou comme 12 et 9 ; et s'il passe de l'air dans le verre, *ils sont* comme les nombres 3 et 2, ou comme 12 et 8.

Les sept rayons primitifs ayant différentes réfrangibilités, quand on parle en général de la réfraction d'un faisceau de lumière, qui comprend tous les rayons, il s'agit de la réfraction moyenne : c'est à peu près celle du vert. Quelquefois on n'a besoin que de cette réfraction moyenne ; quelquefois il faut avoir égard aux différences de réfrangibilité de tous les rayons, comme on le verra, lorsque nous parlerons des *lunettes achromatiques*.

Si un rayon de lumière, après avoir passé d'un milieu dans un autre plus dense, comme, par exemple, de l'air dans l'eau, revenait sur ses pas, il reviendrait exactement par le même chemin. Ainsi, s'étant approché de la perpendiculaire, dans le premier cas, il s'en éloignerait

dans le second. De-là et du rapport constant qui existe toujours entre le sinus d'incidence et le sinus de réfraction, il peut arriver que la réfraction se change en réflexion : et réciproquement. Par exemple, un rayon de lumière qui entre de l'air dans l'eau, en rasant presque l'eau, ou en faisant un angle d'incidence presque droit, se brise sous un angle d'environ 48 degrés 50 minutes; donc si le rayon revenait de l'eau dans l'air, il se réfracterait sous un angle de près de 90 degrés, ou ne ferait que raser la surface de l'eau; et si l'angle de retour était de plus de 48 degrés 50 minutes, le rayon dans l'eau se réfléchirait.

La réfrangibilité et la réflexibilité des rayons tiennent à la même cause. Ceux qui sont le moins réfrangibles sont aussi le moins réflexibles. Par exemple, le rayon rouge a besoin d'un plus grand angle d'incidence que les autres, pour que la réfraction se change en réflexion.

Newton explique en détail tous ces phénomènes de la lumière. Son traité d'*Optique* a fait époque dans cette science, comme son livre *des Principes*, dans l'Astronomie physique. Quelques-unes de ses expériences furent d'abord contestées, parce qu'on les répétait mal : il lui est seulement échappé, dans cette

multitude de faits, d'observations et de raisonnemens, de légères méprises qui ne portent aucune atteinte au fond de l'ouvrage.

Des géomètres célèbres, marchant sur les traces de Newton, se sont appliqués à développer et à soumettre au calcul les lois de la réfraction et de la réflexion de la lumière, suivant les principes de l'attraction. Le Mémoire que Clairaut a donné sur ce sujet mérite principalement d'être remarqué.

Ac. de Paris, 1739.

Réfractions astronomiques.

La réfraction de la lumière affecte d'une manière sensible les observations astronomiques, et on ne peut pas se dispenser de les dépouiller de cette source d'illusion qui tend à faire paraître les astres ailleurs qu'ils ne sont réellement dans le ciel. En effet, le globe terrestre est couvert, sur plusieurs lieues de hauteur, par une masse ou enveloppe sphérique d'air, dont les couches diminuent de densité, à mesure qu'on s'élève au-dessus de sa surface. Si un astre est placé au zénith d'un observateur, le rayon lumineux qui en apporte l'image, et qui entre perpendiculairement à la couche supérieure et extrême de l'atmosphère, ne change pas de direction; il ne fait que s'affaiblir, et l'astre est vu dans son vrai lieu dans la voûte céleste. Mais dans tous les autres cas, le rayon entrant obliquement dans l'atmosphère, se

brise et change de route d'une couche à l'autre, puisque les densités des couches sont différentes; il décrit donc une courbe, dont le dernier élément, celui qui aboutit à l'œil de l'observatenr, fait paraître l'astre plus haut qu'il n'est réellement. Par l'effet de cette réfraction, le soleil commence ou cesse de faire sentir sa lumière, lorsqu'il est à 18 degrés au-dessous de l'horizon, avant son lever, ou après son coucher; ce qui forme les deux crépuscules du matin et du soir. La durée du plus petit crépuscule pour un lieu dont la latitude est donnée, se détermine par la méthode *de maximis et minimis*, comme je l'ai déjà remarqué.

On voit que la réfraction agit ici en sens contraire de la parallaxe : celle-ci tend à abaisser l'astre, celle-là tend à l'élever. Si donc on connaissait exactement la quantité de la réfraction pour toutes les distances angulaires où un astre peut se trouver à l'égard du zénith, on déterminerait par un seul et même calcul l'effet résultant de la parallaxe et de la réfraction, en prenant la différence de l'une à l'autre. Mais les réfractions sont fort inconstantes; elles varient à raison des changemens qui arrivent dans l'état de l'atmosphère : diminuant, lorsque l'air est pur, comme sur les

la suite, et imprimé après la mort de l'auteur, sous le titre de *Traité d'Optique sur la gradation de la lumière*. Ce traité contient une foule d'expériences et d'observations, de discussions physiques et mathématiques, et d'applications intéressantes aux divers problèmes que la matière comporte; on y apprend à comparer les lumières envoyées par différens corps, tels que le soleil, la lune, les planètes, les étoiles, etc.; à connaître la quantité de lumière que réfléchissent les surfaces polies ou brutes, et celle qui se perd par l'absorption ou la dispersion des rayons; à évaluer les différens degrés de transparence des corps; etc. Je ne puis qu'indiquer en gros tous ces objets, sur lesquels il faut consulter l'ouvrage même.

An 1760.

Instrumens d'Optique.

L'utilité de l'Optique se fait principalement remarquer dans la construction des instrumens destinés à aider la vue. Avant les expériences de Newton, les savans croyaient que l'imperfection des lunettes dioptriques venait de la forme sphérique qu'on était dans l'usage de donner aux objectifs : car les rayons tombant sur une surface sphérique un peu étendue, ne vont pas, après l'avoir traversée, se réunir en un même point; chaque rayon linéaire a son foyer particulier, et plus l'assemblage de tous ces foyers est grand, moins la vision est

distincte. C'est ce qu'on appelle *l'aberration de sphéricité*. Pour se procurer une image vive et claire, on était obligé de donner peu d'ouverture aux objectifs, en conservant la forme sphérique. Descartes et d'autres géomètres proposèrent d'abandonner cette forme, et d'y substituer des courbures tirées des sections coniques, dont la propriété était de rassembler tous les rayons en un même point. Mais outre que de pareils objectifs étaient comme impossibles à exécuter avec une précision suffisante, ils n'auraient pu remédier qu'à une partie du mal : ils laissaient subsister *l'aberration de réfrangibilité*, c'est-à-dire, la dispersion des rayons qui provient de leurs inégales réfractions. On fut donc obligé de revenir à la forme sphérique; et en allongeant beaucoup les lunettes, on pouvait donner une certaine étendue aux objectifs, sans produire une grande aberration de sphéricité; mais cet allongement diminuait le champ de la vision. Newton avait soupçonné qu'il était possible de faire disparaître entièrement l'aberration de sphéricité, en composant les objectifs avec deux verres dont l'espace intermédiaire serait rempli d'eau; mais on ne voit pas qu'il ait mis cette idée en exécution, ni qu'il ait cherché à employer le même moyen pour corriger

l'aberration de réfrangibilité. Il y a plus : le respect dû à la vérité ne nous permet pas de taire que l'inexactitude de l'une de ses principales propositions mit obstacle pendant long-temps à la perfection de cette branche de la Dioptrique, comme on le verra bientôt.

Les géomètres et les constructeurs opticiens désespérant de pouvoir faire perdre aux verres dioptriques les couleurs de l'iris, qui troublent la vision, ne voyaient d'autres moyens de remplacer les longues lunettes, embarrassantes à manœuvrer, et sujettes à se courber, que les télescopes catadioptriques, capables d'ailleurs d'effets encore plus grands. On sait qu'il y a deux espèces principales de ces télescopes, celui de Grégori et celui de Newton : tous les moyens qu'on a employés depuis, pour en perfectionner la construction et l'usage, n'en changent pas la nature. Le télescope Grégorien fait voir directement les objets, par la combinaison de deux miroirs concaves, opposés l'un à l'autre, et d'un oculaire dioptrique ; le grand miroir, celui du fond, est percé à son centre d'une ouverture, à laquelle l'oculaire est adapté ; la couronne restante reçoit immédiatement la lumière, et la renvoie au second miroir qui la réfléchit à son tour vers l'oculaire. Ce mécanisme, d'ailleurs très-ingénieux, est sujet à

Télescope Grégorien.

quelques graves inconvéniens. 1°. La partie centrale du grand miroir, celle dont la courbure est la plus facile à former exactement, ne reçoit point de lumière : toute la réflexion se fait par l'espace annulaire, où les défauts inévitables de construction sont les plus sensibles; 2°. il est très-difficile de placer bien exactement les axes des deux miroirs sur une même ligne droite; 3°. cet instrument est fort dispendieux et fort sujet à se déranger. Le télescope Newtonien est beaucoup plus simple : la lumière va d'abord frapper tout le fond concave et bien poli du tube; elle est réfléchie vers un miroir plan qui la renvoie à l'œil de l'observateur, au moyen d'une lentille interposée et adaptée à une ouverture latérale faite au tube. Par cette disposition, les objets ne sont pas vus directement; et pour accélérer les opérations, on emploie une lunette latérale qui sert à diriger l'instrument vers l'endroit du ciel qu'on veut observer. Quelques changemens, quelques perfections qu'on puisse apporter à la construction des télescopes, les grandes dimensions qu'il leur faut donner, leurs poids, la difficulté de les manœuvrer, et les prix exorbitans qu'ils coûtent, ne permettent pas d'en faire usage dans l'Astronomie courante : on doit les réserver pour les

Télescope Newtonien.

observations qui demandent une grande quantité de lumière, comme, par exemple, pour découvrir de nouvelles planètes, de nouvelles étoiles, etc. Les astronomes ont donc désiré qu'on perfectionnât les lunettes dioptriques, et qu'on trouvât enfin quelque moyen de substituer aux longues lunettes d'autres plus courtes, et néanmoins capables des mêmes effets à peu près.

Euler conçoit la première idée des lunettes achromatiques. Ac. de Berlin, 1747.)

Fortement occupé de toutes ces idées, Euler proposa de corriger l'aberration de réfrangibilité, en composant les objectifs avec deux lentilles de verre, qui renfermeraient de l'eau entre elles; et il détermina par le calcul les courbures qu'il leur fallait donner, pour que les inégalités de réfraction du verre et de l'eau se compensassent mutuellement. Il ne doutait point du succès de ce projet: il citait pour exemple, et en preuve, l'œil humain, où les rayons lumineux traversent quatre humeurs différemment réfrangibles, et vont se réunir en un même foyer.

DOLLOND, mort fort âgé en 1761.

Dollond, célèbre opticien anglais, consommé dans la théorie et la pratique de son art, saisit avec avidité cette vue générale; mais jugeant que les hypothèses de l'auteur sur le rapport des réfractions de l'eau et du verre, n'étaient pas suffisamment exactes, il y substitua

celles qui résultent des expériences de Newton ; alors il trouva par les formules d'Euler que tous les rayons ne pouvaient être réunis en un même foyer, à moins que le télescope n'eût une longueur infinie : inconvénient qui renversait le projet d'Euler, si les expériences de Newton étaient parfaitement exactes ; et comment oser élever des doutes sur l'espèce d'infaillibilité qu'on attribuait au créateur de l'Optique moderne ? Transac. phil. an 1752.

Euler, sans se permettre de pareils doutes, répondit qu'on opposait à ses formules des quantités trop petites pour infirmer une théorie qui lui paraissait fondée incontestablement sur les propriétés des réfractions ; il démontra quelques incompatibilités dans les calculs que Dollond inférait des expériences de Newton ; il insistait de nouveau sur la similitude de son télescope avec les yeux des animaux, où la nature a placé différentes humeurs dont les qualités réfractives se corrigent mutuellement : enfin, il soutenait qu'on parviendrait tôt ou tard à lever toutes les difficultés qui paraissaient contraires à sa théorie. Ac. de Berlin. 1753.

Il fut bientôt secondé par Klingenstierna, célèbre géomètre suédois. Ce dernier fit remettre à Dollond, au mois d'octobre 1754, un écrit par lequel il combattait, avec les Ac. de Paris. 1756.

armes de la Géométrie et de la Métaphysique, une expérience de Newton, qu'on opposait à Euler. Alors Dollond, déjà fort ébranlé, soupçonna que Newton pouvait s'être trompé, et il prit le parti de répéter l'expérience, en suivant d'ailleurs le procédé de l'auteur.

Opt. de Newton, édit. latine, 1740, page 92.

La proposition expérimentale de Newton est conçue en ces termes : *Si les rayons de lumière traversent deux milieux contigus, de différentes densités, comme l'eau et le verre ; soit que les surfaces réfringentes soient parallèles, ou qu'elles soient inclinées, et que cependant la réfraction de l'une détruise la réfraction de l'autre, de manière que les rayons émergens soient parallèles aux rayons incidens : alors la lumière sort toujours blanche.*

Cette conclusion LA LUMIÈRE SORT TOUJOURS BLANCHE était la question à examiner. Pour savoir ce qui en était, Dollond fit entrer les rayons du soleil, par un petit trou, dans une chambre obscure : à peu de distance du trou, il plaça un prisme de verre, dont les faces étaient parfaitement planes; le tranchant était en bas dans une situation horizontale; à côté de la face la plus voisine du trou, il adapta, avec du ciment, une plaque de verre, faisant avec cette face un second prisme vide, ouvert par en haut, dans

lequel il mit de l'eau ; le tout était disposé de manière que la réfraction produite par l'eau était détruite par la réfraction dans le prisme de verre, et que les rayons émergens étaient parallèles aux rayons incidens. Tout cet appareil était donc le même que dans la proposition contestée ; mais la couleur des rayons émergens ne fut point blanche, comme Newton l'avait affirmé ; au contraire, le bord inférieur du soleil était fortement teint de bleu, et le bord supérieur était d'une couleur rougeâtre. Ainsi Dollond reconnut d'abord que l'eau ne disperse pas les couleurs autant que le verre, à réfractions égales ; ensuite, ayant varié l'angle au sommet du prisme d'eau, de telle manière que la dispersion des couleurs fût la même dans les deux cas, il trouva qu'alors les deux réfractions n'étaient pas égales. Toutes ces observations firent revenir Dollond au projet d'Euler, et il ne douta plus qu'il ne pût être réalisé, sinon avec l'eau et le verre, du moins avec d'autres matières transparentes, de différentes densités.

Il employa d'abord à cet effet le verre et l'eau, comme Euler l'avait proposé ; mais il reconnut bientôt, d'après les formules du géomètre allemand, que les courbures à donner aux objectifs étaient trop considérables pour ne pas produire une aberration fort sensible dans le

foyer, et qu'un pareil inconvénient ne pouvait être levé que par un autre, celui de trop diminuer l'ouverture des objectifs. Euler avait senti et annoncé lui-même que c'étaient là les seules et véritables difficultés que sa théorie pût éprouver dans la pratique.

Dollond, parfaitement versé dans la connaissance des différentes espèces de verres, et convaincu qu'il s'en devait trouver dont les vertus réfractives fussent fort différentes, imagina d'employer deux sortes de verres connus en Angleterre, sous les noms de *flintglass* et de *crownglass*. Le premier est un verre très-blanc et fort transparent, qui donne les iris les plus remarquables, et par conséquent celui dans lequel la réfraction du rouge diffère le plus de celle du violet. Le second a une couleur verdâtre, et ressemble beaucoup en qualité à notre verre commun; il donne la moindre différence entre les réfractions du rouge et du violet. Dollond mesura les rapports des réfrangibilités par le même moyen qu'il avait employé pour le verre et l'eau : il trouva que le rapport des différences de réfrangibilités dans les deux matières était environ celui de 3 à 2. Ayant fait cette substitution dans les formules d'Euler, il obtint d'abord des résultats qui n'étaient pas très-satisfaisans. Mais enfin, à

Transac. phil. an. 1754.

force de tentatives et de combinaisons, soit dans le choix des matières d'une excellente qualité, soit dans celui des différentes espèces de sphères qui sont également propres, par la nature du problème, à réunir les foyers de toutes les couleurs, il parvint à construire des lunettes achromatiques, très-supérieures aux lunettes ordinaires. Il en construisit d'abord une de cinq pieds, dont l'effet était le même que celui d'une lunette ordinaire de quinze pieds. Du reste, il n'indiqua point la route qu'il avait suivie pour choisir les sphères propres à détruire les aberrations.

Ce problème était de nature à exciter les recherches des géomètres, par son utilité générale, et par la variété des cas qu'il renferme à raison du nombre plus ou moins grand de verres dont un télescope ou un microscope peut être composé. Aussi, Euler, Clairaut et d'Alembert ont donné sur toute cette théorie des lunettes achromatiques, d'excellens ouvrages, où l'on admire les finesses de l'Analise, l'élégance des solutions, et les conséquences qu'ils en ont su tirer. Outre les mémoires que nous avons déjà cités d'Euler, il en a encore fait imprimer deux dans le recueil de l'académie de Berlin, pour l'année 1757 : il a compris depuis toute cette matière dans son

*Traité de Dioptrique*, imprimé à Pétersbourg, en 1773. Il y a trois beaux mémoires de Clairaut sur le même sujet, dans les volumes de l'académie des sciences de Paris, pour les années 1756, 1757, 1761. D'Alembert en a fait l'objet du troisième volume tout entier de ses *Opuscules Mathématiques*, publié en 1761, et d'un excellent mémoire imprimé dans le volume de l'académie, pour l'année 1765. Il a encore donné plusieurs suites à ces écrits, dans les tom. IV, V et VII de ses *Opuscules Mathématiques*. Les formules qu'il a trouvées pour anéantir l'aberration de réfrangibilité ont un avantage remarquable : elles servent à diminuer cette aberration en raison donnée; ce qui peut obvier à l'inconvénient où l'on tomberait, si, pour détruire totalement cette aberration, on augmentait trop l'aberration de sphéricité, ou la courbure des surfaces. Il fait un très-grand nombre d'autres observations intéressantes, et applicables au progrès de l'art. Je renvoie à tous ces excellens ouvrages, pour la parfaite connaissance du sujet : j'ajouterai seulement que la construction des lunettes achromatiques a fait rapidement des progrès immenses : l'Astronomie et la Physique en ont déjà retiré et ne cesseront jamais d'en retirer les plus précieux avantages.

La postérité n'oubliera pas qu'elle doit la première idée de cette découverte à Euler, homme d'un génie et d'une fécondité qui tiennent du prodige. Pendant tout le cours de sa vie, les journaux et les recueils des académies sont pleins de ses recherches ; il publie de plus séparément une foule d'ouvrages brillans d'invention : en mourant, il laisse plus de cent excellens mémoires manuscrits à l'académie de Pétersbourg, qui les fait paraître successivement.

FIN DE L'ESSAI SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES.

# DISCOURS

SUR

# LA VIE ET LES OUVRAGES

# DE PASCAL.

par

Charles Bossut

# AVERTISSEMENT.

En 1779, je fis imprimer la collection complète des œuvres de Pascal, en cinq volumes *in*-8°., avec cette épigraphe, tirée de Tite-Live : *Cujus gloriæ neque profuit quisquam laudando, nec vituperando quisquam nocuit, cùm utrumque summis prædití fecerint ingeniis.* J'y joignis un Discours sur la vie et les ouvrages de cet homme célèbre. Ce Discours fut réimprimé séparément en 1781, avec plusieurs changemens et additions. Je le redonne ici, tel qu'il parut dans ce dernier état, sauf quelques légères corrections de style.

Je prie les Lecteurs qui voudront juger équitablement de cet ouvrage, de vouloir bien se reporter au temps où il fut composé : on remarquera que gêné par les circonstances, je n'ai pu, en certains endroits, dire ma pensée toute entière; mais du moins je n'ai jamais cherché à

la défigurer. J'ai respecté le grand homme dont j'écris la vie, sans me livrer à aucun esprit de parti.

Quelques philosophes modernes, forcés de reconnaître la supériorité du génie de Pascal, et un peu incommodés par le poids de ses opinions religieuses, ont affecté de répandre que dans les dernières années de sa vie, où il les a le plus manifestées, sa tête était affaiblie. *Mon ami,* disait Voltaire à Condorcet, *ne vous lassez point de répéter que depuis l'accident du pont de Neuilly, le cerveau de Pascal était dérangé.* Il n'y a qu'une petite difficulté dans ce système : ce cerveau, dérangé en 1654, produisit en 1656 les *Lettres Provinciales*, et en 1658 les *Solutions des problèmes de la roulette.*

# DISCOURS

## SUR

# LA VIE ET LES OUVRAGES

Blaise

# DE PASCAL.

Blaise Pascal naquit à Clermont en Auvergne, le 19 juin 1623, d'Etienne Pascal, premier président à la cour des aides de cette ville, et d'Antoinette Begon. Il eut un frère aîné qui mourut au berceau, et deux sœurs dont il sera souvent parlé dans la suite : l'une nommée *Gilberte*, née en 1620, l'autre nommée *Jacqueline*, née en 1625.

La famille des Pascal avait été ennoblie par Louis XI, vers l'année 1478 ; et depuis cette époque, elle possédait dans l'Auvergne des places distinguées qu'elle honorait par ses vertus et par ses talens.

A ces qualités héréditaires, Etienne Pascal joignait la science des lois, et une grande étendue de connaissances dans les matières de Littérature, de Mathématiques, de Physique, etc. La simplicité des mœurs antiques et les plaisirs attachés aux plus

doux sentimens de la nature, faisaient de sa maison le lieu de la paix et du bonheur. Tous les jours, après avoir rempli ses fonctions d'homme public à la cour des aides, il rentrait dans le sein de sa famille; et pour délassement, il venait partager les soins domestiques avec une femme aimable et vertueuse. Il eut le malheur de perdre cette épouse chérie en 1626; et dès ce moment son âme, profondément affligée, se ferma à toute autre ambition qu'à celle de donner une excellente éducation aux trois enfans qui lui restaient. Il voulait les former lui-même à la vertu et aux connaissances utiles; mais il sentit bientôt que l'exécution de ce projet ne pouvait se concilier avec les devoirs d'une magistrature pénible : il ne balança point; il vendit sa charge en 1631, et vint demeurer à Paris avec sa famille, afin de pouvoir remplir librement envers elle des devoirs plus sacrés que ceux des relations sociales dans une place de médiocre importance. Sa principale attention se porta sur son fils unique, qui avait annoncé presque dès le berceau ce qu'il devait être un jour. Les langues et les premiers élémens des sciences furent les objets présentés d'abord à l'avidité que cet enfant montrait de s'instruire. En même temps Etienne Pascal enseignait le latin et les belles-lettres à ses deux filles, pour les accoutumer de bonne heure à cet esprit de réflexion, si important au bonheur de la vie, et non moins nécessaire aux femmes qu'aux hommes.

La fameuse guerre de trente ans désolait alors

toute l'Europe. Cependant, au milieu de tant de désastres, l'éloquence et la poésie, déjà florissantes en Italie depuis plus d'un siècle, commençaient à jeter de l'éclat en France et en Angleterre; les Mathématiques et la Physique sortaient des ténèbres; la saine philosophie, ou plutôt la vraie méthode de philosopher, pénétrait dans les écoles; et la révolution que Galilée et Descartes avaient préparée, s'accomplissait rapidement. Entraîné par ce mouvement universel, Etienne Pascal devint géomètre et physicien. Il se lia, par conformité de goût et d'occupations, avec le P. Mersenne, Roberval, Carcavi, le Pailleur, etc. Ces savans hommes s'assemblaient de temps en temps les uns chez les autres, pour raisonner sur les objets de leurs travaux, ou sur les différentes questions que le hasard et la chaleur de la dispute pouvaient faire naître. Ils entretenaient un commerce réglé de lettres avec d'autres savans répandus dans les provinces de France et dans les pays étrangers: par-là ils étaient instruits très-promptement de toutes les découvertes qui se faisaient dans les Mathématiques et dans la Physique. Cette petite société formait une espèce d'académie dont l'amitié et la confiance étaient l'âme, libre d'ailleurs de toute loi et de toute contrainte. Elle a été la première origine de l'académie des sciences, qui ne fut établie, sous le sceau de l'autorité royale, qu'en 1666.

Le jeune Blaise Pascal assistait quelquefois aux conférences qui se tenaient chez son père. Il écoutait

avec une extrême attention; il voulait savoir *les* causes de tous les effets. On rapporte qu'à l'âge de onze ans il composa un petit traité sur les sons, dans lequel il cherchait à expliquer pourquoi une assiette frappée avec un couteau, rend un son qui cesse tout à coup lorsqu'on y applique la main. Son père craignant que ce goût trop vif pour les sciences ne nuisît à l'étude des langues, qu'on regardait alors comme la partie la plus essentielle de l'éducation, décida, de concert avec la petite société, que dorénavant on s'abstiendrait de parler de Mathématiques et de Physique en présence du jeune homme. Il en fut désolé : on lui promit, pour l'appaiser, de lui apprendre la Géométrie, quand il saurait le latin et le grec, et quand il serait digne d'ailleurs d'entendre cette science. En attendant, on se contenta de lui dire qu'elle considère l'étendue des corps, c'est-à-dire, leurs trois dimensions, longueur, largeur et profondeur; qu'elle enseigne à former des figures d'une manière juste et précise, à comparer ces figures les unes avec les autres, etc.

Cette indication vague et générale, accordée à la curiosité importune d'un enfant, fut un trait de lumière qui développa le germe de son talent pour la Géométrie. Dès ce moment il n'a plus de repos : il veut à toute force pénétrer dans cette science qu'on lui cache avec tant de mystère, et qu'on croit au-dessus de lui, par mépris pour son âge! Pendant ses heures de récréation, il s'enfermait seul

dans une chambre isolée : là, avec du charbon, il traçait sur le carreau des triangles, des parallélogrammes, des cercles, etc., sans savoir les noms de ces figures; ensuite il examinait les situations que les lignes ont les unes à l'égard des autres en se rencontrant; il comparait les étendues des figures, etc. Ses raisonnemens étaient fondés sur des définitions et des axiômes qu'il s'était faits lui-même. De proche en proche il parvint à reconnaître que la somme des trois angles de tout triangle doit être mesurée par une demi-circonférence, c'est-à-dire, doit égaler la somme de deux angles droits; ce qui est la trente-deuxième proposition du I$^{er}$. Livre d'Euclide. Il en était à ce théorème, lorsqu'il fut surpris par son père, qui ayant su l'objet, le progrès et le résultat de ses recherches, demeura quelque temps muet, immobile, confondu d'admiration et d'attendrissement; puis courut tout hors de lui-même raconter ce qu'il venait de voir à M. le Pailleur, son intime ami.

Je ne dois pas dissimuler qu'on a élevé des nuages sur ce trait de la vie de Pascal. Les uns l'ont nié comme fabuleux et impossible; les autres l'ont admis, sans y trouver d'ailleurs rien d'extraordinaire. Mais si on examine les choses sans prévention, on verra que le fait est appuyé sur des témoignages qui ne permettent pas de le révoquer en doute; et on conviendra, d'un autre côté, qu'un tel effort de tête et de génie dans un enfant, surpasse de beaucoup l'ordre commun.

Quoi qu'il en soit, on ne contraignit plus le goût du jeune Pascal : il eut toute liberté d'étudier la Géométrie; on lui donna à lire, à l'âge de douze ans, les *Élémens* d'Euclide, qu'il entendit tout seul, et sans avoir jamais besoin de la moindre explication. Bientôt il fut en état de tenir un rang distingué dans les assemblées des savans, et d'y apporter des ouvrages de sa façon. Il n'avait pas encore seize ans, qu'il composa sur les sections coniques un petit traité, qui fut regardé alors comme un prodige de sagacité.

Etienne Pascal était le plus heureux des pères; il voyait son fils marcher à pas de géant dans la carrière des sciences qu'il regardait comme le plus noble exercice de l'esprit humain : ses filles ne lui donnaient pas moins de satisfaction; à une figure agréable, elles joignaient une raison supérieure à leur âge; et le monde où elles paraissaient depuis peu de temps, commençait à les distinguer. Tout ce bonheur fut troublé par un de ces événemens que la prudence des hommes ne peut prévoir, ni empêcher.

Au mois de décembre 1638, le Gouvernement, appauvri par une longue suite de guerres et de déprédations dans les finances, fit quelques retranchemens sur les rentes de l'Hôtel-de-Ville de Paris. Cette manière de libérer l'état est, comme on sait, un des moyens les plus faciles qu'on puisse employer; mais elle excita alors parmi les rentiers des murmures un peu vifs, et même des assemblées

que l'on traita de séditieuses. Etienne Pascal fut accusé d'en être l'un des principaux moteurs. Cette imputation injuste pouvait avoir quelqu'ombre de vraisemblance, parce qu'en arrivant à Paris, il avait placé la plus grande partie de son bien sur l'Hôtel-de-Ville. Aussitôt un ministre terrible, dont le despotisme s'effarouchait de la moindre résistance, fit expédier un ordre d'arrêter Etienne Pascal, et de le mettre à la Bastille; mais averti à temps par un ami, il se tint d'abord caché, puis se rendit secrètement en Auvergne.

Qu'on se représente la douleur de ses enfans, et celle qu'il ressentit lui-même d'être forcé à les abandonner dans l'âge où ils avaient le plus besoin de sa vigilance paternelle! Si les hommes puissans, qui, sans examen, sans preuves, se permettent de telles violences, conservent un cœur encore accessible au remords, ils doivent être quelquefois bien malheureux.

L'ouvrage de la calomnie ne fut pas de longue durée; et on peut remarquer ici l'enchaînement bizarre des choses humaines. Le cardinal de Richelieu ayant eu la fantaisie de faire représenter devant lui, par de jeunes filles, l'*Amour tyrannique*, tragi-comédie de Scudéry, la duchesse d'Aiguillon, chargée de la conduite du spectacle, désira que Jacqueline Pascal, qui avait alors environ treize ans, fût l'une des actrices; mais Gilberte, sa sœur aînée, et chef de la famille en l'absence du père, répondit fièrement : *M. le cardinal ne nous donne*

*pas assez de plaisir, pour que nous pensions à lui en faire.* La duchesse insista, et fit même entendre que le rappel d'Etienne Pascal serait peut-être le prix de la complaisance qu'elle exigeait. L'affaire est proposée aux amis de la famille : on décide que Jacqueline acceptera le rôle qui lui était destiné. La pièce fut représentée le 3 avril 1639. Jacqueline mit dans son jeu une grâce et une finesse qui enlevèrent tous les spectateurs, et principalement le cardinal de Richelieu. Elle fut adroite à profiter de ce moment d'enthousiasme. Le spectacle fini, elle s'approche du cardinal, et lui récite un petit placet en vers (*), pour demander le retour de son père. Le cardinal la prenant dans ses bras, *l'embrassant et la baisant à tous momens, pendant qu'elle disait ses vers*, comme elle-même le raconte dans une lettre écrite le lendemain à son père : *oui, mon enfant*, répond-il, *je vous accorde ce que vous demandez ; écrivez à votre père qu'il revienne en*

---

(*) Voici ce placet :

Ne vous étonnez pas, incomparable ARMAND,
Si j'ai mal contenté vos yeux et vos oreilles :
Mon esprit agité de frayeurs sans pareilles,
Interdit à mon corps, et voix, et mouvement.
Mais pour me rendre ici capable de vous plaire,
Rappelez de l'exil mon misérable père :
C'est le bien que j'attends d'une insigne bonté ;
Sauvez cet innocent d'un péril manifeste :
Ainsi vous me rendrez l'entière liberté
De l'esprit et du corps, de la voix et du geste.

*toute sûreté.* Alors la duchesse d'Aiguillon prit la parole, et fit ainsi l'éloge d'Etienne Pascal: *C'est un fort honnête homme; il est très-savant, et c'est bien dommage qu'il demeure inutile. Voilà son fils,* ajouta-t-elle, en montrant Blaise Pascal, *qui n'a que quinze ans, et qui est déjà un grand mathématicien.* Jacqueline, encouragée par un premier succès, dit au cardinal: *Monseigneur, j'ai encore une grâce à vous demander.... — Eh quoi, ma fille? demande tout ce que tu voudras; tu es trop aimable, on ne peut rien te refuser.... — Permettez que notre père vienne lui-même remercier votre éminence de ses bontés.... — Oui, je veux le voir, et qu'il m'amène sa famille.*

Aussitôt on mande à Etienne Pascal de revenir en toute diligence: arrivé à Paris, il vole, avec ses trois enfans, à Ruel, chez le cardinal, qui lui fait l'accueil le plus flatteur: *Je connais tout votre mérite,* lui dit Richelieu; *je vous rends à vos enfans, et je vous les recommande; j'en veux faire quelque chose de grand.*

Deux ans après, c'est-à-dire, en 1641, Etienne Pascal fut nommé à l'intendance de Rouen, conjointement avec M. de Paris, maître des requêtes (*).

---

(*) Etienne Pascal était chargé de la perception des tailles, et M. de Paris, de l'entretien des troupes qui se trouvaient alors en grand nombre en Normandie, à cause des troubles excités dans cette province.

Il remplit pendant sept années consécutives les importantes fonctions attachées à sa place, avec une capacité et un désintéressement qui furent également applaudis de la province et de la cour. Il avait emmené toute sa famille avec lui; et la même année 1641, il maria sa fille Gilberte à M. Périer, qui s'était distingué dans une commission que le Gouvernement lui avait donnée en Normandie, et qui dans la suite acheta une charge de conseiller à la cour des aides de Clermont-Ferrand.

Blaise Pascal, déja compté parmi les géomètres du premier ordre, eut un avantage peut-être unique, mais qu'il paya de sa santé et même de sa vie: celui de pouvoir se livrer sans contrainte et sans réserve à son génie pour les sciences. A peine âgé de dix-neuf ans, il inventa la fameuse *machine arithmétique* qui porte son nom. On sait combien les opérations de l'arithmétique sont nécessaires, non-seulement dans le commerce le plus ordinaire de la société, mais encore dans toutes les applications qu'on peut faire des mathématiques à la physique et aux arts, puisqu'en dernière analyse les relations des quantités qui entrent dans un problème, doivent toujours être exprimées en nombres. Mais quand les méthodes pour exécuter les calculs numériques, sont une fois trouvées, l'usage monotone et prolixe de ces méthodes fatigue très-souvent l'attention, sans attacher l'esprit. Rien ne serait donc plus utile qu'un moyen mécanique et expéditif de faire toutes sortes de calculs sur les nombres, sans autre

secours que celui des yeux et de la main. Tel est l'objet que Pascal s'est proposé par sa machine. Les pièces qui en forment le principe et l'essence, sont plusieurs rouleaux ou barillets, parallèles entre eux, et mobiles autour de leurs axes : sur chacun d'eux on écrit deux suites de nombres depuis zéro jusqu'à neuf, lesquelles vont en sens contraires, de sorte que la somme de deux chiffres correspondans forme toujours neuf; ensuite on fait tourner, par un même mouvement, tous ces barillets de gauche à droite, et les chiffres dont on a besoin, pour les différentes opérations de l'arithmétique, paraissent à travers de petites fenêtres percées dans la face supérieure. La machine est composée d'ailleurs de roues et de pignons qui s'engrennent ensemble, et qui font leurs révolutions par un mécanisme à peu près semblable à celui d'une montre ou d'une pendule. Il n'est pas possible d'en donner ici une explication plus détaillée (*). L'idée de cette machine a paru si belle et si utile, qu'on a cherché plusieurs fois à la perfectionner, et à la rendre plus commode dans la pratique. Leibnitz s'est occupé longtemps de ce problème; et il a trouvé effectivement une machine plus simple que celle de Pascal. Malheureusement toutes ces machines sont coûteuses, un peu embarrassantes par le volume, et sujettes à

---

(*) Voyez-en la description par M. Diderot, dans l'Encyclopédie, ou dans le tome IV du Recueil des Œuvres de Pascal.

se déranger. Ces inconvéniens font plus que compenser leurs avantages. Aussi les mathématiciens préfèrent-ils généralement les tables des logarithmes, qui changent les opérations les plus compliquées de l'arithmétique en de simples additions ou soustractions, auxquelles il suffit d'apporter une légère attention, pour éviter les erreurs de calcul. Mais la découverte de Pascal n'en est pas moins ingénieuse en elle-même. Elle lui coûta de grands efforts de tête, tant pour l'invention, que pour faire concevoir la combinaison des rouages aux ouvriers chargés de les exécuter. Ce travail opiniâtre et forcé affecta sa constitution physique, déjà faible et chancelante; et dès ce moment, sa santé alla toujours en dépérissant.

La physique offrit bientôt après à sa curiosité active et inquiète, l'un des plus grands phénomènes qui existent dans la nature : phénomène dont l'explication est principalement due à ses expériences et à ses réflexions. Les fontainiers de Côme de Médicis, grand-duc de Florence, ayant remarqué que dans une pompe aspirante, où le piston jouait à plus de trente-deux pieds au-dessus du réservoir, l'eau, après être arrivée à cette hauteur de trente-deux pieds, dans le tuyau, refusait opiniâtrement de s'élever davantage, consultèrent Galilée sur la cause de ce refus qui leur paraissait fort bizarre. L'antiquité avait dit : l'eau monte dans les pompes et suit le piston, parce que la nature abhorre le vide. Galilée, imbu de cette opinion reçue alors

dans toutes les écoles, répondit à la question des fontainiers, que l'eau s'élevait en effet d'abord, parce que la nature ne peut souffrir le vide, mais que cette horreur avait une sphère limitée, et qu'au-delà de trente et deux pieds elle cessait d'agir. On rit aujourd'hui de cette explication : mais quelle force n'a pas une erreur de vingt siècles, et comment se soustraire tout d'un coup à sa tyrannie? Cependant Galilée sentit quelque scrupule sur la raison qu'il s'étoit hâté de donner aux fontainiers : car, pour l'honneur de la philosophie, il avoit cru devoir leur faire promptement une réponse bonne ou mauvaise. Il était alors avancé en âge, et ses longs travaux l'avaient épuisé; il chargea Torricelli, son disciple, d'approfondir la question, et de réparer, s'il en étoit besoin, le scandale qu'il craignait d'avoir causé aux philosophes, qui, comptant l'autorité pour rien, cherchent à puiser la vérité immédiatement au sein de la nature, comme lui-même l'avait enseigné par son exemple en plusieurs autres occasions.

Torricelli joignait à de profondes connaissances en géométrie, le génie de l'observation dans les matières de physique. Il soupçonna que la pesanteur de l'eau était un des élémens d'où dépendait son élévation dans les pompes, et qu'un fluide plus pesant s'y tiendrait plus bas. Cette idée, qui nous paraît aujourd'hui si simple, et qui fut alors la véritable clef du problème, ne s'était encore présentée à personne : et pourquoi en effet ceux qui admet-

taient l'horreur de la nature pour le vide, auroient-ils pensé que le poids du fluide put la borner, ou détruire son action? Il ne s'agissait plus que d'interroger l'expérience. Torricelli remplit de mercure un tuyau de verre, de trois pieds de longueur, fermé exactement en bas, et ouvert en haut; il appliqua le doigt sur le bout supérieur, et renversant le tube, il plongea ce bout dans une cuvette pleine de mercure; alors il retira le doigt, et après quelques oscillations le mercure demeura suspendu dans le tube à la hauteur d'environ vingt et huit pouces au-dessus de la cuvette. Cette expérience est, comme on voit, celle que nous offre continuellement le *Baromètre*. Torricelli la varia de plusieurs manières; et dans tous les cas le mercure se soutint à une hauteur qui était environ la quatorzième partie de celle de l'eau dans les pompes. Or, sous le même volume, le mercure pèse à peu près quatorze fois plus que l'eau. D'où Torricelli inféra que l'eau dans les pompes, et le mercure dans le tube, devaient exercer des pressions égales sur une même base; pressions qui devaient être nécessairement contrebalancées par une même force fixe et déterminée. Mais quelle est enfin cette force? Torricelli, instruit par Galilée que l'air est un fluide pesant, crut et publia en 1645, que la suspension de l'eau ou du mercure, quand rien ne pèse sur sa surface intérieure, est produite par la pression que la pesanteur de l'air exerce sur la surface du réservoir ou de la cuvette. Il mourut peu de temps après,

sans emporter, ou du moins sans laisser la certitude absolue que son opinion était réellement le secret de la nature.

Aussi cette explication n'eut-elle d'abord qu'un succès médiocre parmi les savans. Le système de l'horreur du vide était trop accrédité, pour céder ainsi sans résistance la place à une vérité qui, après tout, ne se présentait pas encore avec ce degré d'évidence propre à frapper tous les yeux, et à réunir tous les suffrages. On crut expliquer les expériences des pompes et du tube de Torricelli, en supposant qu'il s'évaporait de la colonne d'eau ou de mercure, une *matière subtile*, *des esprits aériens*, qui rétablissaient le plein dans la partie supérieure, et ne laissaient à l'horreur du vide que l'activité suffisante pour soutenir la colonne.

Pascal, qui dans ce temps-là était à Rouen, ayant appris du P. Mersenne le détail des expériences dont je viens de parler, les répéta, en 1646, avec M. Petit, intendant des fortifications, et trouva de point en point les mêmes résultats qui avaient été mandés d'Italie, sans y remarquer d'ailleurs rien de nouveau. Il ne connaissait pas encore alors l'explication de Torricelli. En réfléchissant simplement sur les conséquences immédiates des faits, il vit que la maxime admise partout, que la nature ne souffre pas le vide, n'avait aucun fondement solide. Néanmoins, avant que de la proscrire entièrement, il crut devoir faire de nouvelles expériences, plus en grand, plus concluantes que celles

d'Italie. Il y employa des tuyaux de verre qui avaient jusqu'à cinquante pieds de hauteur, afin de présenter à l'eau un long espace à parcourir, de pouvoir incliner les tuyaux, et de faire prendre au fluide plusieurs situations différentes. D'après ses propres observations, il conclut que la partie supérieure des tuyaux ne contient point un air pareil à celui qui les environne en dehors, ni aucune portion d'eau ou de mercure, et qu'elle est entièrement vide de toutes les matières que nous connaissons et qui tombent sous nos sens; que tous les corps ont de la répugnance à se séparer l'un de l'autre, mais que cette répugnance, ou, si l'on aime mieux l'expression ordinaire, l'horreur de la nature pour le vide, n'est pas plus forte pour un grand vide que pour un petit; qu'elle a une mesure bornée et équivalente au poids d'une colonne d'eau d'environ trente-deux pieds de hauteur; que, passé cette limite, on formera au-dessus de l'eau un vide grand ou petit avec la même facilité, pourvu qu'aucun obstacle étranger ne s'y oppose, etc. On trouve ces premières expériences et ces premières vues de Pascal sur le sujet en question, dans un petit livre qu'il publia en 1647, sous ce titre : *Expériences nouvelles touchant le vide, etc.*

Cet ouvrage fut vivement attaqué par plusieurs auteurs, entre autres par le P. Noël, jésuite, recteur du collége de Paris. Toute la mauvaise Physique du temps s'arma pour expliquer des expériences qui la gênaient, et qu'elle ne pouvait nier.

Pascal détruisait facilement les objections du P. Noël; mais quoiqu'il approuvât déjà l'explication de Torricelli, dont il eut connaissance peu de temps après avoir publié son livre, il voyait avec peine que toutes les expériences qu'on avait faites, même les siennes, pouvaient encore prêter le flanc à la chicane scolastique, et qu'aucune d'elles ne ruinait directement le système de l'horreur du vide. Il fit donc de nouveaux efforts, et enfin il conçut l'idée d'une expérience qui devait décider la question, sans équivoque, sans restriction, et d'une manière absolument irrévocable; il y fut conduit par ce raisonnement:

Si la pesanteur de l'air est la cause qui soutient le mercure dans le tube de Torricelli, le mercure doit s'élever plus ou moins, selon que la colonne d'air qui presse la surface de la cuvette est plus ou moins haute, c'est-à-dire, plus ou moins pesante: si au contraire, la pesanteur de l'air ne fait ici aucune fonction, la hauteur de la colonne de mercure doit toujours être la même, quelle que soit la hauteur de la colonne d'air. Pascal était persuadé, contre le sentiment des savans de ce temps-là, qu'on trouverait des différences dans les hauteurs de la colonne de mercure, en plaçant successivement le tube à des hauteurs inégales par rapport à un même niveau. Mais pour que ces différences fussent sensibles et ne laissassent aucun prétexte d'en nier la réalité, il fallait pouvoir examiner l'état de la colonne dans des endroits élevés, les

uns au-dessus des autres, d'une quantité considérable. La montagne du Puy-de-Dôme, voisine de Clermont, et haute d'environ cinq cents toises, en offrait le moyen. Pascal communiqua, le 15 novembre 1647, le projet de cette expérience à monsieur Périer, son beau-frère, qui était alors à Moulins, et il le chargea en même temps de la faire aussitôt qu'il serait arrivé à Clermont, où il devait se rendre incessamment. Quelques circonstances la retardèrent; mais enfin elle fut exécutée le 19 septembre 1648, avec toute l'exactitude possible; et les phénomènes que Pascal avait annoncés eurent lieu de point en point. A mesure qu'on s'élevait sur le coteau du Puy-de-Dôme, le mercure baissait dans le tube. Du pied au sommet de la montagne, la différence de niveau fut de trois pouces une ligne et demie. On vérifia encore ces observations, en retournant à l'endroit d'où l'on était parti. Lorsque Pascal eut reçu le détail de ces faits intéressans, et qu'il eut remarqué qu'une différence de vingt toises d'élévation dans le terrein produisait environ deux lignes de différence d'élévation dans la colonne de mercure, il fit la même expérience à Paris, au bas et au haut de la tour de Saint-Jacques-la-Boucherie, qui est élevée d'environ vingt-quatre à vingt-cinq toises; il la fit encore dans une maison particulière, haute d'environ dix toises: partout il trouva des résultats qui se rapportaient exactement à ceux de M. Périer. Alors il ne resta plus aucun prétexte d'attribuer la suspension du mercure dans

le tube à l'horreur du vide; car il aurait été absurde de dire que la nature abhorre plus le vide dans les endroits bas que dans les endroits élevés. Aussi tous ceux qui cherchaient la vérité de bonne foi, reconnurent l'effet du poids de l'air, et applaudirent au moyen neuf et décisif que Pascal avait imaginé pour rendre cet effet palpable.

On voit, dans l'histoire de cette recherche, un exemple insigne du progrès lent et successif des connaissances humaines. Galilée prouve la pesanteur de l'air : Torricelli conjecture qu'elle produit la suspension de l'eau dans les pompes, ou du mercure dans le tube; et Pascal convertit la conjecture en démonstration.

Il n'y a point de triomphe pur. L'expérience du Puy-de-Dôme eut dans le monde un éclat qui blessa quelques savans, au lieu d'exciter leur reconnaissance. Les Jésuites de Clermont-Ferrand firent soutenir des thèses dans lesquelles on accusait Pascal de s'être attribué les travaux des Italiens : calomnie absurde, qu'il confondit avec tout le mépris qu'elle méritait. Il semble que la société, par ces attaques réitérées, provoquait la guerre sanglante qu'il lui fit quelques années après, et dont les suites ont été si funestes pour elle.

Nous fournissons à regret un aliment à l'envie et à la malignité, qui se plaisent à voir les grands hommes s'attaquer et se dégrader les uns les autres; mais la fidélité de l'histoire ne nous permet pas de taire que Descartes voulut aussi ravir à Pascal

la gloire de sa découverte. Dans une lettre (*) écrite à M. de Carcavi, en date du 11 juin 1649, Descartes s'exprime ainsi : *Je me promets que vous n'aurez pas désagréable que je vous prie de m'apprendre le succès d'une expérience qu'on m'a dit que M. Pascal avait faite ou fait faire sur les montagnes d'Auvergne, pour savoir si le vif-argent monte plus haut dans le tuyau étant au pied de la montagne, et de combien il monte plus haut qu'au-dessus ; j'aurois droit d'attendre cela de lui plutôt que de vous, parce que c'est moi qui l'ai avisé, il y a deux ans, de faire cette expérience, et qui l'ai assuré que bien que je ne l'eusse pas faite, je ne doutais point du succès.* Carcavi était étroitement lié d'amitié avec Pascal, et il eut soin de lui communiquer cette réclamation ; mais Pascal la méprisa, ou n'y fit aucune réponse ; car dans un précis historique des faits relatifs à la question, adressé en 1651, à M. de Ribeyre, il s'attribue exclusivement l'expérience du Puy-de-Dôme, sans citer jamais Descartes ; il parle ainsi à son tour : *Il est véritable, monsieur, et je vous le dis hardiment, que cette expérience est de mon invention, et partant je puis dire que la nouvelle connaissance qu'elle nous a découverte, est entièrement de moi.* On croit remarquer dans tout le cours de ce récit le caractère de l'impartialité et de la candeur.

---

(*) Lettres de Descartes ( *in*-12, 1725 ) tome VI, pag. 179.

Pascal y rend justice à Torricelli, de la manière la plus marquée et la plus franche. Pourquoi ne se serait-il pas conduit de même envers son compatriote, s'il lui avait eu réellement quelque obligation? Baillet, dans la vie de Descartes, accuse Pascal de plagiat et même d'ingratitude envers son héros, avec un ton de légèreté et de confiance qui révolte, lorsque l'on considère le peu d'intelligence qu'il montre de la matière, les anachronismes et les autres fautes où il est tombé. Le respect seul pour la vérité m'arrache cette réflexion : car je rends d'ailleurs hommage, comme je le dois, au génie éminent de Descartes, et je conviens qu'il a possédé à un très-haut degré le don de l'invention. Si l'une de ses lettres, qui porte la date de l'année 1631 (*), a été en effet écrite dans ce temps-là, on voit qu'il avait alors, relativement à la pesanteur de l'air, à peu près les mêmes idées que Torricelli mit dans la suite au jour. Mais par malheur pour le philosophe français, la plupart de ses idées en physique n'étoient que des systèmes hasardés sans preuves, et souvent contredits par la nature. Aussi la postérité ne s'est-elle guère informée des conjectures heureuses ou malheureuses qu'il peut avoir proposées touchant la cause qui élève la colonne de mercure ou d'eau dans le vide; et les expériences que Torricelli a faites le premier sur ce sujet, lui ont acquis une

(*) Lettres de Descartes (même édition) tome VI, page 439.

gloire solide, qu'on ne lui enlèvera jamais. La vérité n'appartient pas à celui qui ne fait que la toucher en tâtonnant, mais à celui qui la saisit et la montre. Quant au point particulier qui concerne l'expérience du Puy-de-Dôme, pour peu que l'on connaisse la marche de l'esprit humain, on n'hésitera pas un moment à regarder Pascal comme le véritable inventeur. En effet, ses premières expériences lui avoient démontré la fausseté de la maxime ordinaire, que la nature ne peut souffrir le vide; il avait reconnu, de plus, que la nature souffre avec la même facilité un grand vide qu'un petit. Ces observations le disposaient à regarder, comme également chimériques, et l'horreur de la nature pour le vide, et la vertu qu'on prétendoit y attacher. Il trouvait, au contraire, que le système de la pesanteur de l'air expliquait, sans aucune difficulté, la suspension de l'eau ou du mercure. Une nouvelle expérience qu'il fit, avant celle du Puy-de-Dôme, le confirma dans ce sentiment. Ayant assemblé par les deux bouts opposés, deux tubes de Torricelli, qui communiquaient ensemble au moyen d'une branche recourbée remplie de mercure, il trouva que l'air venant à entrer dans la branche recourbée, le mercure, suspendu d'abord dans le tube inférieur, tombe dans la cuvette, et le mercure contenu dans la branche de jonction, s'élève dans le tube supérieur qui n'a point de communication avec l'air du dehors. Ces effets étaient presque une démonstration à ses yeux, que ce n'est

pas l'horreur du vide, mais la pesanteur de l'air, qui soutient la colonne de mercure dans le tube de Torricelli; d'un autre côté, il savoit que la surface supérieure d'un fluide étant toujours de niveau, l'atmosphère doit former autour de la terre une couche sphérique, plus ou moins épaisse, à raison des inégalités plus ou moins grandes qui se trouvent à la surface du globe terrestre; enfin, d'après le principe découvert par Galilée, que les poids sont proportionnels aux masses, il voyait que la pression d'une colonne d'air doit être plus ou moins grande, selon que cette colonne, à base égale, est plus ou moins haute. Toutes ces notions, rapprochées les unes des autres, ne lui indiquaient-elles pas que le mercure dans le tube se tiendrait plus élevé au pied d'une haute montagne qu'au sommet? Ne suffisaient-elles pas du moins, pour exciter dans son esprit la pensée de faire cette expérience? Descartes se présente avec bien moins d'avantage. Malgré ce qu'il en dit à M. de Carcavi, l'explication des expériences de Torricelli, par la pesanteur de l'air, n'est point une suite de ses principes; elle l'est si peu, que le P. Noël expliquait les mêmes expériences, par la combinaison de l'horreur du vide, avec l'action d'une matière subtile, semblable à celle de Descartes, laquelle pénétrait les pores du verre, et rétablissait le plein dans la partie supérieure du tube. Il est donc très-vraisemblable que Descartes n'a donné, ou même n'a pu donner à Pascal aucune vue nouvelle sur cette matière.

Qu'on me permette encore ici une réflexion. S'il s'agissait de peser, entre deux hommes très-inégaux, les prétentions réciproques à une même découverte importante, la probabilité, dans le silence des preuves rigoureuses, ferait pencher la balance pour le plus habile d'ailleurs. Mais contre un homme tel que Pascal, qui a réellement fait exécuter l'expérience du Puy-de-Dôme, Descartes ne doit pas se contenter de dire froidement, un an après : *J'en ai donné l'idée ;* il doit le prouver, et le simple témoignage qu'il rend lui-même dans sa propre cause, ne peut être d'aucun poids.

La manière dont Pascal traita la question de la pesanteur de l'air, mérite l'attention des philosophes. On voit qu'il marche à pas mesurés, s'appuyant toujours sur l'expérience, et n'abandonnant jamais les opinions des anciens, que lorsqu'il y est forcé par l'évidence même, et qu'il est sûr de pouvoir mettre à leur place des vérités incontestables. *Je n'estime pas*, dit-il, *qu'il nous soit permis de nous départir légèrement des maximes que nous tenons de l'antiquité, si nous n'y sommes obligés par des preuves indubitables et invincibles ; mais en ce cas je tiens que ce serait une extrême faiblesse d'en faire le moindre scrupule.* On a osé l'accuser de trop de timidité et de lenteur : on voudrait que du premier pas il eût proscrit le système de l'horreur du vide. Mais écartons pour un moment le ridicule qu'on a jeté sur l'expression : pesons la chose en elle-même. Où est donc l'absurdité palpable de

supposer que lorsqu'un corps vient à être déplacé, il existe dans la nature une puissance, une vertu active qui tend à rétablir le plein? Les phénomènes ne nous forcent-ils pas d'admettre aujourd'hui, entre tous les corps qui composent l'univers, une attraction réciproque, non moins incompréhensible? Qui peut affirmer cependant que la cause de cette attraction demeurera toujours cachée, et qu'un jour on ne la rapportera pas à quelque mécanisme jusqu'ici absolument inconnu? Or, si par similitude d'hypothèse, on admet dans la nature une tendance active au plein, pourquoi refuserait-on d'attribuer à cette tendance l'élévation de l'eau dans les pompes, ou celle du mercure dans le tube de Torricelli, lorsque la partie supérieure du tuyau est vide d'air grossier? La réserve de Pascal est donc celle d'un homme sage qui ne veut ni se tromper, ni s'exposer à tromper les autres. Il fait voir par ses premières expériences, que la nature n'a pas d'horreur pour le vide; mais d'après l'expérience du Puy-de-Dôme, il prononce affirmativement que la suspension de l'eau dans les pompes, ou celle du mercure dans le tube de Torricelli, est produite par le poids de l'air. Rien n'est plus lié et plus conséquent. Telle a été quarante ans après la méthode de Newton: c'est ainsi que le philosophe anglais a enrichi de nombreuses découvertes toutes les parties de la Physique. Descartes a suivi une route très-différente. Nous avons déjà remarqué sa passion pour les systèmes. Infidèle lui-même aux excellens

préceptes qu'il a donnés, dans sa *Méthode*, pour chercher la vérité, il songeait moins à interroger qu'à deviner la nature. Son ambition était de fonder une secte; et pour y parvenir promptement, il détruisait les opinions reçues, et proposait les siennes sans examiner, avec trop de scrupule, si elles étaient conformes ou non aux phénomènes. Les erreurs où il est tombé ont égaré plusieurs savans; mais en le condamnant à cet égard, on est forcé d'avouer que son audace a été très-utile au progrès de la Philosophie : car lorsqu'il parut, toutes les écoles, esclaves d'Aristote, étaient plongées dans les ténèbres du Péripatétisme; et on ne pouvait espérer d'y introduire la lumière, qu'en renversant d'abord les autels que la superstition et l'ignorance avaient élevés depuis deux mille ans au philosophe grec. Si Descartes eût été plus modéré, les qualités occultes auraient résisté plus long-temps : et du moins son idée d'expliquer les effets physiques, par la matière et le mouvement, est très-belle et très-vraie en général. Mais dans un temps où les esprits se porteraient à la recherche de la vérité, par la voie de l'observation et de l'expérience, il faudrait soigneusement réprimer ou contenir l'esprit de système, parce qu'il substitue trop souvent les réponses précipitées d'une imagination ardente à celles de la nature, qu'il devrait attendre.

Les recherches de Pascal sur la pesanteur de l'air, le conduisirent insensiblement à l'examen des lois générales auxquelles l'équilibre des liqueurs est

assujéti. Archimède avait déterminé la perte de poids que font les corps solides plongés dans un fluide, et la position que ces corps doivent prendre relativement à leur masse et à leur figure; Stévin, mathématicien flamand, avait remarqué que la pression d'un fluide sur sa base est comme le produit de cette base par la hauteur du fluide; enfin, on savait que les liqueurs pressent en tous sens les parois des vases où elles sont contenues : mais il restait encore à connaître exactement la mesure de cette pression, pour en déduire les conditions générales de l'équilibre des liqueurs.

Pascal établit pour fondement de la théorie dont il s'agit, que si l'on fait à un vase plein de liqueur et fermé de tous côtés, deux ouvertures différentes, et qu'on y applique deux pistons poussés par des forces proportionnelles à ces ouvertures, la liqueur demeurera en équilibre. Il prouve ce théorème de deux manières non moins ingénieuses que convaincantes. Dans la première démonstration, il observe que la pression d'un piston se communique à toute la liqueur, de manière qu'il ne pourrait s'enfoncer sans que l'autre piston se soulevât. Or, le volume du fluide demeurant le même, on voit que les espaces parcourus par les deux pistons, seraient réciproquement proportionnels à leurs bases, ou aux forces qui les poussent : d'où il résulte, par les lois connues de la Mécanique, que les deux pistons se contrebalancent mutuellement. La seconde démonstration est appuyée sur ce principe évident

par lui-même, que jamais un corps ne peut se mouvoir par son poids, sans que son centre de gravité descende. Ce principe posé, l'auteur fait voir facilement que si les deux pistons, considérés comme un même poids, venaient à se mouvoir, le centre de gravité de leur système demeurerait néanmoins immobile : d'où il conclut que les pistons n'ont aucun mouvement, et que par conséquent le fluide est aussi en repos. Les différens cas d'équilibre des liqueurs et les phénomènes qui en dépendent, ne sont plus que des corollaires du théorème que je viens d'indiquer ; Pascal entre à ce sujet dans des détails fort curieux.

L'état permanent de l'atmosphère s'explique par les mêmes moyens. Pascal remarque ici de plus, que l'air est un fluide compressible et élastique. Cette vérité, déjà connue depuis long-temps, avait été confirmée, au Puy-de-Dôme, par la voie de l'expérience. Un ballon à demi-plein d'air, transporté du pied au sommet de cette montagne, s'enfla peu à peu en montant, c'est-à-dire, à mesure que le poids de la colonne d'air dont il était chargé, diminuait ; puis se désenfla, ou se réduisit en un moindre volume, suivant l'ordre inverse, en descendant, c'est-à-dire, à mesure qu'il était plus chargé.

On doit rapporter à peu près au même temps les premières observations qu'on ait faites sur les changemens de hauteur auxquels la colonne mercurielle est sujette en un même lieu, par les divers

changemens de temps. C'est de-là que le tube de Torricelli et les autres instrumens destinés au même usage, ont été appelés *Baromètres.* M. Périer observa ces variations à Clermont, pendant les années 1649, 1650, et les trois premiers mois de l'année 1651. Il avait engagé M. Chanut, ambassadeur de France en Suède, à faire de semblables expériences à Stockholm. Descartes, qui se trouvait dans la même ville sur la fin de l'année 1649, prit part à ce travail; et c'est à cette occasion qu'il indiqua l'idée d'un Baromètre double, contenant du mercure et de l'eau, afin de rendre plus sensibles les variations du poids de l'air, en les mesurant par celles de la colonne d'eau. Pascal se hâta d'avancer, d'après quelques observations informes, ou d'après une théorie vague et précaire, que l'air devient plus pesant à mesure qu'il est plus chargé de vapeurs : mais si cette proposition était vraie, Pascal se serait trompé en attribuant la suspension du mercure dans le tube de Torricelli, immédiatement à la pesanteur de l'air; car le plus souvent le mercure baisse dans les temps pluvieux. Quoi qu'il en soit, les premières explications qu'on a données des variations du mercure dans le baromètre méritent d'autant plus d'indulgence, qu'aujourd'hui même la cause de ces variations est encore assez peu connue, et qu'elles sont sujettes à plusieurs irrégularités qui troublent quelquefois les conséquences qu'on veut tirer de l'état du Baromètre.

Il paraît que les deux traités de Pascal sur

l'*équilibre des liqueurs* et sur la *pesanteur de la masse de l'air*, furent achevés en l'année 1653; mais ils n'ont été imprimés pour la première fois qu'en 1663, un an après la mort de l'auteur.

A la théorie des fluides, Pascal fit succéder différens traités sur la géométrie. Dans l'un, qui avait pour titre : *Promotus Apollonius Gallus*, il étendait la théorie des sections coniques, et il en découvrait plusieurs propriétés entièrement inconnues aux anciens; dans d'autres, intitulés : *Tactiones sphœricæ; Tactiones conicæ; Loci plani ac solidi; Perspectivæ methodus, etc.*, il s'était pareillement ouvert des routes nouvelles. Il y a apparence que tous ces ouvrages sont perdus; du moins je n'ai pu parvenir à me les procurer : je n'en parle que sur une indication générale que l'auteur en donne lui-même, et sur une lettre de M. Leibnitz à l'un des fils de M. Périer, en date du 30 août 1676.

Les héritiers des manuscrits de Pascal sont très-blâmables de n'avoir pas publié ces recherches géométriques en même temps que les traités sur l'équilibre des liqueurs, et la pesanteur de l'air; car elles auraient alors contribué au progrès de la géométrie, et nous connaîtrions le point précis où Pascal les avait portées. D'ailleurs, les productions d'un homme de génie, en cessant même d'être nouvelles par le fond des choses, peuvent toujours être instructives par l'ordre des idées et des raisonnemens. Mais n'exagérons pas des pertes, ou déjà

réparées, ou aisément réparables, quant à l'objet essentiel, c'est-à-dire quant aux connaissances qu'on pourrait espérer de puiser dans ces ouvrages. Considérons que si on les retrouvait aujourd'hui, ils ne nous offriraient tout au plus que des vérités de détail, et non pas des secours pour avancer la science. En effet, depuis le temps où ils furent écrits, les mathématiques se sont enrichies d'une foule de découvertes; les méthodes sont devenues plus simples, plus faciles et plus fécondes. Les grands géomètres de notre temps ne lisent pas Archimède, ni même Newton, pour y apprendre de nouveaux secrets de l'Art. Il y a dans ces recherches un progrès continuel de connaissances, qui, aux anciens ouvrages, en fait succéder d'autres plus profonds et plus complets. On étudie ces derniers, parce qu'ils représentent l'état actuel de la science; mais ils auront à leur tour la même destinée que ceux dont ils ont pris la place. Il n'en est pas ainsi dans les arts qui dépendent de l'imagination. Une tragédie telle que Zaïre sera lue dans tous les temps avec le même plaisir, tant que la langue française durera, parce qu'il ne reste rien à découvrir ni à peindre dans la jalousie d'Orosmane et la tendresse de Zaïre. Le poëte et l'orateur ont un autre avantage : leurs noms répétés sans cesse par la multitude, parviennent très-promptement à la célébrité. Cependant la gloire des inventeurs dans les sciences semble avoir un éclat plus fixe, plus imposant. Les vérités qu'ils ont découvertes circulent de

siècle en siècle, pour l'utilité de tous les hommes, sans être assujéties à la vicissitude des langues. Si leurs ouvrages cessent de servir immédiatement à l'instruction de la postérité, ils subsistent comme des monumens destinés à marquer, pour ainsi dire, la borne de l'esprit humain, à l'époque où ils ont paru.

Il reste de Pascal plusieurs morceaux qui font connaître son génie pour les sciences, et qui l'ont placé parmi les plus grands mathématiciens. Je veux dire son triangle arithmétique, ses recherches sur les propriétés des nombres, son traité de la roulette, etc. Nous parlerons de tous ces ouvrages suivant l'ordre des temps où ils ont été écrits. Commençons par le triangle arithmétique, qui se présente le premier.

Si on veut se faire quelque idée de ce fameux triangle, qu'on se représente deux lignes perpendiculaires entre elles; qu'on les divise en parties égales, et qu'on leur mène des parallèles qui partent de tous les points de division. Il est évident qu'on formera, par cette construction, deux espèces de bandes ou rangées, les unes horizontales, les autres verticales; que chaque rangée horizontale ou verticale contiendra plusieurs quarrés ou *cellules*; que chaque cellule sera commune à une rangée horizontale et à une rangée verticale. Cela posé, Pascal écrit dans la première cellule qui est à l'angle droit, un nombre qu'on appelle *générateur*, et d'où dépend le reste du triangle. Ce nombre générateur

est arbitraire; mais étant une fois fixé, les autres nombres destinés à remplir les autres cellules, sont forcés; et en général le nombre d'une cellule quelconque est égal à celui de la cellule qui la précède dans une rangée horizontale, plus à celui de la cellule qui la précède dans une rangée verticale. De-là l'auteur tire plusieurs conséquences intéressantes : il trouve le rapport des nombres écrits dans deux cellules données; il somme la suite des nombres contenus dans une rangée quelconque; il détermine les combinaisons dont plusieurs quantités sont susceptibles, etc. On voit naître ici, sans effort et tout naturellement, touchant les nombres, une foule de théorèmes qu'on démontrerait difficilement par toute autre méthode.

L'invention du triangle arithmétique est vraiment originale, et notre auteur n'en partage la gloire avec personne. Dans le temps qu'il était occupé de ces recherches, Fermat, conseiller au parlement de Toulouse, et l'un des plus célèbres mathématiciens du siècle passé, trouva une très-belle propriété des nombres figurés, laquelle n'est qu'un corollaire du triangle arithmétique : Pascal n'oublia pas de le citer à cette occassion, en lui donnant les plus grands éloges. On voit, par les lettres qui nous restent de ces deux grands hommes, avec quel plaisir ils se rendaient réciproquement justice.

Parmi les propriétés du triangle arithmétique, il y en a une très-remarquable : celle de donner les

coefficiens des différens termes d'un Binome élevé à une puissance entière et positive. Newton a généralisé depuis cette idée de Pascal; et en substituant aux expressions radicales, la notation des exposans, imaginée par Wallis, il a trouvé la formule pour élever un binome à une puissance quelconque, entière ou rompue, positive ou négative.

Les mêmes principes donnèrent naissance à une nouvelle branche de l'analyse, qui a été très-féconde dans la suite, et c'est encore à Pascal qu'on en doit les élémens. Cette branche est le calcul des probabilités dans la théorie des jeux de hasard. Le chevalier de Meré, grand joueur, nullement géomètre, avait proposé sur ce sujet deux problèmes à Pascal. L'un consistait à trouver en combien de coups on peut espérer d'amener sonnez avec deux dés; l'autre, à déterminer le sort de deux joueurs après un certain nombre de coups, c'est-à-dire, à fixer la proportion suivant laquelle ils doivent partager l'enjeu, supposé qu'ils consentent à se séparer, sans achever la partie. Pascal eut bientôt résolu ces deux questions. Il n'a pas donné l'analise de la première: on voit seulement par l'une de ses lettres à Fermat, que suivant le résultat de son calcul, il y aurait du désavantage à entreprendre d'amener, en vingt-quatre coups, sonnez avec deux dés; ce qui est vrai en effet, comme il est également vrai qu'il y aurait de l'avantage à tenter la même chose en vingt-cinq coups. Mais il nous a laissé, relativement à la seconde question, un écrit pour déterminer en général

les *partis* qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties; et il a encore traité la même matière dans ses lettres à Fermat. Le chevalier de Meré qui avait résolu, avec le secours de la logique naturelle, quelques cas particuliers et faciles de ces problèmes, incapable d'apprécier les recherches de Pascal, mais enorgueilli d'y avoir donné occasion, se crut en droit de les rabaisser; et poussant à l'excès la risible liberté que la plupart des gens du monde s'arrogent de tout juger, de tout improuver, sans avoir rien approfondi, il osa écrire à Pascal que *les démonstrations de la Géométrie sont le plus souvent fausses*; qu'elles empêchent *d'entrer dans des connaissances plus hautes qui ne trompent jamais*; qu'elles font perdre dans le monde l'avantage *de remarquer à la mine et à l'air des personnes qu'on voit, quantité de choses qui peuvent beaucoup servir, etc.* Si cette lettre ridicule a quelque sens, on entrevoit que l'auteur regarde l'art de saisir les faiblesses des hommes et d'en profiter, comme la suprême science : opinion d'une âme avide et dépravée, que personne n'oserait énoncer ouvertement, mais qui a toujours été la croyance et la règle des intrigans et des ambitieux, parce qu'en effet, dans un gouvernement corrompu, les richesses et les dignités ne sont, pour l'ordinaire, que des usurpations de l'adresse sur le mérite et sur la sottise.

On sent que le jugement du chevalier de Meré sur les découvertes de Pascal ne pouvait exciter

que la pitié, et non pas l'indignation. Fermat, Roberval et les autres grands géomètres du temps, applaudirent à ces mêmes découvertes, et leur suffrage eût consolé l'auteur, s'il avait eu besoin de l'être. Il ne se borna pas à traiter la question sur les *partis*, pour deux joueurs seulement : il étendit ses recherches à un nombre quelconque de joueurs. Roberval, frappé de la beauté de ces problèmes, essaya, mais en vain, de les résoudre : Fermat y réussit, en faisant usage de la théorie des combinaisons. Pascal, qui avait employé une méthode différente, crut d'abord que celle des combinaisons était défectueuse pour le cas où il y aurait plus de deux joueurs; mais il revint bientôt de cette légère méprise, et il reconnut que la solution de Fermat, d'ailleurs conforme à la sienne quant au résultat, était ausi exacte dans les principes, qu'élégante par la simplicité du calcul.

Toute la théorie du problème des *partis* est fondée sur deux principes fort simples. Le premier, que si l'un des joueurs se trouve dans une position telle que dans tous les cas, de gain ou de perte, il lui appartienne une certaine somme sur l'enjeu, il doit prendre cette somme entière, et n'en faire aucun partage avec l'autre joueur. Le second, que si l'enjeu doit appartenir tout entier à celui des deux joueurs qui gagnera, en sorte qu'avant la partie, ils y aient l'un et l'autre un droit égal; ils doivent prendre chacun la moitié de l'enjeu, en cas qu'ils veuillent se séparer sans jouer. Deces deux

principes combinés ensemble, résultent toutes les règles qui sont nécessaires pour déterminer le sort de plusieurs joueurs, ou pour calculer les probabilités de gain ou de perte qui leur restent, au moment que la partie est interrompue. Il ne s'agit point ici d'examiner si, relativement à la fortune des joueurs, ou par d'autres considérations, soit physiques, soit morales, ces règles ne doivent pas être modifiées dans la pratique. M. Daniel Bernoulli a discuté le premier objet (*), et M. d'Alembert a proposé sur le second un grand nombre de réflexions qui méritent toute l'attention des géomètres (**).

Le *Traité du triangle arithmétique* et les autres qui y sont relatifs, furent trouvés tout imprimés, quoique non publiés, parmi les papiers de Pascal, après sa mort, arrivée en 1662. Mais ils avaient été composés en l'année 1654, comme on le voit par les dates des lettres de Pascal et de Fermat.

Quelques auteurs ont écrit que Huguens avait donné en même temps que Pascal, et d'une manière encore plus rigoureuse, la théorie des jeux de hasard. Mais la vérité est que l'ouvrage de Huguens, *de Ratiociniis in ludo aleæ*, ne parut qu'en 1657,

---

(*) Voyez les anciens Mémoires de l'académie de Pétersbourg, années 1730 et 1731, tom. V, pag. 175.

(**) Voyez ses *Mélanges de Littérature*, tom. V, et ses *Opuscules Mathématiques*, tom. II et V.

et que sa méthode n'est autre dans le fond que celle de Pascal, déjà répandue parmi les géomètres dès l'année 1654. Voici comment Huguens s'exprime lui-même dans sa préface, avec une candeur bien digne d'un si grand homme. « Il faut qu'on sache » que toutes ces questions ont déjà été agitées parmi » les plus grands géomètres de la France, afin » qu'on ne m'attribue pas mal à propos la gloire » de la première invention (*).» En effet, celui qui a trouvé le tautochronisme de la cycloïde, la théorie des développées, celle des forces centrales, etc., n'a pas besoin qu'on lui fasse des présens.

Ce fut encore à peu près dans ce temps-là que Pascal fit la découverte de deux machines très-simples et très-usuelles: l'une est cette espèce de chaise roulante, traînée à bras d'homme, que l'on appelle vulgairement *brouette* ou *vinaigrette* (**);

---

(*) *Sciendum verò quòd jam pridem inter præstantissimos tota Galliâ geometras calculus hic agitatus fuerit, ne quis indebitam mihi primæ inventionis gloriam hâc in re tribuat.*

(**) La suspension de la brouette est ingénieuse, relativement à son objet. Deux ressorts de fer attachés solidement chacun par l'une de leurs extrémités au bas de la partie antérieure de la caisse, portent à l'autre extrémité qui est libre, et qui va en relevant, deux espèces d'étriers; ces étriers soutiennent deux plateaux qui sont enfilés par l'essieu, et qui ont la liberté de monter ou de descendre

l'autre est cette charrette à longs brancards, connue sous le nom de *haquet* (*).

Tous ces ouvrages ruinaient insensiblement la santé de Pascal. La faiblesse de son corps ne pouvait suffire à l'activité de son esprit. Dès la fin de l'année 1647, il avait été attaqué, pendant trois mois, d'une paralysie qui lui ôtait presque entièrement l'usage de ses jambes. Quelque temps après il vint demeurer à Paris avec son père et sa sœur Jacqueline. Tant qu'il fut environné de sa famille, il mettait quelque relâche à ses études; on l'obligeait à prendre de la dissipation; on lui fit faire quelques voyages en Auvergne et en d'autres provinces. Mais il eut le malheur de perdre son père en 1651; et sa sœur Jacqueline, occupée depuis long-temps du désir de se consacrer toute entière à Dieu, embrassa l'état de religieuse, à Port-Royal

---

le long de deux coulisses verticales; ce qui empêche ou diminue les secousses que produiraient les inégalités du terrein.

(*) Le haquet sert, comme on sait, à transporter des ballots pesans, des tonneaux pleins de liqueur, etc. Les deux brancards forment bascule et deviennent des plans inclinés, quand on veut faire monter ou descendre les fardeaux : un moulinet placé à l'avant du haquet, reçoit un cable qui soutient le poids ascendant ou descendant. Il y a d'autres espèces de haquets : celle-là est la principale; elle contient, comme on voit, une combinaison heureuse du tour et du plan incliné.

des-Champs, en 1653. Il était d'ailleurs éloigné de monsieur et de madame Périer, que la charge de M. Périer retenait à Clermont. Ainsi resté seul de sa famille à Paris, sans avoir personne qui pût le contenir, il se livra à des excès de travail qui l'auraient conduit en peu de temps au tombeau, s'il ne se fût enfin arrêté. La défaillance de la nature, plus puissante que les conseils des médecins, le força de s'interdire absolument toute étude, toute contention d'esprit. Aux méditations du cabinet, il substitua la promenade, et d'autres semblables exercices modérés et salutaires. Il vit le monde; et quoiqu'il y portât quelquefois une humeur un peu mélancolique, il y plaisait par une raison supérieure, toujours accommodée à la portée de ceux qui l'écoutaient. Cette espèce d'empire s'établit avec plus de lenteur que celui des agrémens; mais il est plus respecté et plus durable. Pascal prit à son tour du goût pour la société : il songea même à s'y attacher par les liens du mariage, espérant que les soins d'une compagne aimable et sensible adouciraient ses souffrances, augmentées encore par l'ennui de la solitude; mais un événement imprévu changea tous ses projets.

Un jour du mois d'octobre 1654, étant allé se promener, suivant sa coutume, au pont de Neuilly, dans un carrosse à quatre chevaux, les deux premiers prirent le mors aux dents vis-à-vis un endroit où il n'y avait point de parapet, et se précipitèrent dans la Seine. Heureusement la première secousse

de leur poids rompit les traits qui les attachaient au train de derrière, et le carrosse demeura sur le bord du précipice; mais on se représente sans peine la commotion que dût recevoir la machine frêle et languissante de Pascal. Il eut beaucoup de peine à revenir d'un long évanouissement; son cerveau fut tellement ébranlé, que dans la suite, au milieu de ses insomnies et de ses exténuations, il croyait voir de temps en temps, à côté de son lit, un précipice prêt à l'engloutir. On attribue à la même cause une espèce de vision ou d'extase qu'il eut peu de temps après, et dont il conserva la mémoire, le reste de sa vie, dans un papier qu'il portait toujours sur lui entre l'étoffe et la doublure de son habit.

Son père lui avait inspiré dès l'enfance l'amour et la croyance intime de la religion. Ces sentimens, gravés au fond de son cœur, mais un peu assoupis par l'étude des sciences, se réveillèrent en ce moment, et reprirent toute leur force. Il regarda l'événement dont nous venons de parler, comme un avis que le ciel lui donnait de rompre tous les engagemens humains, et de ne vivre à l'avenir que pour Dieu. Sa sœur Jacqueline l'avait déjà préparé, par son exemple et par ses discours, à ce pieux dessein. Il renonça donc entièrement au monde, et ne conserva de liaison qu'avec quelques amis remplis des mêmes principes. La vie réglée qu'il menait dans sa retraite, apporta quelques adoucissemens à ses maux : elle lui procura même d'assez

longs intervalles de santé; et c'est alors qu'il composa plusieurs ouvrages d'un genre bien opposé aux Mathématiques et à la Physique : nouveaux prodiges de son génie, et de la facilité incroyable avec laquelle il saisissait tous les objets qu'on lui présentait.

L'abbaye de Port-Royal, après un long *état* de langueur et de relâchement, s'était élevée en peu de temps à la plus haute réputation de vertu et de régularité, sous le gouvernement de la mère Angélique Arnaud. Cette fille célèbre, soigneuse d'augmenter la gloire de son petit empire, par *tous* les moyens que pouvait avouer la religion, avait attiré dans une maison particulière, attenante au monastère des champs, plusieurs hommes éminens en savoir et en piété, qui, dégoûtés du monde, venaient chercher au désert le recueillement et la tranquillité chrétienne : tels étaient ses deux frères, Arnaud d'Andilli et Antoine Arnaud; ses neveux, Le Maître, et Saci, le traducteur de la Bible; Nicole, Lancelot, Hermant, etc. La principale occupation de ces illustres solitaires était d'instruire la jeunesse : c'est dans leur école que Racine puisa la connaissance des langues grecque et latine, le goût de la saine antiquité, et les principes de ce style harmonieux et enchanteur qui le caractérise, et qui lui a donné la première place sur le Parnasse français. Pascal désira de les connaître, et *bientôt* il fut admis à leur familiarité la plus intime. Sans prendre parmi eux d'établissement fixe, il leur

faisait, par intervalles, des visites de trois ou quatre mois. Il trouvait dans leurs entretiens tout ce qui pouvait l'intéresser : raison, éloquence, dévotion sincère et éclairée. De leur côté, ils ne tardèrent pas à reconnaître l'étendue et la profondeur de son génie. Rien ne lui paraissait étranger : la variété de son savoir, et l'esprit d'invention qui dominait en lui, le mettaient à portée de s'exprimer avec intelligence, et même de répandre des idées neuves sur toutes les matières que l'on agitait. Il s'acquit l'admiration et l'amour de tous les solitaires. Saci en particulier avait pour lui une estime remarquable dans son genre. Ce savant laborieux, qui passait sa vie à étudier l'Ecriture-Sainte et les ouvrages des Pères, s'était pris d'une passion violente pour saint Augustin : il y trouvait, par réminiscence, tout ce qu'il entendait dire d'extraordinaire. Dans cette pieuse illusion, aussitôt que Pascal laissait échapper quelques-uns de ces traits sublimes qui lui étaient familiers, Saci se rappelait d'avoir lu la même chose dans son auteur favori; mais il ne faisait qu'en admirer davantage Pascal, et il ne pouvait comprendre comment un jeune homme, sans avoir jamais lu les Pères, se rencontrait néanmoins toujours, par la seule pénétration de son esprit, avec le plus célèbre docteur de l'église. On ne se doutait pas encore que ce jeune homme dût être bientôt le défenseur et le plus ferme appui de Port-Royal. Je demande la permission d'entrer, à ce sujet, dans un certain détail, et de reprendre

les choses d'un peu haut. Ce n'est pas comme théologien que Pascal est le plus grand aux yeux de la postérité, mais c'est par-là qu'il a eu peut-être le plus de réputation dans son temps; et le tableau succinct des opinions qu'il a combattues ou embrassées, offre un point de vue qui peut fournir la matière de plusieurs réflexions philosophiques.

Tout le monde connaît la fameuse querelle du molinisme et du jansénisme, qui a si long-temps agité l'église de France, troublé l'état, et fait le malheur d'une foule d'hommes respectables dans les deux partis. Il s'agissait d'expliquer l'*action* de la grâce sur notre volonté, et de concilier la prédestination avec le libre arbitre: grands problèmes, qui, sous des noms divers, ont été, dans tous les temps, le tourment et l'écueil de la curiosité humaine.

Nous avons la conviction intérieure que nous sommes libres : c'est d'après cette conviction que l'homme ose apprécier ses actions et celles des autres, qu'il approuve ou qu'il blâme, qu'il jouit du témoignage d'une conscience pure, ou qu'il est déchiré par ses remords : c'est d'après elle qu'il voit d'un œil bien différent le traître qui l'assassine et la pierre qui le blesse par sa chute. Mais comment l'homme est-il libre? Comment cette liberté se concilie-t-elle avec l'influence des *motifs sur la* volonté, avec l'action universelle et continue de la cause première et toute-puissante *dont* chaque chose tient l'être et la manière d'être, avec la

connaissance certaine qu'a la Divinité, non-seulement du passé et du présent, mais encore de l'avenir? L'examen de ces questions occupa et bientôt divisa les premiers philosophes grecs. Les uns se déclarèrent pour la liberté absolue de l'homme; les autres ne virent en lui qu'un instrument passif, sans cesse entraîné par la force irrésistible d'une puissance aveugle, appelée *destin*, qui, selon eux, gouvernait l'univers. Ces deux systèmes eurent à peu près un nombre égal de partisans. Et dès lors on put observer que les défenseurs du dogme de la fatalité faisaient profession de la morale la plus rigide dans la spéculation et dans la pratique : comme si à force de vertus, et en portant l'austérité jusqu'à l'excès, ils avaient voulu expier envers la société les conséquences destructives de toute morale qu'on imputait à leur doctrine métaphysique!

Les hommes, même en soumettant leur raison à des dogmes qu'ils respectaient comme enseignés immédiatement par la Divinité, n'ont pu renoncer à cette curiosité ardente et indiscrète qui les pousse à raisonner sur tout, et à vouloir tout expliquer. La même diversité d'opinions qui avait régné entre les philosophes de l'antiquité, a partagé les écoles des théologiens, et a formé, dans toutes les religions, des sectes rivales. Parmi les Mahométans, les questions de la prédestination et du libre arbitre sont un des principaux points qui divisent les sectateurs d'Omar et ceux d'Ali. C'était chez les Juifs

un des objets de dispute entre les Pharisiens et les Saducéens. Dans le christianisme, la foi enseignant d'un côté que l'homme est libre, qu'il a le pouvoir de mériter et de démériter; de l'autre, que la sanctification est un don de Dieu, que les hommes ne peuvent rien sans son secours, que la vocation à la foi et au salut est absolument gratuite : l'opposition apparente entre ces vérités a redoublé encore l'épaisseur du voile qui couvre cet abîme.

Cependant les premiers chrétiens, occupés à la pratique des vertus, adoraient en paix des mystères qu'ils ne pouvaient pénétrer. Les dissensions ne s'élevèrent que lorsque cette ferveur venant à diminuer, l'attention commença à se fixer sur les parties spéculatives de la religion. C'est alors que dans l'embarras d'accorder le libre arbitre avec l'action de la grâce, on vit les esprits se partager, adopter et exagérer les vérités qui étaient les plus analogues à leur caractère, à leur manière de voir et de sentir, et surtout celles qui paraissaient se prêter le plus aux explications systématiques qu'ils se permettaient d'imaginer. De-là tous ces écarts, qui, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, ont altéré la pureté du dogme, et qui, se reproduisant sous différentes formes dans la suite des siècles, ont été tour à tour frappés des anathèmes de l'église.

Saint Augustin, par le zèle et les lumières qu'il déploya dans sa dispute contre Pélage, partisan outré de la liberté, mérita d'être appelé par excellence le *Docteur de la Grâce*. Avant cette dispute,

il avait combattu les erreurs des Manichéens, contraires au libre arbitre. Par cette circonstance-là même, les théologiens des écoles opposées ont pu puiser des armes dans ses ouvrages; mais comme la controverse qu'il soutint contre les Pélagiens fut plus longue et plus animée, le parti dont les opinions s'éloignaient le plus des erreurs pélagiennes, a trouvé plus de facilité à s'appuyer de son autorité, et s'est toujours particulièrement fait gloire de marcher sous sa bannière.

Les ténèbres et l'ignorance qui suivirent la condamnation des Pélagiens, et les guerres où les chrétiens furent occupés, semblèrent amortir la curiosité sur ces questions. On en disputa cependant encore dans les couvens des moines, et depuis dans les universités, lorsque les études scolastiques se ranimèrent. L'école de saint Thomas-d'Aquin, qui adopta ce que la doctrine de saint Augustin avait de plus rigide, parut y ajouter quelque chose de plus rigide encore, en voulant l'expliquer par le système de la prémotion physique : système suivant lequel Dieu lui-même imprimerait à la volonté le mouvement qui la détermine. Les Franciscains et d'autres théologiens s'élevèrent fortement contre cette doctrine. On accusait les Thomistes d'introduire le fatalisme, de rendre Dieu auteur du péché, de le représenter comme un tyran qui, après avoir défendu le crime à l'homme, le nécessite à devenir coupable, et le punit de l'avoir été. Les Thomistes à leur tour reprochaient à leurs

adversaires de transporter à la créature une puissance qui n'appartient qu'à Dieu, et de renouveler les erreurs de Pélage, en anéantissant le pouvoir de la grâce, et en faisant l'homme auteur de son salut.

Malgré l'aigreur de ces imputations réciproques et l'animosité qu'elles devaient inspirer, un concours heureux de circonstances en modéra les effets. Les deux opinions opposées avaient partagé les universités, et chaque parti avait à sa tête deux ordres rivaux : tous deux puissans, tous deux recommandables par une égale réputation de science et de piété, tous deux également chers au siége de Rome, par le zèle infatigable avec lequel ils travaillaient à étendre son autorité. Les papes avaient un trop grand intérêt à conserver ces deux appuis de leur puissance, pour faire pencher la balance en faveur de l'un ou de l'autre. Le peuple ne prit aucune part à ces disputes qu'il n'entendait pas; la foi n'y était point intéressée; Rome gardait le silence; et jamais une question sur laquelle l'autorité a laissé librement soutenir le pour et le contre, n'a occasionné et n'occasionnera de troubles.

Luther et Calvin parurent : ces deux nouveaux réformateurs, ardens à chercher des contrariétés entre la croyance de l'église catholique et la doctrine des premiers siècles du christianisme, prétendirent embrasser, mais outre-passèrent beaucoup les principes que saint Augustin avait développés contre les pélagiens. Il est vrai que les luthériens

ne furent pas long-temps sans revenir à des principes plus doux; et que même parmi les calvinistes, Arminius et ses sectateurs abandonnèrent tout-à-fait la doctrine de Calvin, pour prendre celle de Pélage. Mais lors de l'établissement du protestantisme, le système de la prédestination la plus rigide étoit un des points que les novateurs prêchoient avec le plus d'enthousiasme, et que les théologiens catholiques s'attachèrent le plus à réfuter.

Les Jésuites, dont la société avait pris naissance dans ces temps d'orage et de dissensions, se livrèrent à la controverse avec toute l'activité que pouvait inspirer l'ambition d'acquérir la prépondérance dans l'église. Une métaphysique ingénieuse et séduisante leur attira des élèves et des sectateurs. Fiers de leurs succès, ils ne se bornèrent pas à combattre Luther et Calvin : ils voulurent élever une nouvelle école contre celle de saint Thomas. Le système du jésuite espagnol Molina, sur l'accord de la grâce et du libre arbitre, balança la prémotion physique. Dans ce système, dieu voit d'abord, par une prévision de simple intelligence, toutes les choses possibles; il voit par une autre prévision que Molina appelle la *science moyenne*, ou la science des *futurs conditionnels*, non-seulement ce qui arrivera en conséquence de telle ou telle condition, mais encore ce qui serait arrivé ( et qui n'arrivera pas ), si telle ou telle condition avait eu lieu; tous les hommes sont continuellement munis de grâces suffisantes pour opérer leur salut, grâces qui

deviennent efficaces ou qui demeurent *sans* effet, selon le libre usage qu'ils en font; lorsque Dieu veut convertir ou sauver un pécheur, il lui accorde les grâces auxquelles il prévoit, par la science moyenne, que le pécheur consentira, et qui le feront persévérer dans le bien. On voit par ce précis que Molina cherchant à sauver la liberté humaine, lui donne une étendue trop illimitée, trop indépendante du créateur. Il n'a même fait que substituer à la première difficulté une difficulté semblable, et peut-être plus grande : car suivant ses principes, la prescience d'un événement conditionnel qui ne doit pas arriver, est fondée sur une connexion entre cet événement et la condition dont il dépendait; connexion absolument incompréhensible, et cependant nécessaire par elle-même, puisque la condition n'ayant point été et ne devant point être réalisée, il n'a existé, ni n'existera aucun exercice de la liberté, aucune détermination qui puisse en être l'effet.

Suarez fit quelques corrections au système de Molina, et crut pouvoir expliquer, par le concours simultané de Dieu et de l'homme, comment la grâce opère infailliblement son effet, sans que l'homme en soit moins libre d'y céder ou d'y résister; mais cette association de la divinité aux actes de notre volonté faible et changeante, est encore un mystère non moins impénétrable que tous les autres points de la dispute.

Malgré les objections qui démontraient l'*incertitude* ou même la fausseté de leur doctrine, les

Jésuites la produisaient partout avec confiance, comme le véritable dénouement des difficultés que les SS. Pères avaient trouvées à concilier la liberté des actions humaines avec la prescience divine. Cette orgueilleuse prétention blessa les anciennes écoles. On fut indigné de la supériorité que ces nouveaux docteurs voulaient s'attribuer, pour avoir introduit dans la théologie quelques subtilités métaphysiques, qui dans le fond n'éclaircissaient rien, et qui même se contredisaient réciproquement. Les combats qu'ils eurent à soutenir en particulier contre les dominicains s'animèrent au point que le saint-siége crut devoir s'en occuper : les théologiens des deux ordres débattirent leurs opinions devant ces assemblées si connues sous le nom de congrégations *de Auxiliis*. Rome eut encore cette fois la sagesse de ne rien prononcer; mais l'éclat de ces thèses solennelles ne fit qu'augmenter l'acharnement des deux partis.

Pendant que ces funestes divisions troublaient l'église, Corneille Jansen, évêque d'Ypres, si connu sous le nom de *Jansenius*, homme respecté pour sa science et pour ses mœurs, et fort éloigné de prévoir qu'un jour son nom deviendrait un signal de discorde et de haine, s'occupait, dans le silence du cabinet, à méditer et à rédiger en corps de système les principes qu'il avait cru reconnaître dans les livres du docteur de la grâce. Il écrivit son ouvrage en latin, sous le titre d'*Augustinus*, et le soumit au jugement de l'église. A peine venait-il

de l'achever, lorsqu'il mourut (en 1638) de la peste dont il fut atteint en examinant des papiers qui avaient appartenu à quelques-uns de ses diocésains enlevés par ce fléau.

L'*Augustinus* vit le jour, pour la première fois, en 1640 : c'était un énorme *in-folio*, écrit sans ordre et sans méthode, non moins obscur par le style et par une diffusion accablante, que par le fond même des matières. Quelle sensation, quel mal pouvait-il produire, si on l'eût abandonné à sa destinée naturelle ? Il dut tout son malheureux éclat aux hommes célèbres qui le mirent en évidence, et à l'animosité implacable de leurs ennemis.

L'abbé de Saint-Cyran (*), ami de Jansenius, imbu de la même doctrine, abhorrant les Jésuites et leur science moyenne, vantait l'*Augustinus*, même avant qu'il ne fût achevé, comme le dépôt des secrets de la prédestination ; et il en répandait les principes dans les lettres spirituelles qu'il écrivait de tous côtés. Bientôt après, les solitaires de Port-Royal firent profession publique des mêmes sentimens. Alors Jansenius devint l'oracle des écoles les plus renommées : c'était un homme suscité de Dieu, disaient-elles, pour servir d'interprète à saint Augustin. Les Jésuites irrités de l'abandon où ils voyaient tomber insensiblement leur théologie,

(*) Jean Duverger de Hauranne, né en 1581, mort en 1643.

et jaloux des savans de Port-Royal, qui les effaçaient dans tous les genres de littérature, se soulevèrent avec emportement contre l'ouvrage de Jansenius. La matière prêtait aux équivoques : en pressant les paroles de l'auteur, ils parviennent à former cinq propositions qui présentaient un sens évidemment faux et erroné; ils les dénoncent au saint-siége, et sollicitent à grands cris la condamnation de l'*Augustinus*. Innocent X censura, le 31 mai 1653, les cinq propositions, sans décider d'ailleurs d'une manière précise si elles étaient exactement contenues dans le livre inculpé. Le clergé de France, dans son assemblée de 1655, demanda un nouveau jugement au pape, en lui peignant les Jansénistes comme des sujets rebelles et hérétiques. Alexandre VII rendit, le 16 octobre 1656, une bulle qui condamnait encore les cinq propositions, mais avec la clause expresse qu'elles étaient fidèlement extraites de Jansenius, et hérétiques dans le sens qu'il leur attribuait. Cette bulle servit de base à un formulaire que le clergé dressa en 1657, et dont la cour entreprit d'exiger rigoureusement la signature, quatre ans après. Alexandre VII donna, en 1665, une seconde bulle, avec un formulaire, sur le même sujet.

Il est vraisemblable que les Jésuites auraient succombé dans leur poursuite contre les disciples de Jansenius, si des hommes tout-puissans dans l'Europe n'eussent eu intérêt de se joindre à eux. Le cardinal de Richelieu, qui haïssait personnellement

l'abbé de Saint-Cyran, avait d'abord tenté de faire condamner ses écrits par le saint-siége; mais il mit peu de suite et peu de chaleur dans cette négociation : il n'était pas homme à essuyer les lenteurs ordinaires à la cour de Rome, pour un objet aussi frivole à ses yeux que la censure de quatre ou cinq propositions systématiques, hasardées par un théologien sans appui; il trouva plus simple et plus commode de faire enfermer l'abbé de Saint-Cyran au château de Vincennes.

Mazarin, moins violent, plus adroit dans l'art de cacher et d'assurer les effets de la haine, porta en secret de plus rudes coups aux Jansénistes. Il était indifférent au fond sur toutes les matières théologiques; il aimait peu les Jésuites, mais il savait que les solitaires de Port-Royal conservaient des liaisons avec le cardinal de Retz, son ennemi, qui l'avait fait trembler. Sans approfondir la nature de ces liaisons, formées anciennement, et très-innocentes en elles-mêmes, il les jugea criminelles; et pour s'en venger, il excita sourdement le clergé à demander la bulle de 1656. Ainsi, une question qui ne devait jamais être remuée, ou qui aurait dû naître et mourir dans l'obscurité des écoles, acquit de l'importance et troubla l'état pendant plus de cent ans, parce que les défenseurs d'un livre inintelligible et destiné à l'oubli, étaient les amis d'un archevêque de Paris, qui avait voulu faire chasser le premier ministre du roi de France! Mazarin ne prévit pas sans doute les funestes suites de sa faiblesse

à mêler l'autorité dans une guerre théologique dont il aurait fallu ignorer l'existence; mais son exemple doit être une grande leçon pour les souverains et les ministres.

Les solitaires de Port-Royal et plusieurs autres théologiens, sans défendre le sens littéral des cinq propositions condamnées, prétendirent quelles n'étaient point contenues dans l'*Augustinus*, ou que si elles s'y trouvaient, c'étoit dans un sens catholique. On leur répondit par des assertions contraires. La querelle devint alors plus vive qu'elle n'avait jamais été : on écrivit de part et d'autre une multitude d'ouvrages où les passions humaines étouffant la charité si fort recommandée aux chrétiens, fournirent aux ennemis de la religion un triste sujet de triomphe.

De tous ceux qui combattirent pour Jansenius, aucun ne montra tant de zèle et de véhémence que le docteur Arnaud. Il avait l'âme élevée et les mœurs austères. Lorsqu'il s'engagea dans le sacerdoce, il donna presque tout son bien à la maison de Port-Royal, disant qu'un ministre de Jésus-Christ doit être pauvre. Son attachement à ce qu'il croyait la vérité, était inflexible comme elle. Il détestait la morale corrompue des Jésuites, et il était encore plus haï d'eux, tant parce que ses sentimens leur étaient bien connus, que parce qu'il était né d'un père qui avait plaidé avec chaleur, au nom de l'Université, pour qu'on leur interdît l'enseignement de la jeunesse, et qu'on les chassât même

du royaume. On jugera par le trait suivant de l'intérêt qu'il mettait à l'affaire du Jansénisme : un jour Nicole, son ami et son compagnon d'armes pour la même cause, mais né d'ailleurs avec un caractère doux et accommodant, lui représentait qu'il était las de cette guerre, et qu'il voulait se reposer. *Vous reposer*, répond Arnaud : *eh! n'aurez-vous pas pour vous reposer l'éternité toute entière?*

Dans ces dispositions, Arnaud publia, en 1655, une lettre où il disait qu'il n'avait pas trouvé dans Jansenius les propositions condamnées; et discutant en général la question de la grâce, il ajouta *que saint Pierre offrait dans sa chute l'exemple d'un juste à qui la grâce, sans laquelle on ne peut rien, avait manqué.* La première de ces deux assertions parut injurieuse au saint-siége; la seconde fut regardée comme suspecte d'hérésie : elles excitèrent l'une et l'autre une grande rumeur dans la Sorbonne, dont Arnaud était membre. Les ennemis de ce docteur mirent tout en usage pour lui attirer une censure humiliante. Ses amis lui représentèrent la nécessité de se défendre. Il était né avec une grande éloquence, mais il n'en réglait pas assez les mouvemens : son style négligé et dogmatique nuisait quelquefois à la solidité de ses écrits; car dans les matières qu'on ne peut soumettre à la démonstration géométrique, le charme de l'expression est l'un des principaux moyens pour persuader. Il composa une longue apologie de ses

sentimens et de sa doctrine; mais, en rendant justice au fond, on trouva que cet écrit était pesant, monotone et peu propre à mettre le public dans ses intérêts. Il en convint lui-même de sang-froid, et il fut le premier à indiquer Pascal comme le seul homme capable de traiter le sujet d'une manière solide et piquante. Pascal consentit volontiers à prêter le secours de sa plume pour une cause qui intéressait des savans vertueux, infiniment chers à son cœur.

Le 23 janvier 1656, il publia, sous le nom de *Louis de Montalte*, sa première lettre *à un Provincial* (1), dans laquelle il se moque des assemblées qui se tenaient alors en Sorbonne pour l'affaire d'Arnaud, avec une finesse, une légèreté dont il n'y avait pas encore de modèle. Cette lettre eut un succès prodigieux; elle entraîna tout le public indifférent: mais la cabale qui voulait opprimer Arnaud, avait si bien pris ses mesures, on fit venir aux assemblées tant de moines et de docteurs mendians, dévoués à l'autorité, que non-seulement les deux propositions de ce docteur furent condamnées à la pluralité des voix, mais que lui-même

(*) Les lettres qu'on appelle (par une expression fort impropre, mais que l'usage a consacrée) *Lettres Provinciales*, parurent d'abord sous ce titre : *Lettres écrites par Louis de Montalte à un Provincial de ses amis, et aux RR. PP. Jésuites, sur la morale et la politique de ces Pères.*

fut exclus pour toujours de la faculté de théologie, par un décret du 31 janvier 1656.

Le triomphe de ses ennemis fut un peu troublé par la seconde, la troisième et la quatrième lettres *au Provincial,* qui suivirent de près le jugement de la Sorbonne. Elles jetèrent un ridicule ineffaçable sur plusieurs théologiens séculiers, et sur les Dominicains, qui, pour ménager leur crédit et pour satisfaire de petites haines, semblaient avoir abandonné en cette occasion la doctrine de saint Thomas. Mais les Jésuites, en particulier, qui avaient le plus contribué à faire condamner Arnaud, expièrent chèrement la joie que ce succès leur avait causée : ils furent immolés à la risée et à l'indignation publique dans les lettres suivantes. C'est dans leurs écrits de théologie morale que Pascal alla chercher les traits qui devaient les rendre à jamais odieux et ridicules, et préparer de loin leur destruction.

On sait que toute la religion chrétienne roule sur deux pivots : la croyance du dogme et la pratique des vertus. L'église a toujours regardé comme ses ennemis ceux qui ont osé attaquer ou même interpréter le dogme. Elle a porté la même vigilance et la même sévérité dans l'observation des principes généraux de la morale : mais dans les applications particulières de ces principes, il peut y avoir des modifications qu'elle a permis de soumettre à l'examen. En effet, s'il existe des actions humaines, visiblement criminelles, il en est d'autres

qui paraissent indifférentes, et qui tirent leur vrai caractère de l'intention ou des circonstances. Il a donc fallu que la morale eût ses interprètes, chargés de poser la limite entre le crime et la vertu, d'effrayer le coupable audacieux, et de rassurer quelquefois l'âme timide et ingénue qui s'exagère à elle-même ses faiblesses.

Les théologiens, obligés par état d'expliquer la religion au peuple, ne pouvaient laisser échapper cette occasion de signaler leur science et leur zèle. Toutes les écoles, tous les ordres religieux produisirent des docteurs qui, sous le nom de *Casuistes*, jugeaient les consciences et mettaient, pour ainsi dire, un tarif aux actions humaines. Ils furent utiles, tant qu'ils prirent eux-mêmes pour guide la morale simple et consolante de l'évangile : ils finirent par semer le désordre dans la société chrétienne, en voulant subordonner cette morale à leurs opinions systématiques, ou à des intérêts humains. On se rappelle les questions impertinentes sur les universaux, sur les cathégories, etc., que l'on a agitées, pendant des siècles d'ignorance, dans l'oisiveté et l'ennui des cloîtres. Le même esprit s'introduisit dans la théologie morale. On vit des auteurs graves épuiser leur subtilité à tourner une action sur toutes les faces ; à faire que vicieuse par le côté matériel, elle parût innocente par l'intention, ou dans un certain point de vue métaphysique ; à mettre l'homme qui venait les consulter, toujours dans l'incertitude s'il était digne de haine

ou d'amour, et à se rendre ensuite, par la voie de la confession, les arbitres souverains des consciences. Une foule de questions extravagantes ou scandaleuses furent proposées et souvent décidées contre les plus simples lumières du sens commun. Rien n'aurait été sans doute plus nuisible aux mœurs que de pareilles décisions, si l'excès du ridicule n'avait écarté le danger.

La société des jésuites ne s'était pas moins adonnée à la théologie morale, qu'à la controverse. Je ne finirais point, si je voulais seulement rapporter ici les noms de leurs casuistes. On prétend qu'ils ont inventé ou perfectionné les fameux systèmes du *probabilisme*, des *restrictions mentales*, de la *direction d'intention*, *etc.* Tous ceux qui ont lu ces auteurs, disent qu'on y trouve de l'esprit, une dialectique subtile, et quelquefois même une sorte de sagacité à proposer et à résoudre des cas de conscience qui surprennent par leur singularité. Par exemple, on cite le traité *de Matrimonio*, par le jésuite espagnol Sanchez, comme un ouvrage achevé dans son genre : on assure que l'auteur a examiné la matière à fond, prévu tous les cas, et discuté toutes les questions que la nature, excitée par la chaleur du climat, pouvait offrir à l'imagination errante d'un solitaire.

Les décisions burlesques ou scandaleuses des moralistes de la *société* fournissaient donc à Pascal une ample moisson de plaisanteries et de sarcasmes. Mais il fallait un génie tel que le sien pour employer

ces matériaux, et pour en former un ouvrage qui pût intéresser, non pas seulement les théologiens, mais le public de tous les états. On a tant parlé de ces fameuses *Lettres Provinciales*, que nous pouvons presque nous dispenser d'en parler ici. Tout le monde sait et répète que cet ouvrage n'avait aucun modèle chez les anciens, ni chez les modernes, et que l'auteur a deviné et fixé la langue française. Voltaire dit en propres termes que les meilleures comédies de Molière n'ont pas plus de sel que les premières *Lettres Provinciales*, et que Bossuet n'a rien de plus sublime que les dernières. A ces éloges consacrés par la voix publique, j'ajouterai une observation. L'un des plus grands mérites des *Lettres Provinciales* est, ce me semble, l'art admirable avec lequel Pascal a su ménager les transitions dans le sujet qui présentait peut-être à cet égard, le plus de difficulté, par l'incohérence de ses parties. Il passe d'un objet à un autre tout différent, sans qu'on s'en aperçoive. La destruction des Jésuites pourra diminuer un peu l'empressement de certains lecteurs pour cet ouvrage; mais il subsistera toujours parmi les gens de lettres et de goût, comme un chef-d'œuvre de style, de bonne plaisanterie et d'éloquence.

Il semble qu'on ne pouvait rien répondre à ce livre foudroyant : les Jésuites montrèrent un courage qu'on n'attendait pas; ils défendirent hardiment leurs casuistes. On a écrit qu'ils auraient dû les abandonner, et rire eux-mêmes les premiers

des plaisanteries de Pascal, puisqu'après tout, les opinions relâchées qu'on leur reprochait, ne leur appartenaient pas exclusivement, et qu'on les aurait aussi trouvées dans la plupart des autres théologiens. Mais la *société*, accoutumée à se conduire par les principes d'une fierté inflexible et d'une politique conséquente, ne put se résoudre à condamner des auteurs qu'elle-même avait autorisés, et qui travaillaient à l'agrandissement de sa domination; car dans cet ordre singulier, tous les membres étaient conduits par une même impulsion qui dirigeait les talens et les occupations de chacun d'eux vers une fin unique : la gloire de l'institut. Jamais les Jésuites n'eurent l'intention de corrompre les mœurs; mais ils voulaient gouverner les consciences des rois et des grands. Pour y parvenir, ils s'étaient fait une espèce de théologie, moitié chrétienne, moitié mondaine; mélange adroit de rigorisme et de condescendance aux faiblesses des hommes : sans détruire le péché, elle facilitait le moyen de l'éviter, ou au moins d'en mériter le pardon. Ce système combiné avec art, qui a eu pendant cent cinquante ans le plus grand succès dans toute l'Europe, maintiendrait peut-être encore les Jésuites dans leur premier éclat, s'ils se fussent toujours conduits avec la sagesse et la réserve de leurs fondateurs.

Malheureusement pour eux, dans le temps que les *Lettres Provinciales* parurent, ils n'avaient aucun bon écrivain. Les réponses qu'ils opposèrent

à cet ouvrage étaient aussi dépourvues de style, que répréhensibles du côté des choses. Elles ne pouvaient donc avoir, et n'eurent en effet, aucun succès, tandis qu'au contraire toute la France dévorait les *Lettres Provinciales*, et que les Jansénistes, pour les répandre encore davantage, s'empressaient de les traduire en plusieurs langues. Bientôt une clameur universelle s'éleva contre les Jésuites. On ne voulut point se prêter aux raisons qu'ils avaient eues d'adoucir la morale : ils en furent regardés comme les corrupteurs. Parmi les différens ouvrages qu'ils firent paraître pour la défense de leurs casuistes, il y en eut un qui révolta généralement le public ; il était intitulé : *Apologie des nouveaux Casuistes contre les calomnies des Jansénistes*. Les curés de Paris, et peu de temps après, ceux de plusieurs autres villes considérables, attaquèrent ce livre pernicieux par des écrits solides, véhémens, et d'une éloquence semblable à celle de Démosthène. Ces écrits étaient composés par Arnaud, Nicole et Pascal : les deux premiers fournissaient les matériaux, et Pascal tenait la plume. Ils produisirent dans le monde une sensation très-désagréable pour les Jésuites ; et malgré tout le crédit que ces Pères avaient dans le clergé, plusieurs évêques, d'une grande science et d'une haute vertu, publièrent des mandemens exprès contre l'*Apologie des Casuistes*.

Après tant d'humiliations et tant de revers dans les combats de plume, le seul parti raisonnable que

les Jésuites eussent à prendre était de dévorer dans le fond du cœur des chagrins passagers, et de n'opposer à leurs adversaires d'autres armes qu'un profond silence. On eût regardé cette conduite prudente et dictée par l'intérêt, comme l'effet de la modération. Il est vrai qu'en ce moment les dispositions du peuple ne leur étaient pas favorables : on se souvenait encore confusément des troubles qu'ils avaient excités autrefois dans le royaume, au temps de la ligue; la morale de leurs casuistes scandalisait et éloignait d'eux les âmes timorées. Mais la nation française oublie tout avec le temps. Bientôt elle n'eût considéré dans les Jésuites, ou que des victimes de l'oppression, dignes de sa pitié et de son appui, ou que des hommes supérieurs à l'injure, dignes de son estime. Les Jansénistes auraient perdu insensiblement les avantages de leurs victoires passées; et jamais ils n'eussent obtenu, au milieu d'une vie tranquille, l'existence et la célébrité que la persécution leur donna dans la suite. L'orgueil et la haine en ordonnèrent autrement. Aveuglée par ces deux sentimens et par son crédit à la cour, la *société* saisit les moyens les plus prompts et les plus violens de nuire à ses ennemis. Les Jansénistes ne furent pas le seul objet de sa vengeance. Tous les particuliers, tous les corps même qui ne lui étaient pas entièrement dévoués, furent exposés à des vexations qu'elle leur suscitait. Elle abusa, sans honte et sans mesure, pendant un siècle entier, d'un pouvoir usurpé et précaire, mobile comme l'opinion

qui l'avait fait naître ; mais enfin elle en a trouvé le terme et la punition dans ces derniers temps. La plupart des princes chrétiens, et le pape lui-même, fatigués de ses intrigues, et de servir d'instrumens à son intolérance, ont été forcés de la proscrire dans tous les pays de leur domination. Quelquefois la simple réforme a suffi pour ramener à leurs principes et à leur première ferveur, des monastères corrompus par l'oisiveté et la mollesse. Mais, quand un ordre nombreux, sous les étendards de la religion, n'est réellement qu'un corps politique, livré par système à une ambition toute mondaine, quand il cabale dans les cours, trouble les gouvernemens, se rend même redoutable aux souverains : la réforme n'offrirait qu'un remède inutile ; elle laisserait subsister la racine du mal, et on ne peut l'extirper que par la destruction de l'institut.

La guerre que Pascal fit aux Jésuites dura environ trois ans. Elle l'empêcha de travailler, aussitôt qu'il l'aurait désiré, à un grand ouvrage qu'il méditait depuis plusieurs années, pour prouver la vérité de la religion. En différens temps, il avait jeté sur le papier quelques pensées qui devaient entrer dans son plan : il songeait tout de bon, en 1658, à exécuter cet ouvrage ; mais ses infirmités augmentèrent dès lors au point qu'il n'a jamais pu l'achever, et qu'il ne nous en reste que des fragmens.

L'accroissement de ses maux commença par un horrible mal de dents, qui lui ôtait presque

entièrement le sommeil. Durant l'une de ses longues veilles, le souvenir de quelques problèmes touchant la *roulette*, vint travailler son génie mathématique. Il avait renoncé depuis long-temps aux sciences purement humaines; mais la beauté de ces problèmes, et la nécessité de faire quelque diversion à ses douleurs, par une forte application, le plongèrent dans une recherche qu'il poussa si loin, qu'aujourd'hui même les découvertes qu'il y fit sont comptées parmi les plus grands efforts de l'esprit humain.

La courbe, nommée vulgairement *roulette* ou *cycloïde*, est très-connue des géomètres. Elle se décrit en l'air par le mouvement d'un clou attaché à la circonférence d'une roue de voiture. On ne sait pas au juste, et cette connaissance serait d'ailleurs fort indifférente en elle-même, quel est celui qui a remarqué d'abord la génération de cette courbe dans la nature; mais il est certain que les Français sont les premiers qui aient commencé à découvrir ses propriétés. En 1637, Roberval démontra que l'aire de la roulette ordinaire est triple de celle de son cercle générateur. Il détermina aussi, peu de temps après, le solide que la roulette décrit en tournant autour de sa base; et même, ce qui *était* beaucoup plus difficile pour la Géométrie de ce temps-là, le solide que la même courbe décrit en tournant autour du diamètre de son cercle générateur. Torricelli publia la plupart de ces problèmes, comme de son invention, dans un livre imprimé

en 1644; mais on prétendit en France que Torricelli avait trouvé les solutions de Roberval parmi les papiers de Galilée, à qui Beaugrand les avait envoyées quelques années auparavant; et Pascal, dans son *Histoire de la Roulette*, traita, sans détour, Torricelli de plagiaire. J'ai lu avec beaucoup de soin les pièces du procès; et j'avoue que l'accusation de Pascal me paraît un peu hasardée. Il y a apparence que Torricelli avait réellement découvert les propositions qu'il s'attribuait, ignorant que Roberval l'eût précédé de plusieurs années. Descartes, Fermat et Roberval résolurent un problème d'un autre genre, au sujet de la même courbe: ils donnèrent des méthodes pour en mener les *tangentes*.

Roberval et Torricelli avaient déterminé la mesure de la cycloïde et de ses solides, par des moyens très-ingénieux, mais sujets à l'inconvénient d'être trop bornés, et de ne pouvoir s'étendre au-delà des cas qu'ils avaient considérés. Il fallait traiter les mêmes questions d'une manière générale et uniforme: il fallait aller plus loin et s'en proposer d'autres; il restait à trouver la longueur et le centre de gravité de la roulette, les centres de gravité des solides, demi-solides, quarts de solides, etc., de la même courbe, tant autour de la base qu'autour de l'axe, etc. Ces recherches demandaient une nouvelle Géométrie, ou du moins un usage tout nouveau des principes déjà connus. Pascal trouva en moins de huit jours, au milieu des plus cruelles

souffrances, une méthode qui embrassait tous les problèmes que je viens d'indiquer : méthode fondée sur la *sommation* de certaines suites, dont il avait donné les élémens dans quelques écrits qui accompagnent le traité du triangle arithmétique. De-là aux calculs différentiel et intégral il n'y avait plus qu'un pas; et on a lieu de présumer fortement que si Pascal eût pu donner encore quelque temps à la Géométrie, il aurait enlevé à Leibnitz et à Newton la gloire d'inventer ces calculs.

Ayant parlé de sa méditation géométrique à quelques amis, et en particulier au duc de Roannez, celui-ci conçut le projet de la faire servir au triomphe de la religion. L'exemple de Pascal était une preuve incontestable qu'on pouvait être un géomètre du premier ordre et un chrétien soumis. Mais pour donner à cette preuve tout son éclat, les amis de Pascal arrêtèrent qu'on proposerait publiquement les mêmes questions, en y attachant des prix : car, disaient-ils, si d'autres géomètres résolvent ces problèmes, ils en sentiront au moins la difficulté; la science y gagnera, et le mérite d'en avoir accéléré le progrès, appartiendra toujours au premier inventeur : si au contraire ils ne peuvent y atteindre, les incrédules n'auront plus aucun prétexte d'être plus difficiles, par rapport aux preuves de la religion, que l'homme le plus profond dans une science toute fondée en démonstrations.

En conséquence, on publia, au mois de juin 1658, un programme, dans lequel on proposait de trouver

la mesure et le centre de gravité d'un segment quelconque de cycloïde; les dimensions et les centres de gravité des solides, demi-solides, quart de solides, etc., qu'un pareil segment produit en tournant autour de l'abscisse ou de l'ordonnée. Et comme les calculs pour la solution complète et développée de tous ces problèmes pouvaient demander beaucoup de temps et de travail, il fallait du moins qu'au défaut d'une telle solution, les concurrens envoyassent quelques applications de leurs méthodes à des cas particuliers et remarquables, comme, par exemple, quand l'abscisse est égale au rayon ou au diamètre du cercle générateur. On promit deux prix, l'un de quarante pistoles pour celui qui résoudrait le premier ces problèmes, l'autre de vingt pistoles, pour le second : on choisit, pour examiner les pièces du concours, les plus fameux géomètres résidans à Paris : les pièces, souscrites par un notaire, devaient être remises, avant le premier octobre suivant, à M. de Carcavi, l'un des juges et le dépositaire de l'argent des prix. Pascal se tint caché, dans toute cette affaire, sous le nom de A. Dettonville (*).

Le programme en question attira de nouveau les regards des géomètres sur la cycloïde, que l'on

(*) C'est-à-dire, *Amos Dettonville* : anagramme de *Louis de Montalte*, qui est le nom sous lequel Pascal avait publié les *Lettres Provinciales*.

commençait un peu à oublier. Huguens quarra le segment compris depuis le sommet jusqu'à l'ordonnée qui répond au quart du diamètre du cercle générateur; Sluze, chanoine de la cathédrale de Liége, mesura l'aire de la courbe par une méthode nouvelle et très-ingénieuse; Wren, géomètre anglais et grand architecte, puisqu'il a bâti l'église de Saint-Paul de Londres (*), fit voir qu'un arc quelconque de cycloïde, compté depuis le sommet, est double de la corde correspondante du cercle générateur; il détermina de plus le centre de gravité de l'arc cycloïdal, et les surfaces des solides de révolution que cet arc produit. Fermat et Roberval, sur le simple énoncé des théorèmes de Wren, en donnèrent aussitôt la démonstration, chacun de leur côté. Mais toutes ces recherches, quoique très-belles en elles-mêmes, ne répondaient pas, au moins entièrement, aux questions du programme. Aussi leurs auteurs, en les envoyant, n'avaient pas le dessein de les soumettre au concours. Il n'y eut que deux géomètres qui, ayant traité sans exception tous les

(*) Il est enterré dans cette église, et voici son épitaphe :

*Hic jacet* CHRISTOPHORUS WREN
*Hujus Ecclesiæ Conditor et Artifex*
*Viator*
*Si monumentum requiris*
*Circumspice*

problèmes proposés, crurent avoir droit de prétendre aux prix. Le premier fut le P. Lallouère (*), jésuite Toulousain, qui avait de la réputation dans les Mathématiques, surtout parmi ses confrères; le second fut Wallis, dont nous avons déjà parlé; justement célèbre par son *Arithmétique des infinis*, publiée en 1655. Ils eurent l'un et l'autre une dispute fort vive à ce sujet avec Dettonville : on a écrit, et on répète encore, qu'il avait fait injustice à tous les deux. Ce reproche auquel les Jésuites ont cherché à donner de la consistance, serait une tache à la mémoire de Pascal, s'il avait quelque fondement solide : le lecteur en jugera; je commence par Lallouère.

Nous lisons dans le jugement des commissaires pour les prix, et le P. Lallouère le raconte également dans son traité latin *de cycloïde*, que vers les derniers jours du mois de septembre 1658, il écrivit à M. de Carcavi qu'il avait résolu tous les problèmes de Dettonville, et qu'il envoyait pour échantillon le calcul de l'un de ces cas proposés. Malheureusement ce calcul, qui n'était accompagné d'aucune méthode, se trouva faux. Lallouère reconnut lui-même cette erreur, qui sautait aux yeux, mais sans la corriger, dans plusieurs lettres écrites à la fin de septembre et au commencement d'octobre.

(*) C'est le nom de ce Jésuite, et non pas *Laloubère*, comme quelques auteurs l'ont écrit.

Il est clair par-là qu'il ne lui restait plus de droit légitime aux prix, puisqu'à l'expiration du terme fixé par le programme, il n'avait produit ni méthode qui par sa bonté pût faire pardonner un calcul défectueux, ni calcul qui par sa justesse pût être censé dériver d'une bonne méthode. Il fut forcé d'en convenir. On l'avertit de plus en particulier, et même publiquement, dans l'*Histoire de la Roulette*, qui parut le 10 octobre 1658, que les cas dont il faisait mention étaient déjà résolus par Roberval. Dettonville terminait cette même histoire en proposant de nouveaux problèmes qui n'étaient plus l'objet d'aucun prix, mais qui tendaient à compléter la théorie de la roulette : il demandait le centre de gravité d'un arc quelconque de cycloïde ; les dimensions et les centres de gravité de la surface, demi-surface, quart de surface, etc., que cet arc décrit en tournant autour de l'axe ou de la base ; si au premier janvier 1659, personne n'avait résolu ces problèmes, il s'engageait à publier alors ses propres solutions.

En avouant modestement sa méprise, Lalouère pouvait, au défaut d'un prix, s'attirer de la gloire par son travail : car un tel aveu lui donnait le droit de perfectionner à loisir ses recherches ; et le traité que nous avons cité de lui fait juger qu'il était capable, non pas d'une grande invention, mais d'ajouter au moins des choses intéressantes aux découvertes des inventeurs. Mais par une jactance mal entendue, il donna lieu à un fâcheux examen

de son talent et de ses connaissances mathématiques. La réputation de savoir d'un géomètre médiocre est (si on me permet ce parallèle) comme l'honneur d'une femme : lorsqu'on y porte la plus légère atteinte, la blessure est presque toujours mortelle. L'orgueilleux jésuite continua d'écrire que, nonobstant sa première inadvertance, il avait trouvé des choses très-extraordinaires touchant la cycloïde, mais qu'il ne voulait les mettre au jour qu'après que Dettonville aurait donné ses propres solutions, faisant entendre que celui-ci n'avait peut-être pas résolu lui-même les questions qu'il proposait aux autres. Dettonville répondit à cette espèce de défi en homme supérieur et bien instruit des forces de l'athlète qui osait le provoquer : il déclara qu'il renonçait à l'honneur d'avoir résolu le premier ces problèmes, et qu'il le cédait tout entier au jésuite toulousain, si ce jésuite voulait publier ses solutions avant le premier janvier 1659. Cette déclaration ne permettait plus à Lalouère de reculer, s'il avait réellement possédé les méthodes qu'il s'attribuait; mais on ne put jamais rien arracher de lui.

Le premier janvier étant arrivé, Dettonville fit imprimer son traité de la Roulette; il envoya le commencement de cet ouvrage à Lalouère, afin qu'il y vît le calcul du cas sur lequel il s'était trompé : mais celui-ci, au lieu de marquer sa reconnaissance, répondit qu'il avait précisément ainsi rectifié lui-même sa première solution.

Dettonville, qui avait prévu la réponse, se moqua de lui, comme il s'était moqué de ses confrères les casuistes : avec cette différence néanmoins, que les décisions d'Escobar et de Tambourin étaient un peu plus plaisantes que les prétentions de Lallouère en géométrie.

Le Jésuite humilié n'opposa à ces railleries que son immense traité *de Cycloïde*, qu'il fit imprimer en 1660. Mais cet ouvrage trop long-temps attendu, et fondé sur une synthèse prolixe et laborieuse, eut d'autant moins de succès auprès des géomètres, qu'il ne contenait rien qui n'eût été donné, du moins en substance, par Dettonville. D'ailleurs, l'auteur y rappelait sans nécessité une promesse magnifique, déjà mal accueillie lorsqu'il la fit pour la première fois, dix ans auparavant, celle de publier incessamment la quadrature du cercle. Que pouvait-on penser d'un homme qui, pour me servir d'une expression ingénieuse de Fontenelle, avait eu le malheur de faire une pareille découverte?

Wallis n'approcha guère davantage du but. On avait eu soin de lui envoyer le programme de Dettonville, aussitôt qu'il fut imprimé. La difficulté de ces problèmes l'effraya d'abord, et ne croyant pas sans doute pouvoir en trouver la solution et la faire parvenir ensuite à Paris, dans le temps prescrit, il demanda que le concours fût fermé à une époque plus éloignée pour les savans étrangers; ou du moins qu'en les obligeant de faire

partir leurs solutions avant le premier octobre, on n'exigeât pas à la rigueur, qu'elles arrivassent au plus tard ce même jour à Paris : car il peut se faire, écrivait-il, qu'elles demeurent long-temps en chemin, ou par les incommodités de la guerre, ou par celles de la saison, ou par des vents contraires, si elles ont la mer à traverser : il est même possible que d'une manière ou d'autre, elles viennent à se perdre, et alors ne serait-il pas juste qu'on en pût envoyer de nouvelles copies, pourvu que les officiers publics attestassent légalement la conformité de ces copies avec les premières? Dettonville répondit qu'un pareil arrangement était illusoire ; qu'en l'adoptant le concours n'aurait pas de fin, puisqu'on serait toujours incertain du temps où des solutions qu'on supposerait parties des pays étrangers avant le premier octobre, pourroient arriver à Paris ; que par-là on s'exposerait à des discussions embarrassantes sur la priorité des dates ; qu'afin d'éviter ces discussions, il avait cru devoir fixer un lieu et un temps pour recevoir les pièces du concours ; qu'à la vérité ces conditions étaient plus avantageuses aux Français, surtout à ceux de Paris, qu'aux étrangers, mais qu'en faisant faveur aux uns il n'avait pas fait d'injustice aux autres ; qu'il laissait à tout le monde le mérite de l'invention ; qu'il ne disposait point de la gloire, mais que donnant l'argent des prix, il avait le droit d'en régler la dispensation ; qu'il aurait pu proposer ces prix uniquement pour les Français, comme en d'autres

occasions il pourrait en proposer, ou pour les Allemands ou pour les Chinois; qu'enfin il avait établi les lois du concours, de la manière qui lui avait paru la plus équitable et la plus exempte d'inconvéniens.

Il y a apparence que Wallis comptait peu sur le succès de sa demande; car sans attendre de réponse il prit le parti le plus certain et le plus noble: celui de chercher incontinent la solution des problèmes proposés. Le résultat de ce travail fut la matière d'un ouvrage auquel il fit apposer la date du 19 août (vieux style) 1658, par un notaire d'Oxfort, et qu'il fit remettre à Paris, chez M. de Carcavi, dans les premiers jours du mois de septembre suivant. Durant le cours du même mois, Wallis écrivit quelques lettres aux juges des prix, pour corriger des erreurs qu'il avait remarquées dans son écrit. La dernière de ces lettres portait que tout le mal n'était peut-être pas encore réparé. Les juges examinèrent avec attention l'ouvrage et les corrections de l'auteur. Cet examen leur prouva que Wallis n'avait pas déterminé d'une manière exacte les dimensions des solides de la Cycloïde autour de l'axe; ni le centre de gravité de cette courbe, ni ceux de ses parties, ni les centres de gravité des solides, demi-solides, etc., tant autour de la base que l'axe; qu'outre les fautes qu'il avait remarquées dans son ouvrage, il y en avait encore d'autres, et que ses corrections même en contenaient de nouvelles; que toutes ces fautes

n'étaient pas de calcul, mais de méthodes, puisque les calculs étaient faits exactement d'après les méthodes; que l'auteur s'était principalement trompé, en ce qu'il traitait certaines surfaces, indéfinies en nombre, et qui n'étaient pas également distantes les unes des autres, de la même manière que si elles l'étaient; ce qui l'avait nécessairement conduit à de faux résultats. D'où les juges conclurent que Wallis n'avait non plus aucun droit aux prix.

Cette décision le piqua vivement. Il s'en plaint avec amertume dans la préface de son traité *de Cycloïde*, et dans plusieurs autres endroits de ses ouvrages; il montre en toute occasion les sentimens d'une vive haine contre la nation française; il voudrait être plaisant, il n'est que chagrin, au sujet de la faveur qu'il prétend que Dettonville a faite *à ses Français*, dans les conditions des prix. Cependant il est forcé d'avouer que son premier écrit contenait des fautes, et que ses corrections même n'en étaient pas exemptes; il ajoute seulement qu'il n'avait pas cru devoir indiquer en quoi consistaient ces dernières fautes, parce qu'il soupçonnait qu'on étoit mal intentionné envers lui : mais on sent tout le ridicule de cette défaite. Comment aurait-on pu lui dénier la justice, si, au terme fixé pour la clôture du concours, il avait fourni des solutions exactes? Toute son apologie ne prouve autre chose, sinon qu'il a été jugé et condamné suivant la rigueur de la loi. Peut-être auroit-on pu lui accorder quelques délais pour rectifier ses

méthodes et ses calculs; mais ces délais n'eussent été qu'un simple acte d'indulgence qu'il n'était pas en droit d'exiger. Plusieurs historiens de la Cycloïde, et entr'autres *Groningius*, ont épousé son ressentiment, sans remonter aux pièces originales qui en démontrent évidemment l'injustice.

A ces preuves positives, se joignent des considérations morales qui n'ont pas moins de force. Est-il croyable que Pascal, qui dépensait la plus grande partie de son bien en aumônes, eût manqué à l'obligation plus essentielle, d'acquitter une dette légitime? Ignorait-il que la justice est le premier devoir de l'homme? Aurait-il osé transgresser publiquement ce précepte? En aurait-il eu le pouvoir, et n'y avait-il pas d'autres juges des prix? Qu'auraient pensé ces hommes austères auxquels il était en spectacle? Supposera-t-on que l'esprit de parti ait pu les aveugler tous au point que, pour assurer à un janséniste l'honneur d'avoir résolu seul des problèmes difficiles, on ait formé le projet de soutenir cette prétention par un mensonge impossible à cacher?

Les recherches de Wallis sur la Cycloïde ne parurent, en 1659, qu'après celles de Pascal. Wallis s'y borna d'abord aux problèmes du programme: il ne résolut ceux qui avaient été proposés au mois d'octobre, dans l'histoire de la roulette, qu'en 1670, dans la seconde partie de son traité de mécanique, où il parle du centre de gravité. Il craignait, dit-il, que s'il eût donné la solution

de ces derniers problèmes dans son premier écrit, immédiatement après que le livre de Dettonville venait de paraître, on ne le soupçonnât d'avoir profité de cet ouvrage; ce qui l'avait déterminé à publier d'abord son traité, tel à peu près qu'il avoit été envoyé pour le concours.

Je n'ajouterai plus qu'une réflexion sur ce sujet. Wallis, quelque temps après avoir reçu le *Traité de la Roulette* de Pascal, écrivit à Huguens, que cet ouvrage lui paraissait *plein de génie*; et qu'il l'avait lu avec d'autant plus de plaisir et de facilité, que la méthode de l'auteur n'était pas fort différente de la sienne, fondée sur *l'arithmétique des infinis*, dont il avait donné un traité en 1655; mais il faut observer que les principes de ce traité sont les mêmes que ceux du triangle arithmétique inventé par le Géomètre français, dès l'année 1654 : au lieu qu'en 1658 même, Wallis ne savait pas encore les employer d'une manière sûre, puisqu'il avait commis plusieurs fautes dans ses solutions.

Cependant Pascal s'avançait à grands pas vers le tombeau. Les trois dernières années de sa vie ne furent plus, pour ainsi dire, qu'une agonie continuelle; il devint presque entièrement incapable de méditation. Dans les courts intervalles où il lui restait quelque liberté d'esprit, il s'occupait de son ouvrage concernant la religion; il écrivait ses pensées sur les premiers morceaux de papier qui lui tombaient sous la main; et quand il ne pouvait pas tenir lui-même la plume, il les dictait à un

domestique intelligent, toujours assidu auprès de lui.

Ces fragmens furent recueillis après sa mort; et MM. de Port-Royal choisissant ce qui était le plus conforme à leur goût ou aux intérêts de la religion, en formèrent un petit volume, qui parut en 1670, sous ce titre : *Pensées de M. Pascal sur la religion et sur quelques autres sujets.*

Il y a dans ce recueil plusieurs morceaux très-imparfaits, trop courts, trop peu développés, souvent vicieux par l'expression : il y en a d'autres d'une profondeur et d'une éloquence inimitable. Quelquefois l'auteur n'expose sa pensée qu'à *demi*, et on a de la peine à la deviner; d'autrefois il s'énonce avec toute la clarté possible, sans tomber dans la diffusion : ces alternatives dépendent de la disposition physique où ses organes se trouvaient. En général, sa marche est fière et imposante; il attache et subjugue le lecteur; il discute et approfondit plusieurs grands objets, comme la nécessité d'étudier la religion, les preuves historiques et morales qui en démontrent la vérité, les caractères distinctifs auxquels on doit la connaître, la divinité de Jésus-Christ, etc. Nous ne pouvons pas le suivre ici en détail : contentons-nous de donner une idée générale et abrégée de son plan.

Quel sentiment doit éprouver l'homme jeté sur la terre, pourvu d'intelligence et environné de toutes les merveilles de la nature? Tout lui annonce sans doute un Être suprême qui a tiré l'univers du

néant, et qui le gouverne à sa volonté. Mais se bornera-t-il à une admiration stérile de tant de prodiges? Est-ce là le seul hommage que la créature intelligente puisse rendre au Créateur? Ne lui doit-elle pas un tribut perpétuel de reconnaissance et d'adoration? Mais quel culte cet être souverain exige-t-il de nous? Interrogeons les philosophes; parcourons l'*Histoire des Peuples*; examinons leurs lois, leurs usages, leurs opinions religieuses: nous trouverons d'abord des sectes de philosophes qui se contredisent les unes les autres sur la nature du souverain être, sur la destination de l'homme, sur les récompenses et les peines qu'il doit espérer ou craindre; des religions où l'on adore plusieurs dieux, et souvent des dieux plus corrompus et plus ridicules que les hommes; des cultes qui naissent et meurent avec les empires; partout le mensonge et la superstition répandant leurs ténèbres sur la terre. Dans cette nuit d'erreurs, un peuple caché dans la Palestine, non loin des bords de la Méditerranée, vient attirer notre attention par les circonstances extraordinaires de son histoire, et par sa manière d'exister parmi tous les autres peuples. Il se présente avec un seul livre, qui contient tout à la fois l'histoire de son origine, les lois politiques de son institution, et le culte religieux qu'il rend au Créateur. Tous les autres peuples avaient défiguré l'image de Dieu; lui seul nous la présente dans son intégrité; lui seul enseigne clairement que l'univers est l'ouvrage de ce Dieu; que l'homme avait reçu

une portion de son intelligence infinie, mais que la créature s'étant révoltée contre le Créateur, elle a perdu, en grande partie, les avantages qu'elle tenait de sa bonté; que dès lors elle est devenue sujette au péché, à la douleur et à la mort. Ces notions si simples, si naturelles, expliquent mieux que tous les systèmes des philosophes, l'origine du mal qui existe sur la terre, et fondent nos espérances pour une meilleure vie. En approfondissant de plus en plus l'histoire du peuple juif, on reconnaît qu'il possède la vérité; qu'il l'a reçue immédiatement de son auteur même: on est frappé de la divinité des écritures; on admire l'accomplissement des prophéties; on voit naître et s'élever sur des fondemens inébranlables la religion chrétienne, qui est la fin et le complément de celle que Dieu avait donnée aux Juifs pour un temps limité dans ses décrets.

Pascal ne regardait pas seulement la religion chrétienne comme vraie, il la croyait nécessaire aux hommes pour fixer leur incertitude, pour adoucir les maux de la vie, et surtout pour nous consoler dans ces derniers momens où l'âme, dénuée de tout appui, est prête à tomber dans les abîmes de l'éternité. Aussi a-t-il établi sur la connaissance du cœur humain plusieurs argumens en faveur de la religion. Il pensait même que pour le commun des hommes, il vaut mieux s'attacher à la faire aimer et désirer, que de chercher à la prouver par des raisonnemens dont tous les esprits

ne peuvent pas sentir la force et les conséquences. « La plupart de ceux qui entreprennent, dit-il, » de prouver la Divinité aux impies, commencent » d'ordinaire par les ouvrages de la nature, et ils » réussissent rarement. Je n'attaque pas la solidité » de ces preuves consacrées par l'Ecriture-Sainte : » elles sont conformes à la raison; mais souvent » elles ne sont pas assez conformes et assez propor- » tionnées à la disposition de l'esprit de ceux pour » qui elles sont destinées.... La Divinité des chré- » tiens ne consiste pas en un Dieu simplement au- » teur des vérités géométriques et de l'ordre des » élémens; c'est la part des païens : elle ne con- » siste pas simplement en un Dieu qui exerce sa » providence sur la vie et sur les biens des hommes, » pour donner une heureuse suite d'années à ceux » qui l'adorent; c'est le partage des Juifs: mais le » Dieu d'Abraham et de Jacob, le Dieu des chré- » tiens, est un Dieu d'amour et de consolation; » c'est un Dieu qui remplit l'âme et le cœur qu'il » possède; c'est un Dieu qui leur fait sentir inté- » rieurement leur misère et sa miséricorde infinie; » qui s'unit au fond de leur âme; qui la remplit » d'humilité, de joie, de confiance et d'amour; » qui la rend incapable d'autre fin que de lui- » même. »

On voit, par le même recueil, que Pascal avait porté dans l'étude de l'homme autant de profondeur que dans celle des Mathématiques. Rien n'égale la vérité et l'éloquence avec laquelle il peint les

contrariétés qui se trouvent dans notre nature, nos grandeurs, nos faiblesses, nos misères, les effets de l'amour-propre, etc. Dans ce tableau sublime, l'homme apprend à se connaître, et à fixer lui-même la place qu'il doit occuper dans l'univers. « Qu'il ne s'arrête pas, dit notre auteur, à regarder » simplement les objets qui l'environnent; qu'il » contemple la nature entière dans sa haute et » pleine majesté; qu'il considère cette éclatante » lumière, mise comme une lampe éternelle pour » éclairer l'univers; que la terre lui paraisse comme » un point, au prix du vaste tour que cet astre » décrit; et qu'il s'étonne de ce que ce vaste tour » n'est lui-même qu'un point très-délicat, à l'égard » de celui qu'embrassent les astres qui roulent dans » le firmament. Mais si notre vue s'arrête là, que » l'imagination passe outre: elle se lassera plutôt de » concevoir que la nature de fournir. Tout ce que » nous voyons du monde n'est qu'un trait imper- » ceptible dans l'ample sein de la nature. Nulle » idée n'approche de l'étendue de ses espaces; nous » avons beau enfler nos conceptions, nous n'en- » fantons que des atômes, au prix de la réalité des » choses. C'est une sphère infinie, dont le centre » est partout, la circonférence nulle part. »

Quel doit être l'étonnement de l'homme, au milieu de ces merveilles qui frappent ses regards de tous côtés! « Mais pour lui présenter un autre pro- » dige aussi étonnant, qu'il recherche dans ce qu'il » connaît les choses les plus délicates; qu'un ciron,

» par exemple, lui offre dans la petitesse de son
» corps des parties incomparablement plus petites,
» des jambes avec des jointures, des veines dans
» ces jambes, du sang dans ces veines, des humeurs
» dans ce sang, des gouttes dans ces humeurs, des
» vapeurs dans ces gouttes : que divisant encore
» ces dernières choses, il épuise ses forces et ses
» conceptions, et que le dernier objet où il peut
» arriver soit maintenant celui de notre discours;
» il pensera peut-être que c'est là l'extrême peti-
» tesse de la nature : je veux lui faire voir là dedans
» un abîme nouveau : je veux lui peindre non-
» seulement l'univers visible, mais encore tout ce
» qu'il est capable de concevoir de l'immensité de
» la nature, dans l'enceinte de cet atôme imper-
» ceptible..... Qu'il se perde dans ces merveilles
» aussi étonnantes par leur petitesse, que les autres
» par leur étendue. Car qui n'admirera que notre
» corps, qui tantôt n'était pas perceptible dans
» l'univers imperceptible lui-même dans le sein
» du tout, soit maintenant un colosse, un monde,
» ou plutôt un tout à l'égard de la dernière peti-
» tesse où l'on ne peut arriver? »

La pensée est la véritable prérogative de l'homme. C'est par-là qu'il est grand, si le mot de grandeur peut être appliqué à un être borné. « C'est de la
» pensée que nous tirons toute notre dignité; c'est
» de-là qu'il faut nous relever, non de l'espace et
» de la durée. Travaillons donc à bien penser;
» voilà le principe de la morale. Il est dangereux

» de trop faire voir à l'homme combien il est égal
» aux bêtes, sans lui montrer sa grandeur : il est
» encore dangereux de lui faire trop voir sa gran-
» deur sans sa bassesse ; il est encore plus dange-
» reux de lui laisser ignorer l'un et l'autre ; mais
» il est très-avantageux de lui représenter l'un et
» l'autre. »

Que l'homme apprécie donc ses vrais avantages, et qu'il ne sorte point des limites prescrites à sa faiblesse. « Cet état, qui tient le milieu entre les
» extrêmes, se trouve en toutes nos puissances.
» Nos sens n'aperçoivent rien d'extrême : trop de
» bruit nous assourdit, trop de lumière nous
» éblouit : trop de distance et trop de proximité
» empêchent la vue : trop de longueur et trop de
» briéveté obscurcissent un discours : trop de plai-
» sir incommode ; trop de consonnances déplaisent ;
» nous ne sentons ni l'extrême chaud, ni l'extrême
» froid ; les qualités excessives nous sont ennemies,
» et non pas sensibles ; nous ne les sentons plus,
» nous les souffrons. Trop de jeunesse et trop de
» vieillesse empêchent l'esprit ; trop et trop peu
» de nourriture troublent ses actions ; trop et trop
» peu d'instruction l'abêtissent. Les choses ex-
» trêmes sont pour nous comme si elles n'étaient
» pas, et nous ne sommes point à leur égard : elles
» nous échappent, ou nous à elles. . . . La faiblesse
» de la raison de l'homme paraît bien davantage
» en ceux qui ne la connaissent pas, qu'en ceux
» qui la connaissent. Si on est trop jeune, on ne

» juge pas bien ; si on est trop vieux, de même ;
» si on n'y songe pas assez, si on y songe trop,
» on s'entête, et l'on ne peut trouver la vérité. Si
» l'on considère son ouvrage incontinent après
» l'avoir fait, on en est encore tout prévenu ; si
» trop long-temps après, on n'y entre plus. Il
» n'y a qu'un point indivisible qui soit le véritable
» lieu de voir les tableaux ; les autres sont trop
» près, trop loin, trop haut, trop bas. La pers-
» pective l'assigne dans l'art de la peinture ; mais
» dans la vérité et dans la morale, qui l'assi-
» gnera ? .... Cette maîtresse d'erreur, que l'on
» appelle fantaisie et opinion, est d'autant plus
» fourbe, qu'elle ne l'est pas toujours ; car elle se-
» rait règle infaillible de vérité, si elle l'était in-
» faillible du mensonge. Mais étant le plus souvent
» fausse, elle ne donne aucune marque de sa
» qualité, marquant de même caractère le vrai et
» le faux. Cette superbe puissance, ennemie de la
» raison, qui se plaît à la contrôler et à la domi-
» ner, pour montrer combien elle peut en toutes
» choses, a établi dans l'homme une seconde na-
» ture. Elle a ses heureux et ses malheureux ; ses
» sains, ses malades ; ses riches, ses pauvres ; ses
» fous et ses sages : et rien ne nous dépite davan-
» tage, que de voir qu'elle remplit ses hôtes d'une
» satisfaction beaucoup plus pleine et entière que
» la raison : les habiles par imagination, se plai-
» sant tout autrement en eux-mêmes, que les
» prudens ne peuvent raisonnablement se plaire,

» ils regardent les gens avec empire, ils disputent » avec hardiesse et confiance; les autres avec » crainte et défiance : et cette gaîté de visage leur » donne souvent l'avantage dans l'opinion des » écoutans, tant les sages imaginaires ont de fa- » veur auprès de leurs juges de même nature : » elle ne peut rendre sages les fous, mais elle les » rend contens, à l'envi de la raison, qui ne peut » rendre ses amis que misérables. L'une les comble » de gloire, l'autre les couvre de honte. Qui dis- » pense la réputation? qui donne le respect et la » vénération aux personnes, aux ouvrages, aux » grands, sinon l'opinion? Combien toutes les » richesses de la terre sont-elles insuffisantes sans » son consentement? L'opinion dispose de tout : » elle fait la beauté, la justice et le bonheur, qui » est le tout du monde. Je voudrais de bon cœur » voir le livre italien dont je ne connais que le » titre, et qui vaut lui seul bien des livres : *Della* » *opinione regina del mundo*. J'y souscris, sans le » connaître, sauf le mal, s'il y en a. »

L'homme est vain naturellement. « Nous ne nous » contentons pas de la vie que nous avons en nous » et en notre propre être : nous voulons vivre dans » l'idée des autres, d'une vie imaginaire; et nous » nous efforçons pour cela de paraître. Nous tra- » vaillons incessamment à embellir et à conserver » cet être imaginaire, et nous négligeons le véri- » table; si nous avons, ou la tranquillité, ou la » générosité, ou la fidélité, nous nous empressons

» de le faire savoir, afin d'attacher ces vertus à cet » être d'imagination : nous les détacherions plutôt » de nous pour les y joindre, et nous serions vo- » lontiers poltrons, pour acquérir la réputation » d'être vaillans. »

Mais à quel titre l'homme veut-il qu'on s'occupe sans cesse de lui? De quoi peut-il s'enorgueillir? d'élever ou d'abaisser les empires? « Cromwel al- » lait ravager toute la chrétienté : la famille royale » était perdue, et la sienne à jamais puissante, sans » un petit grain de sable qui se mit dans son urètre : » Rome même allait trembler sous lui ; mais ce » petit gravier, qui n'était rien ailleurs, mis en » cet endroit, le voilà mort, sa famille abaissée, et » le roi rétabli. »

De connaître les fondemens de la justice? il les ignore. « On ne voit presque rien de juste ou d'in- » juste qui ne change de qualité en changeant de » climat. Trois degrés d'élévation du pôle renver- » sent toute la jurisprudence : un méridien décide » de la vérité, ou peu d'années de possession ; les » lois fondamentales changent ; le droit a ses épo- » ques. Plaisante justice, qu'une rivière ou une » montagne borne! Vérité au-deçà des Pyrénées, » erreur au-delà. »

De la force de son esprit? « L'esprit du plus » grand homme du monde n'est pas si indépendant » qu'il ne soit sujet à être troublé par le moindre » tintamarre qui se fait autour de lui. Il ne faut » pas le bruit d'un canon pour empêcher ses pensées :

» il ne faut que le bruit d'une girouette ou d'une
» poulie. Ne vous étonnez pas, s'il ne raisonne
» pas bien à présent, une mouche bourdonne à ses
» oreilles : c'en est assez pour le rendre incapable
» de bon conseil. Si vous voulez qu'il puisse trouver la vérité, chassez cet animal qui tient sa
» raison en échec, et trouble cette puissante intelligence qui gouverne les villes et les royaumes. »

De l'empire qu'il a sur ses sens et sur son imagination ? il en est au contraire l'esclave ; sa raison est continuellement séduite et entraînée par les objets extérieurs. « Nos magistrats ont bien connu
» ce mystère : leurs robes rouges, leurs hermines,
» dont ils s'emmaillottent en chats fourrés, les palais où ils jugent, les fleurs de lys ; tout cet appareil auguste était nécessaire. Si les médecins
» n'avaient des soutanes et des mules, et que les
» docteurs n'eussent des bonnets quarrés, et des
» robes trop amples de quatre parties, jamais ils
» n'auraient dupé le monde, qui ne peut résister
» à cette montre authentique. Les seuls gens de
» guerre ne se sont pas déguisés de la sorte, parce
» qu'en effet leur part est plus essentielle : ils
» s'établissent par la force, les autres par grimaces.
» C'est ainsi que nos rois n'ont pas recherché ces
» déguisemens : ils ne se sont pas masqués d'habits
» extraordinaires pour paraître tels ; mais ils se
» font accompagner de gardes et de hallebardes,
» ces trognes armées, qui n'ont de mains et
» de force que pour eux : les trompettes et les

» tambours, qui marchent au-devant, et ces lé-
» gions qui les environnent, font trembler les
» plus fermes : ils n'ont pas l'habit seulement, ils
» ont la force. Il faudrait avoir une raison bien
» épurée, pour regarder, comme un autre homme,
» le grand-seigneur environné dans son superbe
» sérail de quarante mille janissaires. »

Je ne me lasse point de transcrire Pascal; mais il faut lire son ouvrage même. Tout informe qu'il est, on y trouvera telle page qui contient plus d'idées que des livres entiers sur des matières semblables.

Les premiers éditeurs de ce recueil en avaient rejeté plusieurs pensées très-intéressantes, et même des dissertations assez étendues et complètes dans leur genre : tels sont un écrit sur l'autorité en matière de philosophie, des réflexions sur la Géométrie en général, un petit traité de l'art de persuader, plusieurs pensées morales détachées, etc. Tous ces morceaux sont infiniment précieux, par la justesse, la saine raison et les vues nouvelles qui y règnent. J'ai réparé le tort qu'on avait eu de les supprimer. Les manuscrits de l'auteur nous ayant été conservés par M. l'abbé Périer, son neveu, je m'en suis procuré une copie exacte; et c'est d'après cette copie qu'on a inséré dans la collection complète des *Œuvres de Pascal*, imprimée en 1779, un très-grand nombre de choses qui ne sont point dans l'édition de Port-Royal, ni même dans le supplément publié par le P. Desmolets.

Tout ce qui reste de notre auteur montre en général la préférence qu'il donnait à la méthode des géomètres, sur les autres moyens de chercher la vérité. L'avantage de cette méthode consiste en ce qu'elle définit clairement toutes les choses obscures ou inconnues; qu'elle n'emploie jamais dans ses définitions que des termes justes et bornés à la seule acception qu'on leur attribue; qu'elle évite soigneusement la redondance des mots et des idées, ayant soin de faire connaître chaque objet par une seule propriété. Si on appliquait ces règles à plusieurs questions de métaphysique ou de théologie, on couperait la racine à bien des disputes : mais alors de quoi s'occuperait-on dans un grand nombre d'écoles?

L'ouvrage que Pascal destinait à la défense du christianisme, était l'expression d'une foi active et constante qui lui faisait pratiquer toutes les austérités de la morale évangélique. Nous avons ici pour témoin madame Périer, sa sœur : nous la prendrons pour guide dans cette partie de son histoire. On a déjà fait remarquer, et ce récit montrera encore mieux l'injustice de ceux qui accusent la Géométrie de nous porter à l'incrédulité et au dérèglement. Pourquoi, en effet, imputer à cette science même l'erreur coupable de certains géomètres qui, ne distinguant pas assez les différentes sortes de preuves dont chaque sujet est susceptible, méprisent ou affectent de mépriser celles de la religion? N'y a-t-il pas dans tous les genres

des hommes qui abusent de leurs lumières? Les poëtes, les orateurs, les peintres, etc., sont-ils, en général, plus croyans, plus dévots que les savans proprement dits? Ne serait-il pas raisonnable de penser que l'étude des sciences exactes, peu destinée à exciter les applaudissemens de la multitude, nous prépare aux vertus chrétiennes, en inspirant le goût de la réflexion, l'amour du travail, le mépris des honneurs et de la fortune, en humiliant même l'orgueil humain, par les difficultés insurmontables que l'esprit trouve à chaque pas dans ses recherches, et qui lui font sentir combien il est borné?

Pascal remplissait tous les devoirs du chrétien, comme le plus simple et le plus humble des fidèles. Il ne manquait jamais d'assister aux offices divins de sa paroisse, à moins que ses infirmités ne l'en empêchassent absolument. Dans la vie privée, il était sans cesse occupé à mortifier ses sens, et à élever son âme à Dieu. Il avait pour maxime de renoncer à tout plaisir, à toute superfluité. Il retranchait avec tant de soin ce qui lui paraissait inutile, dit madame Périer, qu'il finit par faire ôter de sa chambre toutes les tapisseries, comme des meubles de luxe, uniquement destinés à réjouir la vue. Quand on l'obligeait de faire, pour sa santé, quelque chose qui pouvait flatter ses sens, il avait soin d'en distraire son esprit, et d'en écarter toute idée de plaisir. Il ne pouvait souffrir qu'on louât en sa présence la bonne chère:

il voulait qu'on mangeât uniquement pour satisfaire l'appétit, et non pour contenter le goût. Dès le commencement de sa retraite, il avait examiné la quantité d'alimens nécessaire pour son estomac; il ne la passait jamais, et quelque dégoût qu'il y trouvât, il la mangeait toujours : méthode respectable par son principe, mais souvent bien contraire à l'état physique et variable du corps humain.

Sa charité était extrême : il regardait les pauvres comme ses véritables frères : l'affection qu'il leur portait allait si loin, qu'il ne pouvait jamais leur refuser l'aumône, quoiqu'il la fît souvent sur son nécessaire; car il avait peu de bien, et ses infirmités l'obligeaient à des dépenses qui surpassaient son revenu. Lorsqu'on lui faisait des représentations sur ses excès en ce genre, il répondait : *J'ai remarqué que, quelque pauvre qu'on soit, on laisse toujours quelque chose en mourant.*

Il n'approuvait point ces projets de réglemens que certains particuliers proposent quelquefois pour prévenir tous les besoins des malheureux : il disait que ces projets généraux regardent l'administration, et que l'homme privé doit chercher à servir les pauvres pauvrement, c'est-à-dire, selon son pouvoir actuel, sans se livrer à des idées spéculatives et infructueuses, dont la recherche n'est, pour l'ordinaire, que l'aliment de l'oisiveté ou de l'avarice.

Quelque temps avant sa mort, il logeait dans sa maison un pauvre homme et son fils, uniquement par commisération chrétienne; car il n'en retirait aucune espèce de service. L'enfant fut attaqué de la petite vérole, et on ne pouvait guère le transporter ailleurs sans danger. Pascal était déjà lui-même très-malade : il avait un besoin continuel des secours de madame Périer, que des affaires de famille, et surtout le désir de voir son frère, avaient amenée à Paris depuis un certain temps. Et comme elle habitait une maison particulière, avec ses enfans, qui n'avaient pas eu la petite vérole, Pascal ne voulut pas qu'elle s'exposât au danger de la leur apporter. Il prononça contre lui-même en faveur du pauvre : il quitta sa maison pour ne plus y rentrer, et vint occuper, chez madame Périer, un petit appartement, peu commode pour son état.

Nous citerons un autre trait, non moins remarquable, de sa charité. Un matin, en revenant de Saint-Sulpice, où il avait entendu la messe, il rencontra une jeune fille de la campagne, très-belle, qui lui demanda l'aumône. Frappé du danger auquel elle était exposée, et ayant appris que son père était mort depuis peu, et que sa mère mourante venait d'être transportée ce jour-là même à l'hôpital, il crut que Dieu lui envoyait cette fille précisément au moment qu'elle avait besoin de secours. Il la mena sur-le-champ à un vénérable ecclésiastique du séminaire; et sans se faire connaître, donna de l'argent pour la nourrir et la vêtir, jusqu'à ce qu'on

pût lui trouver une condition avantageuse : il dit à ce bon prêtre, en le quittant, que le lendemain il lui enverrait une femme pour l'aider dans cette œuvre pieuse. Le succès fut heureux et prompt; la jeune fille fut placée. On ne sut qu'après la mort de Pascal, qu'il était l'auteur de cette bonne action. Madame Périer, en la racontant, n'ajoute pas, ce qu'on a appris depuis, qu'elle en avait partagé le mérite avec son frère.

Je me dispenserai de louer Pascal sur la pureté de ses mœurs : on conçoit qu'avec un corps exténué par les maladies et les macérations chrétiennes, il devait fuir sans effort, les plaisirs des *sens*; mais il ne cessait de remercier Dieu de l'avoir reduit à cet état d'abattement et de langueur, qui lui paraissait la situation la plus désirable pour un chrétien. Son amour pour la chasteté était si grand, qu'il ne pouvait souffrir les discours qui y portaient la plus légère atteinte. Il poussait le scrupule sur ce point, jusqu'à désapprouver les embrassemens que madame Périer faisait quelquefois à ses enfans : il croyait que cette manière de leur témoigner de la tendresse, pouvait avoir des suites dangereuses pour les mœurs.

On remarque qu'il était un peu enclin à la vanité. Et comment en effet ne se serait-il pas quelquefois livré au sentiment de sa supériorité? Mais il portait toujours sur lui une ceinture de fer, hérissée de pointes; et quand il se surprenait quelque mouvement d'orgueil, *il se donnait*, dit madame Périer,

*des coups de coude pour redoubler la violence des piqûres*, et pour se rappeler ainsi à la modestie et à l'humilité chrétienne.

Persuadé que la loi de Dieu défend de trop abandonner son cœur aux créatures, il s'efforçait de modérer l'affection qu'il avait pour ses parens. Il ne montrait donc à personne ces attachemens vifs et empressés auxquels le monde semble mettre un si grand prix; et il ne voulait pas qu'on en eût pour lui. Madame Périer, née avec une âme douce et sensible, se plaignait quelquefois de ses froideurs à leur sœur Jacqueline, religieuse à Port-Royal, qui la consolait et la rassurait. En effet, s'il se présentait quelque occasion où madame Périer eût besoin de son frère, il la servait avec tant de chaleur et tant d'intérêt, qu'elle ne pouvait plus douter qu'il ne l'aimât sincèrement. Elle attribuait donc aux maux qu'il souffrait la manière indifférente dont il recevait les soins qu'elle lui rendait : ignorant que cette espèce d'insensibilité avait une source plus pure et plus élevée; elle en fut instruite, le soir même qu'il mourut, par ces paroles qu'il avait écrites sur un papier détaché : « Il est injuste » qu'on s'attache à moi, quoiqu'on le fasse avec » plaisir et volontairement : je tromperais ceux » en qui je ferais naître ce désir; car je ne suis » la fin de personne, et n'ai de quoi le satisfaire. » Ne suis-je pas prêt à mourir? et ainsi l'objet de » leur attachement mourra. Donc comme je se» rais coupable de faire croire une fausseté,

» quoique je la persuadasse doucement, qu'on la
» crût avec plaisir, et qu'en cela on me fît plai-
» sir : de même je suis coupable, si je me fais ai-
» mer, et si j'attire les gens à s'attacher à moi. Je
» dois avertir ceux qui seraient prêts à consentir
» au mensonge, qu'ils ne le doivent pas croire,
» quelque avantage qui m'en revienne ; et de
» même, qu'ils ne doivent pas s'attacher à moi :
» car il faut qu'ils passent leur vie à plaire à Dieu,
» ou à le chercher. »

Les prodiges opérés dans l'établissement de la religion lui avaient prouvé que Dieu a *plus* d'une fois interrompu le cours ordinaire des lois de la nature pour instruire les hommes : convaincu que la même Providence ne cesse point de veiller sur son église, il pensait qu'elle se manifeste encore quelquefois par des miracles ; et il crut en remarquer un exemple dans un événement extraordinaire qui arriva pendant qu'il combattait la morale corrompue des Jésuites. Une fille de M. et madame Périer, nommée *Marguerite*, pensionnaire au monastère de Port-Royal de Paris, âgée de dix à onze ans, était affligée depuis trois ans et demi d'une fistule lacrymale de la plus mauvaise espèce : elle jetait par l'œil, par le nez et par la bouche une matière d'une puanteur insupportable. Le vendredi 24 mars 1656, on lui fit toucher la relique de la sainte Epine, que M. de la Poterie, ecclésiastique d'une haute dévotion, avait prêtée au monastère de Port-Royal ; et aussitôt la jeune

fille se trouva guérie. Racine dit, dans l'*Histoire de Port-Royal*, que le silence était si grand dans ce monastère, que plus de six jours après ce miracle, il y avait des sœurs qui n'en avaient point entendu parler. Il n'est pas dans le cours ordinaire des choses, que les personnes dont la foi est la plus ardente, voient s'opérer, sous leurs yeux, un miracle, sans être frappées d'étonnement, sans se presser de le communiquer, et d'en rendre gloire à Dieu. La réserve des religieuses de Port-Royal pourra donc paraître à certains esprits jeter des doutes sur le fait même : à des esprits plus favorablement disposés, elle prouvera que la guérison de la jeune Périer n'était point un de ces ressorts préparés d'avance, un de ces artifices pieux que les chefs de parti se sont trop souvent permis pour attirer à eux la multitude crédule.

Les directeurs de Port-Royal, sincèrement persuadés du miracle, ne crurent pas qu'il leur fût permis de taire une faveur de la Providence, aussi signalée, aussi glorieuse pour la religion catholique, et aussi propre à faire triompher leur cause. Ils voulurent donner au fait la plus grande authenticité. Quatre médecins célèbres et plusieurs chirurgiens qui avaient examiné et traité la maladie, attestèrent qu'elle était incurable par tous les moyens humains, et que la guérison ne pouvait en être que surnaturelle. Le miracle fut publié avec l'approbation solennelle des vicaires-

généraux qui gouvernaient le diocèse de Paris en l'absence du cardinal de Retz. La manière dont il fut reçu dans le monde désespéra les Jésuites. Ils entreprirent de le nier : pour motiver leur incrédulité, ils employaient ce ridicule argument : Le Port-Royal est hérétique, et Dieu ne fait pas des miracles pour les hérétiques. On leur répondit : Le miracle de Port-Royal est très-certain ; vous ne pouvez révoquer en doute un fait avéré : donc les Jansénistes soutiennent la bonne cause, et vous êtes des calomniateurs. Une circonstance particulière vint à l'appui de ce raisonnement. La sainte relique n'opérait des miracles qu'à Port-Royal : ayant été transportée chez les Ursulines et chez les Carmélites, elle n'y en fit aucun, *parce que ces religieuses n'avaient point d'ennemis*, et qu'ainsi *elles n'avaient pas besoin, comme quelques-unes d'elles ont dit, que Dieu fît un miracle pour prouver qu'il est avec elles* (*). Les Jésuites scandalisèrent les personnes pieuses, et les railleurs se moquèrent d'eux. Rien ne manqua en cette occasion au triomphe des Jansénistes. Pascal demeura convaincu que la guérison de sa nièce était l'œuvre de Dieu, et cette fille en eut la même persuasion, qu'elle a conservée pendant toute sa vie, qui a été très-longue. La croyance

(*) Voyez le recueil des OEuvres de Pascal, tome III, page 479.

à un miracle particulier, qui n'est ni rapporté dans les livres saints, ni consacré par les décisions de l'église, n'intéresse point la foi : la question se réduit à un simple point de fait sur lequel les opinions peuvent se partager. Mais ce qu'il n'est pas permis ici de révoquer en doute, c'est la sincérité et la candeur de Pascal, dont la droiture et l'amour pour la vérité ne se sont jamais démentis. Certainement il n'y a personne à qui son autorité ne doive paraître d'un grand poids. S'il s'est trompé, il faut le respecter encore dans son erreur : il faut considérer que le sentiment naturel d'un chrétien souffrant, à qui la religion semble envoyer des consolations, est de les recevoir avec une foi humble et reconnaissante, et non pas de les soumettre à l'examen du scepticisme.

Pendant les deux dernières années de sa vie, Pascal fut tourmenté par tous les maux du corps et de l'esprit. Il eut, en 1661, la douleur de voir naître cette longue persécution sous laquelle la maison de Port-Royal succomba enfin dans la suite. La faveur publique était pour les Jansénistes ; mais cette faveur-là même ne faisait qu'irriter davantage les Jésuites, qui ayant trouvé le moyen de surprendre l'autorité, en portèrent l'abus au dernier excès. Pour parvenir sûrement à perdre les savans de Port-Royal, la *société* imagina de faire imposer aux religieuses de cette abbaye la loi de signer le formulaire de 1657 : bien certaine que l'avis de leurs directeurs serait, ou

de ne point signer, ou de ne signer qu'avec des restrictions également favorables à ses projets de vengeance et de destruction. Les grands-vicaires de Paris eurent ordre, en conséquence, de se rendre aux deux monastères, et d'y faire exécuter cette loi en toute rigueur. Je n'ai pas besoin de peindre ici le déplorable embarras où se trouvèrent les religieuses, forcées de porter leur jugement sur le livre de Jansenius, dont elles n'entendaient ni la langue, ni la matière: respectant d'une part l'autorité qui les pressait, de l'autre craignant de trahir la vérité; rebelles aux yeux du gouvernement, si elles refusaient de signer, et coupables aux yeux de leurs directeurs, si elles paraissaient donner leur approbation à un écrit qu'ils présentaient comme arraché au clergé et au pape, par les intrigues des Jésuites. Ces cruelles perplexités coûtèrent la vie à Jacqueline Pascal: lors de la visite des grands-vicaires, elle était sous-prieure à Port-Royal-des-Champs; les combats violens qu'elle essuya, placée entre le désir de se soumettre et les terreurs de sa conscience, firent en elle une si grande révolution, qu'elle tomba malade, et mourut le 4 octobre 1661: *première victime du Formulaire*, comme elle disait elle-même. Tous ceux qui la connaissaient la pleurèrent sincèrement. Elle avait beaucoup d'esprit et de sensibilité; elle faisait bien des vers; à l'âge de quatorze ans, elle avait remporté le prix de poésie qui se distribue à Rouen le jour de

la Conception. On nous a conservé (*) d'elle plusieurs pièces où l'on trouve de la facilité, du naturel et quelquefois de l'élégance. Pascal aimait tendrement cette sœur : lorsqu'il apprit sa mort, il dit en poussant un profond soupir : *Dieu nous fasse la grâce de mourir comme elle.*

Dans ce combat de l'obéissance et des scrupules, les religieuses de Port-Royal adressèrent à la cour quelques plaintes modérées : mais ces plaintes, interprétées par les Jésuites, eurent la couleur d'une résistance coupable ; et on se persuada que les directeurs du monastère y fomentaient une hérésie dangereuse. Cependant ils n'avaient jamais balancé à condamner les cinq propositions en elles-mêmes ; ils avaient seulement distingué, dans la CONSTITUTION d'Alexandre VII, deux questions, l'une de droit, l'autre de fait : ils recevaient comme une règle de foi la question de droit, c'est-à-dire, la censure des cinq propositions dans le sens qu'elles offraient immédiatement, et abstraction faite de toutes les circonstances qui pouvaient les restreindre ou les modifier ; mais ils ne se croyaient pas obligés d'adhérer à l'assertion du pape, lorsqu'il disait que les cinq propositions étaient formellement contenues dans Jansenius, et hérétiques dans le sens de cet auteur, parce qu'il était possible, selon eux,

---

(*) Voyez le livre qui a pour titre : *Recueil de plusieurs Pièces pour servir à l'Histoire de Port-Royal* (1740.)

que les papes et l'église même se trompassent sur les questions de fait. Si on n'avait réellement cherché, dans ces disputes, que la vérité et la concorde, il semble que cette distinction aurait pu rapprocher les esprits. Pascal l'avait adoptée pleinement ; elle sert de base aux deux dernières *Lettres Provinciales* qui parurent en 1657. Quatre ans après, lorsqu'on voulut obliger les religieuses de Port-Royal de souscrire au Formulaire, les Jansénistes montrèrent une nouvelle condescendance : ils consentirent que les religieuses signassent, en déclarant simplement qu'elles ne pouvaient pas juger si les propositions condamnées par le pape, et qu'elles condamnaient sincèrement, étaient tirées ou non de Jansenius. Mais cette restriction légère et raisonnable ne put contenter les Jésuites, qui voulaient absolument perdre les solitaires de Port-Royal, ou les forcer à une rétractation déshonorante. C'est ce que Pascal avait prévu. Aussi, loin d'approuver la facilité des Jansénistes, il ne cessait de leur dire : *Vous cherchez à sauver Port-Royal; vous ne le sauverez point, et vous trahissez la vérité !* Il en vint jusqu'à changer d'avis au sujet de la distinction du fait et du droit. La doctrine de Jansenius sur les cinq propositions lui parut être exactement la même que celle de saint Paul, de saint Augustin et de saint Prosper. D'où il concluait que les papes, en condamnant le sens de Jansenius, s'étaient trompés, non pas seulement sur le fait, mais encore sur

le droit, et qu'on ne pouvait signer en conscience le Formulaire, qu'en exceptant d'une manière bien prononcée ce même sens de Jansenius. Il accusa de faiblesse les solitaires de Port-Royal : il leur dit nettement que dans leurs différens écrits, ils avaient eu trop d'égard à l'utilité présente, et que comme elle avait changé selon les divers temps, ils s'étaient trop prêtés aux circonstances. L'élévation de son âme et la droiture de son esprit ne voyaient plus dans tous ces tempéramens que des subterfuges inventés par le besoin, condamnables aux yeux des hommes, et absolument indignes des véritables défenseurs de l'église. On répondit à ces reproches, en expliquant au long, et d'une manière ingénieuse, les moyens de souscrire au Formulaire, sans blesser sa conscience, et peut-être sans déplaire au gouvernement. Mais toutes ces explications ne firent point changer de sentiment à Pascal : elles eurent même un effet opposé à celui qu'on désirait; elles occasionnèrent quelque réfroidissement dans ses liaisons avec les solitaires de Port-Royal. Cette petite mésintelligence, qu'on ne cacha point de part et d'autre, fut dans la suite la source d'un mal entendu assez singulier, dont les Jésuites voulurent tirer avantage. M. Beurier, curé de Saint-Etienne-du-Mont, homme pieux, mais d'ailleurs peu instruit, qui assista Pascal dans sa dernière maladie, ayant entendu dire vaguement à cet homme célèbre qu'il ne pensait pas comme les solitaires de Port-Royal sur les matières

de la grâce, crut que ces paroles signifiaient qu'il pensait comme leurs adversaires. Il n'imaginait pas qu'on pût être plus janséniste, s'il est permis de parler ainsi, que Nicole et Arnaud. Trois années environ s'étaient écoulées depuis la mort de Pascal, lorsque M. Beurier, sur le témoignage confus de sa mémoire, attesta par écrit à l'archevêque de Paris, Hardouin de Péréfixe, moliniste zélé, que Pascal lui avait dit qu'il s'était séparé des solitaires de Port-Royal sur la question du Formulaire, et qu'il ne leur trouvait pas assez de soumission pour le Saint-Siége. C'était précisément tout le contraire. Les Jésuites firent un pompeux étalage de cette déclaration : ils n'avaient pu répondre aux lettres provinciales; ils cherchaient à persuader que l'auteur les avait rétractées, surtout les deux dernières, et qu'il avait fini par adopter leur théologie. Mais les jansénistes confondirent aisément cette ridicule prétention. On opposa au témoignage de M. Beurier, des témoignages contraires, infiniment plus circonstanciés et plus positifs; et ce qui ne laissait aucun doute, on produisit les écrits dans lesquels Pascal expliquait lui-même ses sentimens. Frappé de ces preuves victorieuses, et rappelant mieux ses esprits, M. Beurier reconnut qu'il avait mal pris les paroles de son pénitent, et rétracta formellement sa déclaration. Enfin les Jésuites furent forcés de convenir que Pascal était mort dans les principes du jansénisme le plus rigoureux.

Revenons à sa dernière maladie. Il fut attaqué,

au mois de juin 1662, d'une colique très-aiguë et presque continuelle, qui ne lui permettait que des momens de sommeil. Les médecins qui le traitaient, témoins de ses douleurs, jugeaient bien qu'elles affaiblissaient beaucoup son corps; mais comme elles n'étaient accompagnées d'aucun symptôme de fièvre, ils ne regardèrent pas son état comme dangereux. Il était fort éloigné d'avoir la même sécurité; du premier moment, il dit qu'on y serait trompé, et qu'il mourrait de cette maladie. Il se confessa plusieurs fois, il voulait qu'on lui apportât le viatique; mais, pour ne pas effrayer ses amis, il consentit aux délais qu'on lui demandait, sur la parole des médecins qui ne cessaient d'assurer que d'un jour à l'autre il serait en état d'aller recevoir la communion à l'église. Cependant ses douleurs augmentaient toujours : à la colique qui déchirait ses entrailles, se joignirent de violens maux de tête, et des étourdissemens très-fréquens; bientôt ses souffrances devinrent insupportables. Il était néanmoins tellement résigné à la volonté de Dieu, qu'il ne laissa jamais échapper le moindre mouvement de plainte ou d'impatience. Son imagination, échauffée par l'ardeur du mal, n'était occupée que de projets de bienfaisance et de charité. Il fit son testament, où les pauvres eurent la meilleure part : il aurait même désiré leur laisser tout son bien, si une telle disposition n'eût été trop nuisible aux enfans de M. et madame Périer, qui n'étaient pas riches. Du moins, s'il ne pouvait faire davantage

pour les pauvres, il voulait mourir parmi eux, il demanda avec instance, pendant plusieurs jours, qu'on le transportât aux incurables; et on ne put le faire revenir de cette idée, qu'en lui promettant que s'il guérissait, il serait libre de consacrer entièrement sa vie et ses biens au service des pauvres. Durant toutes ces agitations, il lui prit, le 17 août, une convulsion si forte, qu'on le crut mort. Ceux qui l'assistaient, étaient désespérés de s'être refusés au désir ardent qu'il avait témoigné tant de fois de recevoir l'eucharistie. Mais ils eurent la consolation de le voir revenir en pleine connaissance. Alors M. le curé de Saint-Etienne-du-Mont, entrant avec le Saint-Sacrement : *Voici*, lui dit-il, *celui que vous avez tant désiré*. Pascal se souleva de son lit de douleurs, et reçut le viatique avec un respect et une résignation qui arrachèrent des larmes à tous les assistans. Un moment après, ses convulsions le reprirent et ne le quittèrent plus : il mourut le 19 août 1662, à l'âge de trente-neuf ans et deux mois (*).

---

(*) Pascal est enterré à Paris, à Saint-Etienne-du-Mont, sa paroisse, derrière le maître-autel, près la chapelle de la Vierge, à main droite, au coin du pilier de la même chapelle. L'épitaphe qui suit fut appliquée à ce pilier; mais on l'a transportée depuis au bas de l'église, au-dessus de la porte latérale à droite.

*Pro columnâ superiori,*
*Sub tumulo marmoreo,*
*Jacet* BLASIUS PASCAL *Claromontanus, Stephani*

Son corps ayant été ouvert, on trouva qu'il avait l'estomac et le foie flétris, les intestins gangrenés : on remarquera avec étonnement que son crâne contenait une quantité énorme de cervelle, dont la substance était fort solide et fort condensée.

Tel fut cet homme extraordinaire, qui reçut en partage de la nature tous les dons de l'esprit : géomètre du premier ordre ; dialecticien profond ; écrivain éloquent et sublime. Si on se rappelle que dans une vie très-courte, accablée de souffrances presque continuelles, il a inventé la machine arithmétique, les principes du calcul des probabilités, la méthode pour résoudre les problèmes de la roulette ; qu'il a fixé d'une manière irrévocable les opinions encore flottantes des savans, par rapport aux effets du poids de l'air ; qu'il a établi le premier,

---

*Pascal in Supremâ apud Arvernos Subsidiorum Curiâ Præsidis filius. Post aliquot annos in severiori secessu et divinæ legis meditatione transactos, feliciter et religiosè in pace Christi vitâ functus anno 1662, ætatis 39, die 19 Augusti. Optasset ille quidem præ paupertatis et humilitatis studio etiam his sepulchri honoribus carere, mortuusque etiamnùm latere, qui vivus semper latere voluerat. Verùm ejus hac in parte votis cùm cedere non posset Florinus Perier in eâdem Subsidiorum Curiâ Consiliarius, ac Gilbertæ Pascal, Blasii Pascal sororis, conjux amantissimus, hanc tabulam posuit, quâ et suam in illum pietatem significaret, et Christianos ad christiana precum officia sibi et defuncto profutura cohortaretur.*

sur des démonstrations géométriques, les lois générales de l'équilibre des liqueurs; qu'il a écrit un des ouvrages les plus parfaits qui ait paru dans la langue française; que dans ses *Pensées*, il y a des morceaux d'une profondeur et d'une éloquence incomparables: on sera porté à croire que chez aucun peuple, dans aucun temps, il n'a existé de plus grand génie.

Tous ceux qui l'approchaient, dans le commerce ordinaire de la vie, reconnaissaient sa supériorité: on la lui pardonnait, parce qu'il ne la faisait jamais sentir. Sa conversation instruisait, sans qu'on s'en aperçût et qu'on pût en être humilié. Il était d'une indulgence extrême pour les défauts d'autrui. Seulement, par une suite de l'attention qu'il avait de réprimer en lui-même les mouvemens de l'amour-propre, il en aurait souffert difficilement dans les autres l'expression trop marquée. Il disait à ce sujet, qu'un honnête homme doit éviter de se nommer; que la piété chrétienne anéantit le *moi* humain, et que la civilité humaine le cache et le supprime. On voit par les *Lettres Provinciales*, et par plusieurs autres ouvrages, qu'il était né avec un grand fond de gaîté: ses maux même n'avaient pu parvenir à la détruire entièrement. Il se permettait volontiers dans la société ces railleries douces et ingénieuses, qui n'offensent point, et qui réveillent la langueur des conversations: elles avaient ordinairement un but moral; ainsi, par exemple, il se moquait avec plaisir de ces auteurs qui disent sans cesse: *Mon livre, mon commentaire, mon histoire; ils feraient*

*mieux*, ajoutait-il plaisamment, *de dire: Notre livre, notre commentaire, notre histoire, vu que d'ordinaire il y a en cela plus du bien d'autrui que du leur.*

Il était en vénération dans sa famille, à qui il avait inspiré son goût pour les sciences, ses opinions théologiques, et surtout son amour pour la vertu. M. Périer, son beau-frère, mourut en 1672, avec la réputation d'un excellent magistrat et d'un saint : les sciences conserveront le souvenir de ce qu'il fit pour elles, en secondant les vues de Pascal sur la pesanteur de l'air. Madame Périer mourut au mois d'avril 1687, à Paris, pendant un voyage qu'elle y fit, ayant rempli tous les devoirs d'une femme forte et d'une mère chrétienne. Jamais l'union de ces deux époux ne fut troublée, parce qu'elle avait la religion pour base.

FIN.

# TABLE.

QUATRIÈME PÉRIODE.

Fin de la Table du second volume.

# NOTICE

DES

# PRINCIPAUX OUVRAGES

DE

# CHARLES BOSSUT.

Des raisons, dont il est inutile d'instruire le public, obligent de donner cette courte Notice, et d'y joindre quelques témoignages de poids. La défense de soi-même est de droit naturel; et lorsqu'elle porte uniquement sur des faits, elle ne peut donner lieu à aucune maligne interprétation: *Se ipsum deserere turpissimum est.*

Bossut commença à se faire connaître de l'académie des sciences de Paris, par un mémoire qu'il y lut au mois de décembre 1752. Ce mémoire intitulé: *Usage de la différentiation des paramètres pour la solution de plusieurs problèmes de la méthode inverse des tangentes*, fut loué et approuvé; il est imprimé dans le tome II du recueil *des Savans Étrangers.* Un mois après, l'auteur ayant été nommé professeur de Mathématiques à l'école du corps militaire du génie, à Mézières, fut admis au nombre des correspondans de l'académie.

Le même volume contient deux autres mémoires de Géométrie, envoyés par Bossut à l'académie, en 1754.

Il y a trois mémoires du même auteur, dans le tome III: savoir, 1°. la démonstration d'un théorème

d'Euler, simplement énoncé dans les actes de Leipsick (1754) sur la détermination de deux arcs d'ellipse dont la différence forme une quantité algébrique; 2°. des recherches sur plusieurs questions intéressantes de Dynamique; 3°. une nouvelle manière de démontrer les propriétés de la cycloïde.

En 1760, Bossut partagea le prix de l'académie de Lyon *sur la meilleure forme des rames*, avec M. Jean Bernoulli, le fils, et M. Janneret, élèves l'un et l'autre du célèbre Daniel Bernoulli.

En 1761, il partagea le prix de l'académie des sciences de Paris, avec M. Jean-Albert Euler, digne fils du grand Euler. Le sujet de ce prix était: *La meilleure manière de lester et d'arrimer un vaisseau, et les changemens qu'on peut faire à l'arrimage, soit pour faire mieux porter la voile au navire, soit pour lui procurer plus de vitesse, soit pour le rendre plus ou moins sensible au gouvernail.* Clairaut, l'un des juges du prix, après avoir annoncé à Bossut le succès de sa pièce, dans une lettre du 8 mars 1761, poursuit ainsi: *Quoique je vous eusse volontiers donné tout le prix, s'il n'avait tenu qu'à moi, je ne puis cependant trouver malheureux pour vous de n'en avoir eu que la moitié, parce qu'il me paraît qu'il y a beaucoup de gloire à votre âge à être proclamé l'égal d'un aussi grand géomètre que M. Euler: le triomphe entier eût été moins brillant, puisqu'on n'aurait pas su sur qui il avait lieu, etc.* La pièce de M. J. A. Euler est imprimée, quant aux principes théoriques, sous le nom de son père, parmi les mémoires de l'académie de Berlin, pour l'année 1760.

En 1762, Bossut remporta le prix de l'académie des sciences de Paris, sur la question: *Si les planètes se meuvent dans un milieu dont la résistance produise*

*quelque effet sensible sur leurs mouvemens.* Il fit imprimer sa pièce à part, en 1765; et l'ayant envoyée à l'académie de Pétersbourg, il reçut cette réponse du secrétaire, en date du $\frac{12}{25}$ novembre 1766 : *Notre académie impériale des sciences a été bien aise de recevoir votre pièce sur la résistance de l'éther, couronnée par l'académie royale de Paris.... MM. Euler, père et fils, qui, comme vous savez, se trouvent chez nous depuis quelques mois, l'ayant examinée particulièrement, vous rendent justice par leur rapport; et par la lettre ci-jointe, qui me dispense de vous mander en détail le sentiment de l'académie sur votre mémoire, etc.*

Lettre de M. J. A. Euler, à M. Bossut, Pétersbourg, $\frac{9}{20}$ novembre 1766.

*J'ai été bien ravi, Monsieur, de voir ici votre mémoire sur la résistance de l'éther, qui vous a mérité le prix de l'académie royale des sciences de Paris, l'an 1762 : comme j'avais travaillé sur le même sujet, j'ai vu avec la plus grande satisfaction que nous nous sommes parfaitement rencontrés sur tout ce qui regarde les planètes principales et les comètes; mais, pour ce qui regarde la lune, je vous avoue franchement que je n'ai pas osé entreprendre cette recherche, croyant d'ailleurs que la question se bornait aux planètes principales. C'est donc avec le plus grand plaisir que j'ai vu de quelle manière vous avez réussi à surmonter les difficultés que j'avais redoutées; et si la résistance de la lune est suffisamment vérifiée par l'expérience, on peut maintenant soutenir que celle des planètes principales est presque entièrement insensible, etc.....*

La même année 1762, l'académie de Toulouse adju-

gea le prix quadruple qu'elle avait proposé *sur la construction la plus avantageuse des digues*, à une pièce composée en commun par Bossut, et Viallet, ingénieur des ponts et chaussées.

En 1765, Bossut partagea le prix double de l'académie des sciences de Paris, avec MM. Grognard, Bourdé de Villehuet, et Gautier, sur ce sujet : *Quelles sont les méthodes usitées dans les ports pour lester et arrimer les vaisseaux de toutes les grandeurs et de différentes espèces, le poids et la distribution des matières qu'on y emploie, l'effet qu'elles produisent sur le sillage, sur les lignes d'eau, sur les propriétés de bien porter la voile, de bien gouverner, d'être doux à la mer, et sur les autres qualités d'un vaisseau ; les inconvéniens dont ces méthodes sont susceptibles, et les remèdes qu'on y pourrait apporter.*

Cette même année 1765, Bossut remporta le prix de l'académie de Toulouse, *sur la recherche des lois du mouvement que les fluides suivent dans les conduites de toute espèce.*

La même recherche ayant été proposée pour le sujet du prix de l'année 1768, principalement pour le mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite, Bossut fut encore couronné.

Le Gouvernement le nomma, en 1768, à la place d'examinateur des élèves du corps militaire du génie, vacante par la mort de Camus ; et en même temps l'académie des sciences de Paris l'admit au nombre de ses membres. L'institut de Bologne, en Italie, l'académie de Pétersbourg, celle de Turin, la société provinciale d'Utrecht, etc., et enfin l'institut national de France, l'ont aussi adopté successivement.

On trouve de lui deux mémoires dans le volume de

l'académie des sciences de Paris, pour l'année 1769 : l'un, sur *la manière de sommer les suites dont les termes sont des puissances semblables de sinus ou cosinus d'arcs qui croissent en progression arithmétique*; l'autre, sur *la détermination générale de l'effet des roues mues par le choc de l'eau*. Le premier de ces mémoires, fondé sur une méthode neuve et très-simple, a eu un succès brillant : il a été commenté ou étendu par MM. Daniel Bernoulli, Euler et Lexel. (Voyez les mémoires de l'académie de Pétersbourg, pour l'année 1773.) Le second contient la solution générale d'un problème difficile, dont on n'avait donné jusque-là que des solutions particulières et insuffisantes.

En 1771, Bossut publia son *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique*. Condorcet, alors secrétaire de l'académie des sciences, après avoir donné une idée générale de cet ouvrage, dans le volume de 1771, conclut ainsi : *Il n'y a qu'un géomètre, et un géomètre bien exercé à la théorie et au calcul, qui puisse donner aux expériences la forme qu'elles doivent avoir pour être comparables avec la théorie, pour qu'on puisse les employer à rectifier les hypothèses, ou à trouver une théorie conforme à la nature; il n'y a qu'un géomètre qui puisse savoir, soit quelle précision peut produire dans la théorie, une expérience dont le degré d'exactitude est donné, soit réciproquement avec quelle précision les expériences doivent être faites, pour qu'on puisse les employer à fonder une théorie ou à la vérifier. Des expériences faites par un géomètre tel que M. l'abbé Bossut, doivent donc être bien précieuses, tant pour les mathématiciens qui voudront approfondir la théorie des fluides, que pour les mécaniciens qui s'occupent d'Hydraulique.* En effet, l'Hydrodynamique

On ne fait pas mention d'une foule de mémoires (demeurés manuscrits) qu'il a composés pour le Gouvernement, ou pour l'instruction de ses élèves pendant qu'il était professeur à l'école de Mézières. On s'abstient aussi de citer les extraits, ou les mémoires qu'il a insérés en différens temps dans les journaux.

Son *Essai sur l'Histoire générale des Mathématiques*, et son *Discours sur la vie et les ouvrages de Pascal*, sont aujourd'hui soumis au jugement du public.

